



Estrategia de Educación Matemática Crítica basada en el análisis de problemáticas sociomatemáticas del entorno para fortalecer el pensamiento reflexivo en estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo de Manizales, Colombia, durante el año 2025.

TESIS DOCTORAL

que, para obtener el Grado de Ph.D.

DOCTOR EN EDUCACIÓN E INNOVACIÓN

PRESENTA

Maybeth Julieta Robles Leal

ASESOR

Erika Severeyn Varela

México, 2025

La presente Tesis Doctoral debe ser citada como:

Robles Leal, Maybeth Julieta (2025). Estrategia de Educación Matemática Crítica basada en el análisis de problemáticas sociomatemáticas del entorno para fortalecer el pensamiento reflexivo en estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo de Manizales, Colombia, durante el año 2025. [Tesis de Doctorado de la universidad de Investigación e Innovación de México – UIIX]



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivar 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

Se permite la reproducción total o parcial y la comunicación pública de la obra con reconocimiento de la autoría y mención de la Universidad de Investigación e Innovación de México - UIIX.

No se permite el uso comercial ni la creación de obras derivadas.

Resumen.

El estudio analiza la incidencia de una estrategia pedagógica fundamentada en la Educación Matemática Crítica en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo de estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo de Manizales, Colombia. El trabajo parte del reconocimiento de que la enseñanza tradicional de las matemáticas, centrada en la repetición de algoritmos y en la desconexión con el entorno social, limita el desarrollo de procesos de comprensión, razonamiento y toma de decisiones fundamentadas. La investigación plantea como hipótesis que la implementación de una propuesta didáctica basada en problemáticas sociomatemáticas del contexto favorece de manera significativa las dimensiones del pensamiento reflexivo. Para verificarla, se adoptó un enfoque cuantitativo con diseño cuasiexperimental pretest–posttest, con grupos intactos de control y experimental. Se aplicaron cuestionarios tipo Likert, rúbricas analíticas, pruebas de desempeño contextualizadas, observación sistemática y diarios reflexivos como insumos complementarios. Los resultados evidencian mejoras estadísticamente significativas en el grupo experimental en las dimensiones de comprensión e interpretación de información matemática, razonamiento y argumentación lógica, y toma de decisiones fundamentada. Estas variaciones, sustentadas por tamaños de efecto elevados y por evidencia cualitativa convergente, muestran la pertinencia de integrar la EMC como enfoque formativo en el aula de matemáticas. Las conclusiones señalan que la estrategia aplicada permitió vincular el conocimiento matemático con situaciones reales del entorno, promover procesos de deliberación crítica y favorecer el desarrollo integral del pensamiento reflexivo. El estudio aporta fundamentos teóricos, metodológicos e institucionales para orientar futuras intervenciones y consolidar prácticas pedagógicas situadas y socialmente relevantes.

Palabras clave: *educación matemática crítica, pensamiento reflexivo, enseñanza de las matemáticas, innovación educativa, investigación cuasiexperimental.*

Abstract.

The study examines the impact of a pedagogical strategy grounded in Critical Mathematics Education on the strengthening of reflective thinking among lower secondary students at Colegio de Cristo in Manizales, Colombia. The research begins by acknowledging that traditional mathematics instruction—focused on algorithm repetition and disconnected from students’ social realities—limits the development of comprehension, reasoning, and evidence-based decision-making processes. The study hypothesizes that the implementation of a didactic proposal based on socio-mathematical issues from the students’ context significantly enhances the dimensions of reflective thinking. To verify this hypothesis, a quantitative approach with a quasi-experimental pretest–posttest design was adopted, using intact control and experimental groups. Likert-scale questionnaires, analytic rubrics, contextualized performance assessments, systematic observation, and reflective journals were employed as complementary data sources. The results show statistically significant improvements in the experimental group in the dimensions of comprehension and interpretation of mathematical information, logical reasoning and argumentation, and evidence-based decision-making. These changes, supported by large effect sizes and convergent qualitative evidence, demonstrate the relevance of integrating Critical Mathematics Education as a formative approach in the mathematics classroom. The conclusions indicate that the implemented strategy enabled the connection of mathematical knowledge with real-world situations, fostered critical deliberation, and supported the comprehensive development of reflective thinking. The study contributes theoretical, methodological, and institutional foundations to guide future interventions and to strengthen situated and socially meaningful pedagogical practices.

Keywords: *critical mathematics education, reflective thinking, mathematics teaching, educational innovation, quasi-experimental research.*

Agradecimientos.

Nada de lo aquí escrito ocurrió en soledad: cada avance, cada idea y cada hallazgo conservan la huella de quienes, de una u otra forma, hicieron parte de este recorrido. A Dios agradezco la lucidez que abrió caminos y la calma que permitió escuchar aquello que solo aparece cuando el pensamiento se asienta.

A mi mamá, cuyos gestos tranquilos y palabras justas han sido brújula moral y emocional; su manera de estar -sin ruido, sin prisa y sin demandas- ofreció el piso estable desde el cual este proceso pudo consolidarse. A mi hija, cuyo mundo interior y sensibilidad otorgaron a este camino un sentido más amplio que el estrictamente académico; en ella descansaron muchas veces la motivación y la esperanza.

A Claudia, por aportar complicidad, claridad y sosiego, esa compañía que no interrumpe, pero sostiene. A David, quien compartió conmigo la ruta intelectual y vital, recordándome que hay diálogos que iluminan más que cualquier libro y complicidades que afinan la mirada. A Sofía, por la ternura que no pide permiso y la risa que desarma cualquier tensión, y a Santiago, por sus pequeños rituales cotidianos que devolvieron equilibrio y humanidad a los días largos.

A Diego Andrés, por su presencia serena y su palabra oportuna, que acompañaron este camino como una forma discreta de luz.

Agradezco al Colegio de Cristo de Manizales y a los estudiantes que hicieron posible esta investigación. A la Universidad de Investigación e Innovación de México (UIIX) y al equipo del Doctorado en Educación e Innovación, gracias por las preguntas que abrieron horizontes que volvió exigente este camino. A mi asesora, Erika Severyn, agradezco su guía precisa y su respeto por la voz propia que buscaba afirmarse en estas páginas.

Finalmente, a todos aquellos cuya presencia se cruzó con este proceso —en una conversación breve, en un gesto amable, en un silencio oportuno— les agradezco haber sido parte, aunque no lo supieran. Este trabajo también les pertenece, porque cada paso se sostuvo en ese tejido discreto que solo se revela cuando uno mira hacia atrás.

Dedicatorias.

A Juli, por estar siempre a mi lado, incluso en los capítulos difíciles; su presencia serena acompañó este camino con una constancia que hizo posible llegar hasta aquí.

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN	16
CAPÍTULO I. Proyección de la investigación	19
1.1. Línea de investigación de la Universidad de Innovación e Investigación de México y su ámbito de estudio.	20
1.2. Planteamiento del problema.	23
1.3. Formulación del problema (Pregunta de investigación).	25
1.4. Justificación.	27
1.5. Objeto de estudio.	29
1.6. Campo de acción.	30
1.7. Objetivos.	33
1.7.1. Objetivo General	33
1.7.2. Objetivos específicos	33
1.8. Hipótesis.	34
1.9. Alcance temático.	36
1.10. Delimitación Espacial y Temporal	38
1.10.1. Delimitación espacial	38
1.10.2. Delimitación temporal	40
CAPÍTULO II. Fundamentos Teóricos Referenciales.	44

2.1. Estado del arte (Marco Histórico y Actual).	47
2.2. Marco Teórico.	51
2.2.1. Educación Matemática Crítica (EMC)	51
2.2.2. Pensamiento reflexivo y crítico	53
2.2.3. Pedagogía crítica y constructivismo sociocultural	54
2.2.4. Perspectiva teórica articulada del estudio	56
2.3. Marco Conceptual.	60
2.3.1. Variable Independiente: Educación Matemática Crítica (EMC)	61
2.3.2. Variable dependiente: Pensamiento Reflexivo	64
2.3.3. Secuencia Didáctica Contextualizada: Dispositivo de Operacionalización	66
2.3.4. Articulación conceptual	68
2.4. Marco Contextual.	70
2.5. Marco Legal y Normativo.	73
CAPÍTULO III. Fundamentos metodológicos y resultados de investigación.	80
3.1. Cuadro de operacionalización de variables.	82
3.2. Diseño metodológico.	87
3.2.1. Definición del enfoque, diseño y tipo de investigación de la tesis.	89
3.2.2. Definición de métodos, técnicas e instrumentos de obtención de datos.	91
3.2.3. Desarrollo de los instrumentos de obtención de datos.	94
3.2.4. Determinación de la muestra y su criterio de selección.	99

3.3. Trabajo de campo (o Presentación de evidencias, si corresponde).	101
3.3.1. Aplicación de los instrumentos.	103
3.3.2. Procesamiento de la información.	105
3.4. Análisis de los resultados en los datos obtenidos.	107
3.5. Redacción de resultados y discusión.	113
3.5.1. Discusión del Objetivo Específico 1: Analizar los fundamentos teóricos, conceptuales y legales que sustentan la EMC y su relación con el pensamiento reflexivo	119
3.5.2. Discusión del Objetivo Específico 2: Diagnosticar el nivel inicial de desarrollo del pensamiento reflexivo	120
3.5.3. Discusión del Objetivo Específico 3: Diseñar una propuesta pedagógica basada en la EMC que articule contenidos matemáticos con problemáticas sociales	121
3.5.4. Discusión del Objetivo Específico 4: Implementar la estrategia pedagógica y analizar el proceso de implementación	121
3.5.5. Discusión del Objetivo Específico 5: Evaluar la incidencia global de la propuesta pedagógica en el pensamiento reflexivo	122
3.5.6. Discusión específica de la dimensión: Comprensión e interpretación de información matemática	123
3.5.7. Discusión específica de la dimensión: Razonamiento y argumentación lógica	123
3.5.8. Discusión específica de la dimensión: Toma de decisiones fundamentada	124
CAPÍTULO IV. Propuesta de transformación	126

4.1. Fundamentación de la propuesta de transformación.	127
4.2. Descripción de la propuesta de transformación.	129
4.3. Objetivos de la propuesta	133
4.3.1. Objetivo general de la propuesta	133
4.3.2. Objetivos específicos de la propuesta	133
4.4 Actividades, fases y/o etapas	133
4.4.1. Fase 1. Diagnóstico inicial: identificación de necesidades formativas.	134
4.4.2. Fase 2. Diseño didáctico: elaboración de secuencias y definiciones operativas	135
4.4.3. Fase 3. Implementación pedagógica en el aula: interacción crítica y modelación matemática	135
4.4.4. Fase 4. Acompañamiento y observación: monitoreo del proceso formativo	136
4.4.5. Fase 5. Evaluación formativa y postest: análisis de impacto	136
4.4.6. Fase 6. Retroalimentación, socialización y sostenibilidad institucional	137
4.5. Recursos necesarios para la aplicación de la propuesta	137
4.6. Resultados	139
4.6.1. Resultados o productos a obtener	139
4.6.2. Indicadores, criterios de evaluación e instrumentación	144
4.7. Valoración /Evaluación / Validación de la propuesta de transformación	145
4.7.1. Pertinencia	146

	10
4.7.2. Validez teórica y empírica	146
4.7.3. Factibilidad	147
4.7.4. Aplicabilidad	147
4.7.5. Generalización	147
4.7.6. Novedad y originalidad	148
CONCLUSIONES	151
RECOMENDACIONES	155
BIBLIOGRAFÍA	157
ANEXOS	164

Índice de figuras.

Figura 1 Diseño cuasiexperimental pretest-posttest con grupos intactos	90
Figura 2 Modelo pedagógico de Educación Matemática Crítica para el fortalecimiento del pensamiento reflexivo.	132
Figura 3 Flujograma de la Propuesta de Transformación basada en EMC	134

Índice de gráficas.

Gráfico 1 Comparación de Medias de Pretest y Posttest por Dimensión y grupo.	108
Gráfico 2 Distribución de niveles de desempeño por dimensiones del pensamiento (Grupo experimental posttest).	114

Índice de tablas.

Tabla 1 Comparación histórica y actual de las tendencias en Educación Matemática Crítica y pensamiento reflexivo.	51
Tabla 2 Articulación entre EMC, Pensamiento Reflexivo y Socio culturalismo en el marco teórico de estudio.	59
Tabla 3 Tabla de Operacionalización de variables.	84
Tabla 4 Instrumentos para la obtención de datos.	98
Tabla 5 Cronograma general del trabajo de campo.	101
Tabla 6 Acciones del trabajo de campo, responsables, participantes y recursos.	102
Tabla 7 Coeficientes de consistencia interna (alfa de Cronbach) del cuestionario de pensamiento reflexivo.	106
Tabla 8 Estadísticos descriptivos pretest-postest.	108
Tabla 9 Prueba t para muestras relacionadas en la dimensión Comprensión e Interpretación.	109
Tabla 10 Prueba t para muestras relacionadas en la dimensión Razonamiento y Argumentación.	109
Tabla 11 Prueba t para muestras relacionadas en la dimensión Toma de Decisiones fundamentadas.	109
Tabla 12 ANOVA de una vía para la dimensión Comprensión e interpretación (postest).	110
Tabla 13 ANOVA de una vía para la dimensión Razonamiento y argumentación (postest).	110

Tabla 14 ANOVA de una vía para la dimensión Toma de decisiones fundamentada (postest).	110
Tabla 15 ANOVA para la ganancia global en pensamiento reflexivo.	111
Tabla 16 Tamaños de efecto intragrupo (d pre-post). Comprensión e interpretación, Razonamiento y argumentación, Toma de decisiones fundamentada.	111
Tabla 17 Tamaños de efecto intergrupos (postest). Comparación del grupo experimental con los grupos de control.	112
Tabla 18 Tamaños de efecto global (ganancia total).	112

Índice de Anexos

ANEXO A Consentimiento informado para padres de familia.	164
ANEXO B Asentimiento informado para estudiantes.	166
ANEXO C Aval institucional del Colegio de Cristo.	168
ANEXO D Matriz de credibilidad y juicio de expertos - Cuestionario Tipo Likert.	170
ANEXO E . Matriz de credibilidad y juicio de expertos - Rúbrica de desempeño.	172
ANEXO F Matriz de credibilidad y juicio de expertos - Prueba de desempeño con situación contextualizada.	173
ANEXO G Matriz de credibilidad y juicio de expertos - Diarios Reflexivos Estudiantiles.	175
ANEXO H Cuestionario tipo Likert Pretest-Postest.	176
ANEXO I Rúbrica de desempeño. Pensamiento reflexivo.	178
ANEXO J Prueba de desempeño con situación contextualizada.	179
ANEXO K Guía de observación sistemática.	181
ANEXO L Diarios reflexivos estudiantiles.	183
ANEXO M Diagrama de Gantt. Proceso de Implementación y Recolección de datos.	185
ANEXO N Evidencias fotográficas del trabajo de campo.	186
ANEXO O Declaración de Originalidad y Propiedad Intelectual.	193

INTRODUCCIÓN

La educación contemporánea enfrenta el desafío de formar ciudadanos capaces de desenvolverse en sociedades caracterizadas por la complejidad, la incertidumbre y la acelerada transformación política, social, económica y tecnológica que generan nuevas demandas. En este escenario, la escuela no solo debe transmitir conocimientos, sino también garantizar que los estudiantes desarrollen la capacidad de analizar, cuestionar y tomar decisiones responsables, competencias que resultan indispensables para participar de manera crítica y responsable en la vida democrática y transformar su entorno (UNESCO, 2021; Darling-Hammond y Cook-Harvey, 2018).

En este marco, la enseñanza de las matemáticas adquiere un papel estratégico. Lejos de limitarse a un ejercicio algorítmico, la matemática escolar puede convertirse en un espacio privilegiado para la formación del pensamiento reflexivo, la argumentación y la construcción de ciudadanía. Sin embargo, en muchos contextos educativos, especialmente en Colombia, persisten prácticas centradas en la memorización de procedimientos y en la resolución mecánica de problemas. Estas dinámicas restringen la comprensión profunda de los conceptos; dificultan la conexión entre el saber matemático y la realidad social y limitan la posibilidad de que los estudiantes reconozcan la dimensión sociocultural del conocimiento matemático (MEN, 1998, 2006; Gutiérrez, 2008; Morgan, 2005).

La situación es especialmente relevante en la educación básica secundaria, etapa en la cual los adolescentes se encuentran en un momento decisivo de desarrollo cognitivo y social. La ausencia de experiencias significativas que conecten las matemáticas con problemáticas sociales o comunitarias genera una brecha entre los principios formativos establecidos en la Constitución Política y en la Ley General de Educación, que enfatizan la formación integral, la participación ciudadana y el pensamiento crítico, y las prácticas reales en el aula (Constitución Política de Colombia, 1991; República de Colombia, 1994). Investigaciones recientes advierten que esta brecha repercute directamente en el fortalecimiento de competencias superiores como la

reflexión, la argumentación y el pensamiento crítico (Isaza y Escobar, 2025; Bautista y De la Cruz, 2024).

El contexto particular del Colegio de Cristo de Manizales refleja esta tensión. Aunque los estudiantes logran desempeños adecuados en la aplicación de algoritmos básicos, muestran debilidades a la hora de vincular esos conocimientos con problemas sociales, ambientales o económicos de su entorno. Este vacío evidencia la necesidad de repensar la enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva que trascienda lo instrumental y que sitúe al estudiante como sujeto activo en la construcción de saberes con sentido social, ético y comunitario, en coherencia con los principios educativos de la institución.

En este horizonte, la investigación se enmarca en la línea de Innovación Educativa y Perspectivas Tecnológicas de la Universidad de Investigación e Innovación de México (UIIX), que promueve el diseño de propuestas pedagógicas transformadoras orientadas al fortalecimiento de la ciudadanía crítica mediante el uso reflexivo de herramientas didácticas y tecnológicas (Cabero-Almenara y Llorente-Cejudo, 2020). La apuesta consiste en diseñar, implementar y evaluar una estrategia fundamentada en la Educación Matemática Crítica (EMC), entendida como un enfoque que cuestiona la supuesta neutralidad de las matemáticas y las convierte en un medio para reflexionar sobre fenómenos sociales y tomar decisiones informadas (Skovsmose, 1994, 1999, 2011; Ernest, 2018).

Este estudio combina referentes clásicos —como los aportes de Dewey (1933, 1938) sobre el pensamiento reflexivo; Ennis (1989, 1996) y Facione (1990) sobre pensamiento crítico; Freire (1970, 1997) sobre educación liberadora; y Skovsmose (1994, 1999) sobre educación matemática crítica — con investigaciones actuales que evidencian el potencial de la EMC en escenarios internacionales y latinoamericanos (Isaza y Escobar, 2025; Kolloosche, 2019). A partir de este diálogo, se plantea una intervención cuasiexperimental en grado noveno del Colegio de Cristo, con el propósito de analizar hasta qué punto una propuesta de corte crítico puede incidir en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo de los estudiantes.

El documento se organiza en cinco capítulos que se relacionan entre sí. El Capítulo I presenta la proyección de la investigación e incluye la adscripción institucional, el planteamiento del problema, la formulación de la pregunta, la justificación, los objetivos y la hipótesis de trabajo; elementos que permiten comprender el horizonte de sentido del estudio. El Capítulo II desarrolla los fundamentos teóricos, conceptuales y normativos que sustentan la presente investigación, integrando aportes de la EMC y del marco legal colombiano, con el fin de establecer bases epistemológicas y contextuales. El Capítulo III expone el diseño metodológico adoptado, detalla el enfoque, los métodos, técnicas e instrumentos de recolección de información, así como los procedimientos de análisis que orientan la interpretación de los datos. El Capítulo IV presenta los resultados de la implementación de la estrategia pedagógica y analiza el impacto de la propuesta en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo de los estudiantes del Colegio de Cristo. Finalmente, en el Capítulo de Conclusiones, ofrece una discusión de los hallazgos a la luz del marco teórico, formula conclusiones y plantea proyecciones tanto para la práctica docente como para futuras investigaciones.

La investigación se orienta a demostrar que la Educación Matemática Crítica constituye una vía pedagógica pertinente y efectiva para articular el conocimiento matemático con la formación ciudadana. Se propone evidenciar que este enfoque no solo contribuye al dominio de contenidos curriculares, sino que también potencia en los estudiantes la capacidad de reflexionar críticamente, argumentar con fundamentos y participar activamente en los procesos de transformación social de su entorno inmediato. De este modo, la propuesta educativa adquiere un doble valor: académico, al fortalecer el aprendizaje matemático; y social, al promover la construcción de sujetos conscientes, autónomos y comprometidos con la realidad en la que viven.

CAPÍTULO I. Proyección de la investigación

La educación contemporánea se desarrolla en medio de profundas tensiones derivadas de la globalización, los avances tecnológicos, la circulación acelerada de la información y la creciente complejidad de los fenómenos sociales. En este contexto, las instituciones educativas enfrentan el desafío de formar ciudadanos capaces de interpretar críticamente su realidad, argumentar con fundamento y tomar decisiones responsables en entornos marcados por la incertidumbre y la desigualdad.

En este escenario, las matemáticas adquieren un papel estratégico. Su enseñanza no solo permite desarrollar capacidades asociadas al razonamiento lógico, la modelación y la resolución de problemas, sino que también constituye un medio para comprender fenómenos sociopolíticos, económicos y ambientales que configuran la vida contemporánea. Sin embargo, en Colombia persiste una brecha significativa entre los propósitos formativos expresados en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006), y las prácticas de aula que todavía privilegian la repetición mecánica, la memorización y el entrenamiento algorítmico por encima de la comprensión conceptual y la reflexión crítica.

Esta tensión se evidencia tanto en evaluaciones nacionales como internacionales. Los resultados publicados por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) en 2024 muestran que, en las Pruebas Saber 11, los estudiantes colombianos continúan presentando dificultades en competencias relacionadas con interpretación de datos, razonamiento matemático y argumentación. Aunque el promedio global de estas pruebas mejoró levemente (de 257 a 259 puntos) gracias a incrementos de un punto en matemáticas y ciencias, persisten marcadas diferencias entre instituciones oficiales y no oficiales (252 vs. 287 puntos), así como entre zonas urbanas y rurales, lo que refleja la inequidad estructural. Del mismo modo, el informe PISA 2022 revela que Colombia se mantiene por debajo del promedio de la OCDE en competencias matemáticas, si bien su puntaje aumentó de 370 a 383 entre 2006 y 2022, la diferencia con el promedio de la OCDE sigue siendo amplia y, en el periodo más reciente, la reducción de 8 puntos no resultó estadísticamente significativa.

Además, el promedio de América Latina es aproximadamente diez puntos, menor que el colombiano y varios países de la región muestran tendencias decrecientes. Estas evidencias refuerzan la necesidad de adoptar enfoques pedagógicos que trasciendan la enseñanza instrumental y promuevan la reflexión profunda, la toma de decisiones fundamentadas y la participación ciudadana informada.

Con base en el panorama descrito, que evidencia tensiones entre los marcos normativos y las prácticas de aula y subraya la necesidad de superar una enseñanza instrumental de las matemáticas, la presente investigación articula los fundamentos de la Educación Matemática Crítica (EMC) con los lineamientos de la línea de investigación institucional “Innovación educativa y perspectivas tecnológicas” de la Universidad de Investigación e Innovación de México (UIIX). Este enfoque permite diseñar e implementar una estrategia pedagógica orientada a fortalecer el pensamiento reflexivo en estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo en Manizales. La pertinencia del estudio radica en repensar la enseñanza de las matemáticas como una práctica sociopolítica que dote a los estudiantes de herramientas para comprender y deliberar sobre los fenómenos que atraviesan su vida cotidiana y su comunidad.

El presente capítulo expone la fundamentación inicial del estudio y los elementos conceptuales y metodológicos que orientan su desarrollo. Se presenta la línea de investigación institucional, el planteamiento y la formulación del problema, la justificación desde sus diferentes dimensiones, los objetivos, la hipótesis, el alcance y las delimitaciones que guían el proceso investigativo.

1.1. Línea de investigación de la Universidad de Innovación e Investigación de México y su ámbito de estudio.

La presente investigación se adscribe a la línea Innovación educativa y perspectivas tecnológicas de la Universidad de Investigación e Innovación de México (UIIX), la cual orienta procesos formativos que integran análisis sociopolítico, transformación pedagógica y uso crítico de recursos tecnológicos. Esta línea reconoce que la educación no es un acto neutral, sino una práctica social situada, atravesada por tensiones culturales, tecnológicas, epistemológicas y políticas que requieren ser

comprendidas, confrontadas y transformadas desde un enfoque reflexivo y éticamente comprometido.

El horizonte conceptual de esta línea articula aportes de la pedagogía crítica, el constructivismo sociocultural y los enfoques contemporáneos del pensamiento reflexivo. Desde la pedagogía crítica, autores como Freire (1970) plantean que la educación debe promover la conciencia, la problematización y la participación democrática; mientras que Giroux (2011) concibe la escuela como un espacio político y cultural donde se configuran subjetividades y se disputan significados. Estas perspectivas sostienen que la innovación educativa implica no solo incorporar tecnologías o nuevas metodologías, sino transformar las relaciones pedagógicas hacia una práctica emancipadora y dialógica.

Desde el enfoque sociocultural, Vygotsky (1978) destaca que el aprendizaje se construye en interacción con otros y que el lenguaje y las prácticas sociales configuran modos de pensar y actuar. Esta visión resulta esencial para comprender la función de los ambientes educativos mediados por tecnologías, los cuales pueden potenciar procesos de colaboración, razonamiento y construcción colectiva del conocimiento. Por su parte, los aportes de Dewey (1933, 1938) permiten comprender la reflexión como un proceso intelectual que integra experiencia, análisis y juicio, fundamento clave para el desarrollo del pensamiento reflexivo en contextos educativos.

En coherencia con estos referentes, la línea Innovación educativa y perspectivas tecnológicas promueve propuestas que articulan rigor conceptual, inclusión, justicia social y participación crítica. Cabero-Almenara y Llorente-Cejudo (2020) subrayan que la innovación vinculada a tecnologías debe centrarse en ampliar las oportunidades de aprendizaje, fortalecer la equidad y favorecer ambientes que promuevan la autonomía, la interacción significativa y la construcción compartida del conocimiento.

Dentro de este marco, la EMC constituye un enfoque especialmente pertinente. En la visión de Skovsmose (1994, 1999, 2011, 2014), las matemáticas funcionan como “tecnologías formativas” que modelan y legitiman modos de interpretar la realidad; por ello, un enfoque crítico debe situarlas en relación con los fenómenos sociales,

económicos y políticos que configuran la vida cotidiana. Desde esta perspectiva, la EMC no se reduce a una metodología alternativa para enseñar matemáticas, sino que constituye un posicionamiento epistemológico y ético que invita a problematizar la neutralidad del conocimiento matemático y a promover la participación crítica de los estudiantes en la lectura y transformación de su entorno.

Las investigaciones recientes de Kollosche (2019) reafirman la pertinencia de la EMC en contextos contemporáneos, al demostrar que las prácticas de reflexión crítica en matemáticas fortalecen la agencia estudiantil, la argumentación y la comprensión sociopolítica. Estos hallazgos se articulan con estudios latinoamericanos como los de Isaza y Escobar (2025), quienes evidencian que los estudiantes se involucran con mayor profundidad cuando los contenidos matemáticos se vinculan con problemáticas reales de su contexto. Sin embargo, un análisis de tesis doctorales y artículos publicados en los últimos cinco años evidencia que la mayoría de las investigaciones sobre EMC en Colombia se han realizado desde enfoques cualitativos o descriptivos; son escasos los estudios cuasiexperimentales que midan sistemáticamente su impacto en el pensamiento reflexivo, lo cual constituye un vacío metodológico que esta investigación pretende abordar.

La elección de esta línea de investigación resulta especialmente pertinente para el Colegio de Cristo de Manizales, institución cuyo ideario humanista y marista promueve valores de solidaridad, justicia y responsabilidad social. El enfoque crítico permite articular la misión institucional con prácticas pedagógicas que fomenten la reflexión ética, la deliberación democrática y la comprensión profunda de las implicaciones sociales del conocimiento matemático.

En síntesis, la línea Innovación educativa y perspectivas tecnológicas ofrece el marco epistemológico y metodológico adecuado para fundamentar una propuesta de intervención basada en la EMC, al integrar tecnología, pedagogía crítica y pensamiento reflexivo. A partir de esta sinergia se busca diseñar e implementar una estrategia pedagógica que no solo enseñe matemáticas, sino que también forme ciudadanos capaces de interpretar, cuestionar y transformar las realidades que atraviesan su vida cotidiana y comunitaria.

1.2. Planteamiento del problema.

Durante las últimas décadas, la educación matemática ha sido objeto de sucesivas reformas curriculares orientadas a fortalecer procesos de razonamiento, argumentación, modelación y comunicación matemática en el aula. Tanto los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) como los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) insisten en que la enseñanza debe trascender el mecanicismo para situarse en prácticas pedagógicas que promuevan la comprensión profunda, la reflexión crítica y la capacidad de interpretar fenómenos de la realidad desde el lenguaje y las estructuras matemáticas.

No obstante, la realidad escolar muestra una brecha persistente entre estas prescripciones curriculares y las prácticas efectivas en el aula. Diversos estudios evidencian que aún predomina una enseñanza centrada en la repetición de algoritmos, la memorización de procedimientos y la resolución descontextualizada de ejercicios rutinarios, lo que limita el desarrollo de competencias cognitivas de orden superior y la formación de pensamiento reflexivo en los estudiantes (Morgan, 2005; Gutiérrez, 2008). Esta distancia entre la teoría curricular y la práctica pedagógica constituye una tensión estructural del sistema educativo colombiano.

Los resultados de evaluaciones nacionales e internacionales confirman esta problemática. El Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES), en su reporte de resultados de Saber 11 (2024), evidencia que amplios sectores de la población estudiantil presentan dificultades persistentes en interpretación de datos, razonamiento cuantitativo y uso crítico de información matemática. Esta tendencia, observada al finalizar la educación media, refleja un fenómeno que se origina y consolida durante la básica secundaria, lo cual subraya la necesidad de intervenir pedagógicamente en los niveles previos para evitar que estas brechas se profundicen.

En el ámbito internacional, el informe PISA 2022 (OCDE, 2023) mostró que Colombia continúa ubicándose por debajo del promedio de la OCDE en competencias matemáticas, especialmente en razonamiento, resolución de problemas y análisis de información cuantitativa. Apenas un 16 % de los estudiantes colombianos alcanza

niveles considerados adecuados para desempeñarse críticamente en situaciones que requieren interpretar, evaluar o tomar decisiones fundamentadas a partir de datos. Esta evidencia refuerza la necesidad de reorientar la enseñanza hacia enfoques que permitan superar visiones instrumentales y avanzar hacia prácticas matemáticas reflexivas, contextualizadas y socialmente relevantes.

La brecha entre el currículo prescrito y la práctica de aula no se limita a los bajos resultados de desempeño; también se manifiesta en la ausencia de vínculos significativos entre las matemáticas escolares y los problemas sociales, económicos y ambientales del contexto. En numerosos estudios se señala que una parte considerable del profesorado no logra integrar de manera coherente estrategias didácticas que promuevan la reflexión, la argumentación y la toma de decisiones informadas frente a situaciones reales (Cabero-Almenara y Llorente-Cejudo, 2020; Darling-Hammond y Cook-Harvey, 2018). En consecuencia, las matemáticas continúan siendo percibidas como un conocimiento neutral y ahistórico, desligado de las dinámicas sociales que atraviesan la vida cotidiana de los estudiantes.

En este escenario, la Educación Matemática Crítica (EMC) emerge como una alternativa pedagógica que cuestiona la supuesta neutralidad del conocimiento matemático y promueve su articulación con fenómenos sociopolíticos, culturales y económicos. De acuerdo con Skovsmose (1994, 2011, 2014), la EMC invita a analizar cómo las matemáticas configuran modos de ver y actuar en el mundo, y a reconocer que su enseñanza debe facilitar la interpretación crítica de realidades complejas. Desde esta perspectiva, aprender matemáticas implica involucrarse en procesos de reflexión, deliberación y análisis que permiten comprender cómo los números, modelos y representaciones influyen en decisiones que afectan la vida colectiva.

Aunque investigaciones recientes han mostrado el potencial de la EMC para fortalecer la argumentación, el análisis crítico y la participación democrática (Kollosche, 2019; Isaza y Escobar, 2025), en Colombia persiste un vacío significativo en estudios empíricos que evalúen, con rigor metodológico, la incidencia de propuestas pedagógicas basadas en este enfoque sobre el desarrollo del pensamiento reflexivo. La mayoría de las experiencias documentadas corresponden a estudios descriptivos o cualitativos; son

escasas las investigaciones cuasiexperimentales que permitan medir de manera sistemática su impacto en contextos reales de básica secundaria. Este vacío metodológico justifica la pertinencia de la propuesta de investigación, que se propone aportar evidencia cuantitativa novedosa sobre la EMC en el contexto colombiano.

El Colegio de Cristo de Manizales, escenario de este estudio, refleja con claridad las tensiones descritas. Si bien la institución promueve una formación integral sustentada en valores humanistas y maristas, en las clases de matemáticas de básica secundaria se observa que los estudiantes tienden a ejecutar procedimientos de forma correcta, pero encuentran dificultades para relacionar estos conocimientos con problemáticas de su entorno inmediato, tales como la movilidad urbana, la sostenibilidad ambiental, la gestión de recursos o la lectura crítica de indicadores locales. Esta desconexión limita la posibilidad de que los estudiantes asuman una postura reflexiva frente a fenómenos que afectan directamente su vida cotidiana.

A partir de este diagnóstico, se reconoce la necesidad de diseñar una intervención pedagógica que permita evaluar la incidencia de la EMC en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo de estudiantes de básica secundaria. La ausencia de estudios cuasiexperimentales en el contexto colombiano hace que esta investigación no solo responda a una necesidad institucional, sino que también aporte conocimiento científico al campo de la educación matemática crítica en el país.

1.3. Formulación del problema (Pregunta de investigación).

El panorama descrito permite identificar una tensión estructural en la educación matemática contemporánea: mientras los marcos normativos nacionales e internacionales enfatizan la necesidad de formar ciudadanos críticos, capaces de argumentar, deliberar y tomar decisiones informadas, en la práctica prevalecen enfoques pedagógicos de carácter instrumental que reducen la actividad matemática a la repetición de algoritmos, la ejecución mecánica de procedimientos y la resolución de ejercicios descontextualizados. Esta brecha limita el desarrollo del pensamiento reflexivo y restringe el potencial de las matemáticas como herramienta para interpretar y transformar la realidad social.

Aunque la EMC se presenta como un enfoque pedagógico que permite enfrentar esta problemática, su efectividad aún no ha sido evaluada con rigurosidad en el contexto colombiano, particularmente mediante diseños cuasiexperimentales en educación básica secundaria. La evidencia disponible se concentra principalmente en estudios cualitativos o descriptivos, y aunque aportan valiosos análisis de prácticas de aula, no permiten establecer con precisión la incidencia de propuestas basadas en la EMC sobre competencias cognitivas complejas como la reflexión, la argumentación y la toma de decisiones fundamentadas.

Esta ausencia de estudios empíricos de carácter evaluativo adquiere especial relevancia si se considera que los resultados de evaluaciones nacionales y de pruebas internacionales como PISA 2022 revelan que los estudiantes colombianos presentan dificultades significativas en razonamiento matemático, comprensión de información cuantitativa y análisis crítico de datos (OCDE, 2023). De manera complementaria, los resultados de las Pruebas SABER 11 (ICFES, 2024) muestran que estas debilidades constituyen una tendencia sostenida que se manifiesta a lo largo de toda la trayectoria escolar, lo que subraya la necesidad de intervenir de manera temprana en la básica secundaria para evitar la consolidación de brechas en años posteriores.

En el caso del Colegio de Cristo de Manizales, estas tensiones se hacen visibles en el aula: aunque los estudiantes suelen ejecutar correctamente procedimientos matemáticos, encuentran dificultades para relacionar dichos procedimientos con situaciones reales de su entorno, interpretar fenómenos sociales desde una perspectiva cuantitativa o argumentar con fundamento frente a problemáticas locales. Esta desconexión entre el conocimiento matemático y su significado sociocultural limita la posibilidad de desarrollar pensamiento reflexivo, entendido como la capacidad de comprender, analizar, evaluar y tomar decisiones fundamentadas a partir de información matemática.

En este contexto, se considera pertinente y necesario formular un interrogante que oriente el análisis científico del fenómeno educativo identificado. Así, la presente investigación se estructura a partir de la siguiente pregunta central:

¿De qué manera la Educación Matemática Crítica, implementada mediante una estrategia pedagógica basada en el análisis de problemáticas sociomatemáticas del entorno, incide en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo en los estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo de Manizales durante el año 2025?

Este interrogante articula el diseño metodológico, orienta la elaboración de instrumentos, delimita los procedimientos de análisis y permite evaluar la relación entre la propuesta pedagógica basada en la EMC y el desarrollo de habilidades de comprensión, argumentación y toma de decisiones en el estudiantado. De esta formulación se desprenden los objetivos, la hipótesis y el alcance del estudio, los cuales se presentan en las secciones siguientes.

1.4. Justificación.

La investigación se justifica a partir de varias dimensiones que integran lo social, lo institucional, lo científico y lo metodológico. Desde una perspectiva social, la sociedad contemporánea se caracteriza por la circulación masiva de información y por la necesidad de tomar decisiones fundamentadas en contextos complejos, lo que exige formar ciudadanos con competencias de alfabetización cuantitativa crítica como condición indispensable para la vida democrática. Tal como lo plantean Skovsmose (1999) y Freire (1970), la educación debe posibilitar que los estudiantes analicen datos, reconozcan falacias, cuestionen discursos y asuman posturas responsables frente a los problemas de su entorno. Bajo esta premisa, la EMC constituye una vía especialmente pertinente, pues permite evidenciar que las matemáticas no son únicamente un conjunto de técnicas abstractas, sino también un recurso para comprender fenómenos sociales, económicos y ambientales. En el contexto del Colegio de Cristo, ello implica favorecer que los estudiantes comprendan cómo el conocimiento matemático atraviesa las dinámicas sociales de su entorno y aprendan a utilizarlo para interpretar y participar en debates relevantes para la comunidad.

En el plano institucional, la pertinencia del estudio se sustenta en que el Colegio de Cristo promueve una formación integral orientada por valores de solidaridad, responsabilidad social y justicia, pilares coherentes con la perspectiva crítica de la EMC.

Este enfoque pedagógico articula el rigor conceptual con la reflexión ética y la participación ciudadana, ofreciendo una alternativa innovadora para fortalecer la identidad institucional. El diseño de secuencias didácticas contextualizadas no solo enriquece las prácticas de aula, sino que también consolida un modelo pedagógico que vincula los valores del colegio con los desafíos de la educación contemporánea en Colombia, en consonancia con los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006).

Desde el plano científico, esta investigación contribuye al campo de la educación matemática en el país, donde predominan estudios descriptivos y cualitativos (Gutiérrez, 2008; Morgan, 2005). Frente a esta tendencia, la presente propuesta avanza hacia un enfoque cuasiexperimental que permite evaluar con mayor precisión la incidencia de la EMC en el desarrollo del pensamiento reflexivo. Este tipo de diseño no solo amplía el espectro metodológico del campo, sino que responde a una carencia reiterada en la literatura colombiana: la ausencia de estudios que produzcan evidencia causal sólida sobre la eficacia de propuestas de EMC, lo cual limita la capacidad de tomar decisiones pedagógicas fundamentadas. En este sentido, optar por un diseño cuasiexperimental constituye una contribución deliberada para generar resultados evaluativos más robustos y comparables, fortaleciendo la validez del debate académico en torno a la EMC.

Este aporte se inscribe en un debate académico en expansión, que articula los postulados de autores clásicos como Dewey (1938), Vygotsky (1978), Freire (1970) y Skovsmose (1994, 2011) con investigaciones recientes de corte latinoamericano e internacional (Isaza y Escobar, 2025; Kolloosche, 2019). Este diálogo entre perspectivas teóricas y evidencias empíricas fortalece la fundamentación de la propuesta y abre posibilidades para nuevas líneas de investigación en el ámbito nacional.

Finalmente, la dimensión metodológica refuerza la pertinencia del estudio. El diseño cuasiexperimental adoptado incluye instrumentos como rúbricas de argumentación, diarios reflexivos y análisis de producciones matemáticas, que permiten valorar los cambios en el pensamiento reflexivo antes y después de la intervención. La triangulación de datos cualitativos y cuantitativos proporciona una mirada integral del proceso y garantiza validez y confiabilidad en los resultados, en consonancia con los

planteamientos de Creswell y Plano Clark (2018). Así, la investigación trasciende la elaboración de una experiencia aislada para ofrecer un modelo replicable que oriente prácticas docentes e investigaciones futuras en instituciones con características similares.

1.5. Objeto de estudio.

El objeto de estudio de la presente investigación es el proceso de fortalecimiento del pensamiento reflexivo en estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo de Manizales, mediante la implementación sistemática de una propuesta pedagógica basada en los principios de la Educación Matemática Crítica. Este objeto se orienta a analizar cómo una intervención didáctica intencionada, contextualizada y socialmente situada puede incidir en la construcción de capacidades de comprensión, argumentación y toma de decisiones fundamentadas a partir de información matemática.

En este marco, el pensamiento reflexivo se concibe como un proceso cognitivo y metacognitivo complejo, que integra la capacidad de interpretar información matemática, evaluar la pertinencia de distintos procedimientos, analizar críticamente datos provenientes de contextos reales y asumir posturas razonadas frente a situaciones problemáticas. Desde autores como Dewey (1933), Vygotsky (1978) y Skovsmose (1994, 2011), la reflexión se entiende como un acto intelectual que surge de la interacción entre experiencia, análisis y deliberación, y que permite a los estudiantes trascender el uso mecánico de algoritmos para comprender la naturaleza social, ética y política de los fenómenos que estudian.

La EMC constituye el eje articulador del proceso, en tanto propone que las matemáticas no pueden enseñarse como un cuerpo neutro de conocimientos, sino como una práctica social atravesada por decisiones, interpretaciones y relaciones de poder. Al situar los contenidos matemáticos en contextos auténticos y problemáticos, la EMC favorece la construcción de significados, la formulación de preguntas críticas y el desarrollo de la agencia estudiantil. Por ello, el objeto de estudio no se limita a evaluar aprendizajes específicos, sino a comprender la manera en que una intervención crítica

transforma las prácticas de aula y promueve formas más profundas de razonamiento y reflexión.

Como producto concreto derivado del objeto investigativo, se desarrollará una guía de secuencias didácticas contextualizadas, diseñada para integrar el análisis de datos locales, la modelación de fenómenos propios de la ciudad de Manizales, la lectura crítica de información cuantitativa y el debate argumentado en torno a situaciones de relevancia social. Esta guía se concibe no solo como un recurso didáctico para la intervención, sino como un modelo replicable que pueda ser adaptado y enriquecido por otras instituciones educativas interesadas en fortalecer el pensamiento reflexivo desde una perspectiva crítica y contextualizada.

Así, el objeto de estudio orienta la comprensión del fenómeno pedagógico central: cómo una propuesta sustentada en la EMC puede transformar el aprendizaje matemático en un proceso reflexivo, significativo y socialmente pertinente, capaz de promover en los estudiantes el análisis crítico de su entorno y la participación activa en la construcción de ciudadanía.

1.6. Campo de acción.

El campo de acción de esta investigación se sitúa en la Institución Educativa Colegio de Cristo ubicada en la ciudad de Manizales, en el departamento de Caldas, Colombia. El estudio se orienta al trabajo pedagógico con estudiantes de grado noveno de básica secundaria en el área de matemáticas, conformado por un grupo de aproximadamente 30 a 35 estudiantes entre 14 y 15 años de edad, pertenecientes a la jornada escolar regular. La intervención se desarrolla en un entorno educativo donde confluyen características sociales, culturales y pedagógicas que influyen en los modos de enseñar y aprender matemáticas, lo cual permite comprender el fenómeno educativo desde su complejidad contextual.

La propuesta se implementa a través de secuencias didácticas contextualizadas, diseñadas a partir de datos, tales como el análisis de información socioeconómica, la modelación de fenómenos urbanos relacionados con movilidad o medioambiente, y la

deliberación sobre temas de interés público. Estas actividades se articulan con metodologías activas de trabajo colaborativo y con un enfoque de evaluación formativa, apoyadas en los recursos tecnológicos disponibles en la institución (computadores, software de hojas de cálculo, internet institucional). La intervención cuenta con el acompañamiento de la dirección institucional y del equipo docente del área de matemáticas, lo cual garantiza su pertinencia y coherencia con el proyecto educativo del colegio.

Desde una perspectiva epistemológica, el campo de acción se concibe como un espacio dinámico de interacción entre docentes, estudiantes y saberes matemáticos, donde se entrelazan dimensiones cognitivas, comunicativas, afectivas y socioculturales. Esta mirada dialoga con la noción de campo propuesta por Bourdieu (1990), entendida como un espacio relacional atravesado por tensiones entre reproducción y transformación, en el cual los actores disputan significados, prácticas y posiciones. En consonancia con esta perspectiva, Giroux (2011) señala que la escuela constituye un escenario cultural y político donde se configuran subjetividades críticas y se construyen resistencias frente a formas tradicionales de transmisión del conocimiento. Bajo esta visión, el presente estudio se inscribe en el paradigma sociocrítico, el cual considera la práctica docente como un acto intencionado capaz de promover la emancipación del pensamiento y la formación de sujetos críticos.

El núcleo del campo de acción se encuentra en las interacciones pedagógicas que emergen durante la aplicación de las estrategias fundamentadas en la EMC. La contextualización de los contenidos, el análisis de situaciones reales, la problematización de fenómenos sociales y la argumentación dialógica buscan fortalecer las tres dimensiones del pensamiento reflexivo definidas en esta investigación: (1) la comprensión e interpretación de información matemática, (2) el razonamiento y la argumentación lógica, y (3) la toma de decisiones fundamentada. De acuerdo con autores como Dewey (1933), Vygotsky (1978) y Skovsmose (1994, 2011), la reflexión no surge de manera espontánea, sino que requiere ambientes pedagógicos que promuevan la duda, la deliberación, la interpretación crítica y el diálogo como herramientas de construcción colectiva del conocimiento. Así, el aula de matemáticas se

configura como un laboratorio crítico en el que los estudiantes reconocen el papel social, político y ético del conocimiento matemático.

En este campo, el rol del docente es determinante. En línea con los planteamientos de Andrade y Brookhart (2019) y Black y Wiliam (2001), el profesor actúa como mediador, guía y facilitador de experiencias cognitivas que promueven la autorregulación, la metacognición y la reflexión crítica. La calidad de las interacciones entre docente y estudiantes se vuelve decisiva para que la EMC se materialice como una práctica que no solo enseña a calcular, sino que posibilita comprender y argumentar frente a fenómenos reales. La investigación, en este sentido, favorece procesos de indagación reflexiva y revisión docente que contribuyen a transformar la práctica pedagógica desde un enfoque emancipador.

El contexto sociocultural del Colegio de Cristo también constituye un componente fundamental del campo de acción. La institución acoge estudiantes provenientes de diversos sectores socioeconómicos, lo cual refleja la heterogeneidad y las tensiones sociales del contexto urbano manizaleño. Desde la perspectiva de la justicia social educativa expuesta por Gutiérrez (2008), esta diversidad representa un escenario privilegiado para promover prácticas de enseñanza que fomenten la equidad, la participación activa y la toma de postura ética frente a situaciones reales. La intervención se propone reconocer las experiencias, conocimientos y realidades de los estudiantes, generando un ambiente pedagógico que legitime sus voces y favorezca la construcción de sentido en torno al aprendizaje matemático.

Asimismo, se incorporan metodologías activas como el aprendizaje basado en problemas, el análisis de casos reales, el trabajo colaborativo y los debates matemáticos, las cuales, según Prince y Felder (2006), favorecen la comprensión profunda, el razonamiento complejo y el aprendizaje duradero. Estas estrategias permiten que el estudiante adopte un rol protagónico en su proceso formativo, fortaleciendo su autonomía intelectual y su capacidad para tomar decisiones basadas en evidencia y argumentación lógica.

Finalmente, el campo de acción de esta tesis se concibe como un espacio de transformación educativa donde convergen las voces de estudiantes, docentes y directivos. Inspirada en los postulados de la EMC, la investigación busca demostrar la incidencia de estrategias pedagógicas críticas en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo, aportando a la construcción de una educación matemática humanizadora, contextualizada y socialmente comprometida. Con ello, el estudio no solo beneficia a la comunidad del Colegio de Cristo, sino que aspira a convertirse en un referente replicable para otras instituciones educativas en Colombia interesadas en articular matemáticas, reflexión crítica y formación ciudadana.

1.7. Objetivos.

Los objetivos de esta investigación representan el eje orientador del proceso investigativo, al establecer con precisión la dirección, los propósitos y los resultados esperados. Su formulación permite expresar con claridad las acciones que conducirán el desarrollo del estudio, garantizando la coherencia entre el propósito teórico y la aplicación metodológica. El objetivo general sintetiza la intención de fortalecer el pensamiento reflexivo de los estudiantes a través de la EMC, promoviendo una transformación pedagógica que contribuya a mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje en el contexto escolar.

1.7.1. Objetivo General

Proponer una estrategia pedagógica fundamentada en la Educación Matemática Crítica para fortalecer el pensamiento reflexivo de los estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo de la ciudad de Manizales, durante el 2025.

1.7.2. Objetivos específicos

1. Analizar los fundamentos teóricos, conceptuales y legales que sustentan la Educación Matemática Crítica y su relación con el pensamiento reflexivo en el contexto de la educación secundaria.

2. Diagnosticar el nivel inicial de desarrollo del pensamiento reflexivo en los estudiantes de grado noveno, a partir de instrumentos de recolección de información pertinentes.
3. Diseñar una propuesta pedagógica basada en la EMC que articule contenidos matemáticos con problemáticas sociales y educativas del entorno.
4. Implementar la estrategia pedagógica en el aula con los estudiantes de básica secundaria, promoviendo espacios de reflexión crítica, argumentación y toma de decisiones fundamentadas.
5. Evaluar la incidencia de la propuesta pedagógica en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo de los estudiantes de básica secundaria en el Colegio de Cristo.

1.8. Hipótesis.

La revisión del estado del arte, los resultados de pruebas estandarizadas nacionales e internacionales y el diagnóstico institucional permiten suponer que la incorporación de estrategias pedagógicas fundamentadas en la EMC puede generar transformaciones significativas en el desarrollo del pensamiento reflexivo de los estudiantes de básica secundaria. En particular, los principios de contextualización, problematización, análisis crítico de datos y deliberación argumentada que caracterizan la EMC constituyen condiciones favorables para fortalecer las tres dimensiones que configuran la variable dependiente: la comprensión e interpretación de información matemática, el razonamiento y la argumentación lógica y la toma de decisiones fundamentada frente a situaciones reales.

A partir de esta fundamentación teórica y empírica, la presente investigación plantea la siguiente hipótesis general:

Hipótesis de investigación (Hi): La implementación de una estrategia pedagógica fundamentada en la Educación Matemática Crítica incide de manera significativa en el desarrollo de las dimensiones de comprensión e interpretación de información matemática, razonamiento y argumentación lógica, y toma de decisiones fundamentada,

que integran el pensamiento reflexivo de los estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo en Manizales, durante el año 2025.

Para efectos de validación estadística, esta hipótesis se operacionaliza mediante la comparación de los puntajes obtenidos por los grupos experimental y de control en las pruebas pretest y posttest, aplicadas antes y después de la intervención. De acuerdo con el diseño cuasiexperimental adoptado, la verificación se realizará mediante pruebas estadísticas paramétricas – particularmente, la prueba t de *Student* para muestras independientes y dependientes, según corresponda en cada análisis-, con un nivel de significancia de $p < 0,05$, así como mediante el cálculo del coeficiente de consistencia interna (α de Cronbach) para garantizar la fiabilidad de los instrumentos.

En correspondencia, se formulan las hipótesis estadísticas que orientan la validación empírica:

Hipótesis nula (H_0): No existen diferencias estadísticamente significativas entre los puntajes de pensamiento reflexivo – en sus dimensiones de comprensión-interpretación, razonamiento-argumentación y toma de decisiones – obtenidos por los estudiantes antes y después de la implementación de la estrategia pedagógica basada en la EMC.

Hipótesis alternativa (H_1): Existen diferencias estadísticamente significativas entre los puntajes de pensamiento reflexivo – en sus dimensiones de comprensión-interpretación, razonamiento-argumentación y toma de decisiones – obtenidos por los estudiantes antes y después de la implementación de la estrategia basada en la EMC.

De esta manera, la hipótesis articula la dimensión conceptual de la EMC con los procedimientos de medición y análisis propios del enfoque cuantitativo, permitiendo evaluar con rigor la incidencia de la intervención pedagógica en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo.

1.9. Alcance temático.

El alcance temático de la presente investigación delimita con precisión los componentes conceptual, pedagógico y metodológico que orientan el estudio y permiten responder al problema científico planteado. Este alcance se centra en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo de los estudiantes de grado noveno del Colegio de Cristo de Manizales, mediante la implementación de una estrategia pedagógica fundamentada en la EMC. La investigación se sitúa en el área de matemáticas, con énfasis en los contenidos de álgebra y funciones, abordados desde situaciones contextualizadas que vinculan los saberes escolares con fenómenos reales del entorno local, tales como problemáticas de movilidad, variaciones socioeconómicas, sostenibilidad ambiental y decisiones cotidianas basadas en información cuantitativa.

Desde una perspectiva teórica, el alcance del estudio se sustenta en los postulados de la EMC, desarrollados principalmente por Skovsmose (1994, 2011), quien propone que la enseñanza de las matemáticas debe promover la reflexión crítica, la lectura sociopolítica del mundo y la participación activa en procesos deliberativos. Este enfoque dialoga con corrientes del socio-constructivismo y de la pedagogía crítica, representadas por autores como Vygotsky (1978), Dewey (1933, 1938) y Freire (1970), quienes conciben el aprendizaje como un proceso activo y situado, en el cual el estudiante construye significados desde su experiencia y su interacción con otros. Bajo esta perspectiva, el alcance temático no se reduce al dominio procedimental de contenidos matemáticos, sino que abarca el desarrollo de competencias para interpretar, argumentar y tomar decisiones fundamentadas frente a situaciones reales.

En coherencia con este marco conceptual, la variable independiente (VI) del estudio corresponde a la estrategia pedagógica basada en la EMC, operacionalizada mediante dimensiones como contextualización de contenidos, análisis de problemáticas sociales, argumentación dialógica, deliberación crítica y participación activa del estudiante. Por su parte, la variable dependiente (VD) se define como el pensamiento reflexivo, estructurado en tres dimensiones: (1) comprensión e interpretación de información matemática, entendida como la capacidad para analizar, identificar relaciones, interpretar datos y comprender situaciones contextualizadas; (2)

razonamiento y argumentación lógica, referida a la habilidad para justificar, explicar, debatir y sostener posiciones fundamentadas matemáticamente; y (3) toma de decisiones fundamentada, concebida como la capacidad para evaluar alternativas, seleccionar opciones y sustentar decisiones con argumentos y evidencias matemáticas. Estas dimensiones orientan el diseño de instrumentos, la planeación de actividades y el análisis de los resultados obtenidos.

El alcance metodológico del estudio se fundamenta en un diseño cuasiexperimental con grupos intactos, conformados por un grupo experimental y dos grupos control. Este diseño permite comparar los puntajes obtenidos en pruebas pretest y posttest para establecer diferencias significativas atribuibles a la intervención. La medición de la VD se realizará mediante instrumentos validados, tales como rúbricas de desempeño, cuestionarios estructurados y análisis de producciones matemáticas, complementados con estimaciones de fiabilidad (α de Cronbach) y pruebas paramétricas (*t* de *Student*). De esta manera, el alcance temático articula teoría, práctica y evaluación, garantizando la coherencia interna del estudio.

Asimismo, el presente alcance reconoce la existencia de variables intervinientes —como las características socioculturales de los estudiantes, la infraestructura tecnológica disponible, las prácticas docentes y las condiciones institucionales— que, aunque no son manipuladas, se consideran en el análisis para mantener la validez interna de la investigación. El estudio no pretende generalizar resultados a toda la población estudiantil colombiana, sino ofrecer evidencias rigurosas y contextualizadas que puedan orientar prácticas pedagógicas en instituciones con características similares.

Finalmente, el alcance temático establece que la propuesta basada en la EMC no se limita a su aplicación inmediata, sino que busca contribuir a la construcción de una educación matemática humanizadora, situada y socialmente comprometida. Los aprendizajes generados se proyectan como insumos para la formación docente, la innovación curricular y el fortalecimiento de procesos investigativos en educación matemática, con el fin de promover ambientes escolares donde la reflexión crítica y el análisis de la realidad se integren de manera sistemática al aprendizaje de las matemáticas.

1.10. Delimitación Espacial y Temporal

La delimitación espacial y temporal constituye un componente esencial para garantizar la coherencia metodológica de la investigación, puesto que permite precisar el contexto geográfico, institucional y cronológico en el cual se desarrolla el estudio, así como las condiciones que enmarcan la intervención pedagógica y la recolección de información. En investigaciones de corte cuasiexperimental, donde la validez interna depende de la estabilidad de las condiciones del entorno y de la secuencia rigurosa de las fases del proceso investigativo, es fundamental especificar con claridad el espacio social donde se sitúa el fenómeno educativo y el periodo durante el cual se implementa y evalúa la estrategia pedagógica. Esta delimitación ofrece un marco de referencia que facilita comprender la pertinencia del estudio, interpretar adecuadamente los resultados y valorar su potencial de replicabilidad en otros contextos con características similares.

1.10.1. Delimitación espacial

La delimitación espacial de esta investigación sitúa el estudio en Colombia, específicamente en la ciudad de Manizales, capital del departamento de Caldas, reconocida por su tradición educativa, su diversidad sociocultural y su compromiso con la calidad formativa. En este contexto se ubica la Institución Educativa Colegio de Cristo, escenario donde se desarrolla la intervención pedagógica basada en la EMC. El colegio es una institución de carácter oficial con orientación humanista y marista, que atiende los niveles de básica primaria, básica secundaria y media académica, y cuya filosofía educativa promueve valores de solidaridad, justicia, responsabilidad social y formación integral.

El estudio se focaliza en los estudiantes de grado noveno, población constituida por adolescentes entre 14 y 15 años, etapa del desarrollo cognitivo en la cual emergen mayores capacidades de abstracción, argumentación y razonamiento formal. De acuerdo con Piaget, la etapa de operaciones formales comienza aproximadamente a los 11 años y se extiende durante la adolescencia, permitiendo al joven aplicar reglas lógicas a conceptos abstractos, analizar posibilidades y resolver problemas hipotéticos. Esta transición hacia el pensamiento formal hace que los estudiantes estén en condiciones

óptimas para trabajar con problemas sociomatemáticos complejos, debatir alternativas y tomar decisiones fundamentadas, lo cual justifica la elección de este grado para la intervención.

La población total de básica secundaria del colegio está distribuida en once grupos; sin embargo, para los propósitos metodológicos del diseño cuasiexperimental se delimita la intervención al grado noveno, conformado por tres grupos (9.1, 9.2 y 9.3). En particular, el grupo 9.1 actúa como grupo experimental, mientras que los grupos 9.2 y 9.3 se conservan como grupos control, lo cual permite desarrollar la comparación de resultados pretest y posttest bajo condiciones naturales de funcionamiento institucional.

El contexto institucional del Colegio de Cristo ofrece condiciones propicias para el desarrollo de una experiencia educativa fundamentada en la EMC. Las aulas cuentan con recursos tecnológicos básicos —como computadores, acceso a internet institucional y software de hojas de cálculo— que facilitan el análisis de datos reales, la modelación de situaciones locales y el desarrollo de actividades colaborativas. Asimismo, el colegio se caracteriza por una población estudiantil heterogénea en términos socioeconómicos y culturales, lo cual enriquece las discusiones y posibilita la problematización de fenómenos urbanos, económicos y ambientales propios de la ciudad de Manizales. Desde la perspectiva de la justicia social en educación matemática (Gutiérrez, 2008), esta diversidad constituye un escenario pertinente para promover prácticas pedagógicas que fomenten la participación, el análisis crítico y la toma de decisiones fundamentadas.

El entorno urbano de Manizales también aporta un conjunto de problemáticas reales susceptibles de ser abordadas matemáticamente: análisis de la movilidad y el transporte público, variaciones en indicadores económicos locales, dinámicas ambientales vinculadas al territorio o lectura crítica de datos municipales. La inclusión de estos contextos en las secuencias didácticas permite que los estudiantes vinculen el aprendizaje matemático con su vida cotidiana, fortaleciendo la agencia estudiantil y la comprensión de la dimensión social de la matemática, en coherencia con los planteamientos de Skovsmose (1994, 2011) sobre la importancia de situar el conocimiento en escenarios auténticos.

De este modo, la delimitación espacial no solo circunscribe el ámbito geográfico e institucional de la investigación, sino que también resalta su pertinencia contextual, al ubicar la EMC como una propuesta pedagógica viable y significativa en un ambiente educativo real donde convergen condiciones socioculturales, tecnológicas y pedagógicas que favorecen la construcción de pensamiento reflexivo.

1.10.2. Delimitación temporal

La delimitación temporal constituye un elemento clave para precisar los alcances, la secuencia y la rigurosidad del proceso investigativo, garantizando la coherencia entre los objetivos propuestos, la metodología adoptada y los resultados esperados. Este estudio se desarrolló durante el año académico 2025, en correspondencia con el calendario escolar oficial de la Secretaría de Educación de Manizales, lo que asegura su articulación con las dinámicas institucionales y pedagógicas del Colegio de Cristo. Tal como señalan Hernández-Sampieri y Mendoza (2018), la planificación temporal es un componente esencial de la calidad metodológica, pues permite estructurar de forma lógica cada fase, prever recursos y monitorear el avance del proyecto con criterios de eficiencia y pertinencia.

El proceso investigativo se organiza en tres fases principales, articuladas de manera secuencial y complementaria, con una duración aproximada de diez meses: planeación y diagnóstico, intervención pedagógica y evaluación y análisis de resultados. Esta estructuración temporal responde al propósito de garantizar la validez interna del diseño cuasiexperimental y la coherencia entre la aplicación de instrumentos, la implementación de la propuesta y la medición del impacto en los estudiantes.

En la primera fase, correspondiente al diagnóstico inicial, se aplicaron las pruebas pretest y los cuestionarios de caracterización a los estudiantes de grado noveno, con el fin de identificar el nivel inicial de pensamiento reflexivo en las tres dimensiones definidas: comprensión e interpretación de información matemática, razonamiento y argumentación lógica, y toma de decisiones fundamentadas. Esta etapa incluye además la socialización del proyecto con directivos, docentes y estudiantes, garantizando la sensibilización y el consentimiento informado de los participantes (Anexos A y B), así

como la validación de los instrumentos por juicio de expertos (Anexos D a G). Según Creswell y Creswell (2018), esta fase inicial es decisiva para asegurar la confiabilidad de las mediciones y la pertinencia de los instrumentos empleados.

En coherencia con los principios éticos de la investigación educativa y la normativa vigente sobre protección de datos personales en Colombia, antes de iniciar el proceso de recolección de información se aseguró la autorización formal de los acudientes mediante la entrega y firma del Consentimiento informado para padres de familia (véase Anexo A). Este documento garantizó que los participantes menores de edad contaran con el aval de sus responsables legales, quienes fueron informados de manera clara sobre los propósitos del estudio, los procedimientos, los beneficios esperados y la ausencia de riesgos. De manera complementaria, se obtuvo el asentimiento voluntario de los estudiantes (Anexo B), lo que consolidó las condiciones éticas necesarias para la aplicación de los instrumentos y el desarrollo del trabajo de campo.

La segunda fase, correspondiente a la intervención pedagógica, se llevó a cabo entre marzo y julio, periodo durante el cual se implementó la estrategia fundamentada en EMC en el grupo experimental (9.1). Esta etapa incluyó el diseño y desarrollo de secuencias didácticas contextualizadas, centradas en contenidos de álgebra y funciones, y vinculadas con problemáticas del entorno local. Mientras tanto, los grupos control (9.2 y 9.3) continuaron con la metodología tradicional. Esta fase constituye el núcleo del trabajo empírico, ya que permite observar cómo las estrategias basadas en la contextualización, la argumentación crítica y la participación deliberativa inciden en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo. Estudios como los de Gutiérrez (2008) y Kolloosche (2019) muestran que las perspectivas críticas en educación matemática y las metodologías que articulan contextos auténticos, análisis social y participación estudiantil generan transformaciones sustantivas en la comprensión conceptual y en la autonomía cognitiva del estudiante, al situar las matemáticas como herramienta de análisis social.

La tercera fase, de evaluación y análisis de resultados, se desarrolló entre agosto y octubre de 2025, e incluyó la aplicación de las pruebas posttest y la recolección

de información complementaria a través de rúbricas de desempeño, producciones matemáticas y cuestionarios de percepción. Posteriormente se realizó el análisis estadístico de los datos, mediante la comparación de los resultados obtenidos por los grupos experimental y de control. Esta etapa permitió determinar la incidencia de la intervención pedagógica sobre el desarrollo del pensamiento reflexivo, verificando la hipótesis general del estudio. Además, se elaboraron gráficas comparativas, análisis descriptivos y pruebas de significancia estadística (α de Cronbach y t de *Student*), con el fin de garantizar la rigurosidad científica de las conclusiones.

Finalmente, se contempla un breve periodo de sistematización y redacción final, durante el cual se consolidaron los hallazgos, las conclusiones y las recomendaciones pedagógicas derivadas del proceso. Esta fase permitió integrar los resultados empíricos con los referentes teóricos y metodológicos, contribuyendo al fortalecimiento de la práctica docente y a la consolidación de la EMC como una alternativa viable y transformadora en el contexto escolar. De acuerdo con Robson y McCartan (2019), una delimitación temporal bien estructurada no solo facilita la ejecución ordenada del proyecto, sino que actúa como mecanismo de seguimiento y control que permite anticipar dificultades y ajustar las acciones sin comprometer la validez del estudio.

En síntesis, la delimitación temporal de la presente investigación garantiza una organización sistemática y realista del proceso investigativo, articulando de forma coherente cada etapa desde la planeación hasta la evaluación final. Esta estructura temporal no solo asegura la factibilidad y el rigor del estudio en el contexto del Colegio de Cristo de Manizales, sino que también potencia su contribución a la mejora continua de las prácticas pedagógicas y al desarrollo de una educación matemática crítica, reflexiva y humanizadora.

El Capítulo I ha trazado el horizonte de la investigación, identificando las tensiones de la educación matemática contemporánea, los vacíos metodológicos existentes, el contexto institucional y los propósitos de la propuesta. Para sustentar teóricamente la intervención basada en la EMC, el próximo capítulo desarrollará en detalle los fundamentos teóricos, conceptuales y legales que orientan el estudio. En él se

profundizará en los marcos epistemológicos de la EMC, las teorías del pensamiento reflexivo y los antecedentes normativos que respaldan la necesidad de transformar la enseñanza de las matemáticas.

CAPÍTULO II. Fundamentos Teóricos Referenciales.

El presente capítulo desarrolla los fundamentos teóricos, epistemológicos, conceptuales, contextuales y normativos que sustentan esta investigación. Su propósito es brindar el marco interpretativo que permita comprender la relación entre una propuesta pedagógica fundamentada en EMC y el fortalecimiento del pensamiento reflexivo en estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo de Manizales. En coherencia con el enfoque metodológico cuasiexperimental de este estudio, la teoría no se asume como un conjunto estático de definiciones, sino como un entramado dinámico de ideas que otorga inteligibilidad al fenómeno estudiado y orienta las decisiones metodológicas y didácticas.

Desde una perspectiva epistemológica amplia, se reconoce que el conocimiento matemático y los procesos cognitivos asociados al pensamiento reflexivo se enraízan en dinámicas históricas, socioculturales y políticas. Por ello, este capítulo examina críticamente las corrientes que han configurado la educación matemática contemporánea y las propuestas que, desde la pedagogía crítica, el socio constructivismo y la psicología cultural, han problematizado el papel de la escuela en la formación de sujetos capaces de interpretar y transformar la realidad. Esta aproximación parte de la premisa de que el desarrollo del pensamiento reflexivo – dimensión clave para la ciudadanía democrática – exige comprender las interacciones entre conocimiento, contexto y poder.

En este sentido, la EMC constituye el eje articulador de la argumentación teórica. Desde su formulación inicial por Ole Skovsmose en los años noventa, la EMC ha cuestionado la supuesta neutralidad de las matemáticas escolares, mostrando cómo los discursos matemáticos actúan como formas de regulación y ordenamiento de la vida social. Investigaciones contemporáneas enmarcadas en la EMC han ampliado esta perspectiva al explorar de qué manera el currículo matemático puede reproducir inequidades o, alternativamente, convertirse en un espacio para la agencia crítica de los estudiantes (Kollosche, 2019). Recientes revisiones en Colombia han mostrado que, pese a la proliferación de estudios cualitativos y etnográficos, existen pocos diseños cuasiexperimentales que midan de manera sistemática el impacto de la EMC en

competencias como el pensamiento reflexivo. La presente investigación responde a ese vacío científico.

El capítulo incorpora asimismo los desarrollos del pensamiento reflexivo, categoría compleja y multidimensional que hunde sus raíces en la obra de John Dewey (1933), quien definió la reflexión como un “examen activo, persistente y cuidadoso” de creencias y experiencias. Perspectivas contemporáneas – representadas por Ennis, Facione y Lipman – han ampliado esta noción al destacar que pensar críticamente implica movilizar habilidades cognitivas (interpretar, analizar, inferir, evaluar) y disposiciones éticas (apertura mental, honestidad intelectual, curiosidad). Las investigaciones recientes subrayan que la construcción de competencias reflexivas exige ambientes de aprendizaje que promuevan la interacción social, el diálogo epistemológico y la problematización de situaciones auténticas.

Desde el enfoque sociocultural, se retoman los aportes de Vygotsky y sus reinterpretaciones contemporáneas. Este enfoque subraya que el aprendizaje y el desarrollo cognitivo están mediados por herramientas culturales – entre ellas el lenguaje y los sistemas simbólicos, como las matemáticas- y se producen dentro de prácticas sociales situadas. Daniels (2020) señala que la reflexión surge cuando los estudiantes participan en actividades socialmente mediadas que exigen justificar sus elecciones y evaluar alternativas, lo que resalta la importancia de ambientes colaborativos para el desarrollo del pensamiento reflexivo.

Por su parte, la pedagogía crítica ofrece una base ética y política para comprender el sentido formativo de la propuesta investigativa. La obra de Freire, relecturas contemporáneas como las de Giroux y McLaren, y los desarrollos latinoamericanos coinciden en que la educación debe promover la lectura crítica del mundo y la emancipación de los sujetos frente a estructuras de dominación. Al converger con la EMC, este enfoque sitúa las matemáticas como un lenguaje para problematizar temas de justicia social, distribución de recursos, desigualdad y sostenibilidad. La enseñanza matemática, en esta perspectiva, trasciende el dominio de algoritmos y procedimientos técnicos para convertirse en una práctica cultural que posibilita la participación activa en la vida democrática.

El capítulo también incorpora un análisis conceptual que define con precisión operativa las categorías centrales de la investigación - Educación Matemática Crítica, pensamiento reflexivo, modelación sociocrítica, ciudadanía matemática, aprendizaje situado, ambiente reflexivo, mediación docente y competencia argumentativa – estableciendo su relevancia en la operacionalización de las variables y la construcción de los instrumentos. De igual modo, se exploran las particularidades del contexto colombiano, las políticas curriculares vigentes, las particularidades socioculturales de Manizales y las características institucionales del Colegio de Cristo. Este análisis contextual evidencia las tensiones entre los discursos normativos que promueven el desarrollo de competencias superiores y las prácticas pedagógicas que aún privilegian la memorización, señalando la EMC como alternativa para cerrar dicha brecha.

Finalmente, se describe el marco normativo que regula la educación en Colombia, incluyendo la Constitución Política (artículo 67) y la Ley General de Educación (Ley 115 de 1994). Estas normas establecen que la educación debe promover el desarrollo de capacidades críticas, reflexivas y analíticas en los estudiantes. El Decreto 1290 de 2009, compilado en el Decreto Único 1075 de 2015, dispone que la evaluación sea continua y formativa, valorando procesos de comprensión, argumentación y toma de decisiones. Además, se retoman los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) y lineamientos internacionales – como el ODS 4 de la UNESCO y las orientaciones de la OCDE – que demandan el desarrollo de competencias para la ciudadanía crítica.

En conjunto, este capítulo construye un entramado teórico integral que articula perspectivas históricas, epistemológicas, socioculturales, psicológicas, pedagógicas y normativas para sustentar la investigación. Al trascender la simple descripción de antecedentes, el marco teórico fundamenta la relevancia académica y social de promover una Educación Matemática Crítica orientada al fortalecimiento del pensamiento reflexivo.

2.1. Estado del arte (Marco Histórico y Actual).

El presente estado del arte examina los desarrollos históricos y actuales de la EMC y del pensamiento reflexivo, con el fin de identificar tendencias, vacíos y aportes que fundamentan la pertinencia del estudio. Para ello, se analizan investigaciones internacionales, latinoamericanas y nacionales, atendiendo a sus enfoques metodológicos, hallazgos y limitaciones.

La EMC surge en la década de 1980 y se consolida en los años 1990 como respuesta a concepciones tecnocráticas que entendían las matemáticas como un conocimiento neutral ahistórico y ajeno a las dinámicas sociopolíticas. Su génesis se vincula a los trabajos de Ole Skovsmose (1994), quien cuestionó abiertamente la neutralidad de las matemáticas y afirmó que la educación matemática constituye una práctica social que involucra intereses, valores y decisiones. En obras posteriores, el autor profundizó esta postura al sostener que la matemática configura modos de racionalidad que modelan las formas en que las personas interactúan con el mundo, planteando escenarios de investigación —como los *landscapes of investigation*— en los cuales los estudiantes analizan fenómenos reales desde múltiples perspectivas. Esta perspectiva resulta fundamental para el pensamiento reflexivo, pues introduce la idea de que comprender, interpretar y argumentar matemáticamente exige reconocer que los datos, los modelos y los algoritmos poseen intencionalidades y producen efectos sociales.

Investigadores como Ernest (2018), han reiterado que “*las matemáticas no son ideológicamente neutrales; se encuentran embebidas en relaciones de poder que determinan su uso y significado social*” (p. 210). De esta manera complementaria, la pedagogía crítica freireana recuperada en investigaciones educativas contemporáneas (Freire, 1970) propone que la “lectura del mundo” precede a la lectura de la palabra, lo cual implica que los estudiantes deben relacionar el saber matemático con su experiencia social para poder argumentar, cuestionar y tomar decisiones fundamentadas. Esta articulación entre Freire y Skovsmose es clave para comprender el desarrollo del pensamiento reflexivo, ya que vincula la interpretación crítica de la realidad con procesos de razonamiento lógico y evaluación de alternativas.

En la última década, las investigaciones internacionales han ampliado los enfoques metodológicos de la EMC hacia el análisis crítico de datos públicos, el uso de matemáticas para examinar problemáticas sociales y la modelación situada. Kollosche (2019), señala que estos enfoques permiten que los estudiantes desarrollen la capacidad de evaluar cómo los argumentos matemáticos intervienen en la distribución de recursos, la toma de decisiones gubernamentales y la legitimación de discursos sociales. Este énfasis fortalece directamente la dimensión de toma de decisiones fundamentada, pues ubica al estudiante ante dilemas reales que requieren seleccionar opciones justificadas a partir de evidencia numérica y argumentos sólidos.

La obra colectiva de Gellert, Jablonka y Morgan (2005) ha sido central para consolidar la educación matemática crítica como un campo sociopolítico. Los autores muestran que cuando las tareas matemáticas se orientan a controversias reales, los estudiantes desarrollan mayor agencia, mejoran su capacidad argumentativa y logran conectar los procedimientos matemáticos con fenómenos sociales complejos. Estos resultados se relacionan con la dimensión de razonamiento y argumentación lógica, ya que requieren que el estudiante construya conclusiones coherentes, evalúe información y defienda decisiones justificadas.

El desarrollo latinoamericano en EMC presenta matices propios vinculados a la educación popular y las epistemologías del Sur. Valero (2004) ha señalado que en América Latina la educación matemática es inseparable de las relaciones de poder, la desigualdad y la producción de subjetividades. Esta perspectiva amplía la dimensión de comprensión e interpretación de información matemática, porque exige que los estudiantes reconozcan cómo los datos representan realidades marcadas por desigualdad, territorio y cultura.

El estudio de Isaza y Escobar (2024) constituye uno de los aportes más recientes y relevantes en el contexto nacional. Los autores analizan cómo la EMC puede orientar el diseño de estrategias metodológicas que promuevan lectura crítica, participación y toma de postura frente a problemáticas del entorno. Su trabajo emplea análisis documental y reflexión teórica, pero introduce instrumentos como matrices de análisis crítico y criterios de evaluación sociomatemática, que pueden relacionarse con las

dimensiones del pensamiento reflexivo. Si bien su estudio no es de carácter cuasi experimental, aporta elementos que muestran cómo la EMC favorece procesos de interpretación crítica y argumentación socioeducativa en estudiantes de educación básica.

Además, una revisión ampliada de investigaciones latinoamericanas muestra que la EMC ha sido implementada principalmente mediante estudios cualitativos o diseños descriptivos, lo que ha limitado el desarrollo de evidencia comparativa en la región. Trabajos recientes en Brasil, México, Argentina y Chile han empleado instrumentos como rúbricas sociomatemáticas, matrices de análisis crítico, diarios reflexivos, protocolos de argumentación y tareas de modelación situada para evaluar procesos interpretativos y deliberativos (Bautista y De la Cruz, 2026; Valero, 2004).

Sin embargo, la mayoría de estos instrumentos carece de validación estadística o fiabilidad cuantitativa. Frente a ello, el aporte de Isaza y Escobar (2024) resulta especialmente relevante, pues, aunque su trabajo adopta un enfoque documental, consolida criterios analíticos vinculados directamente con las dimensiones evaluadas en esta investigación – interpretación, argumentación y toma de decisiones-, lo que permite establecer un puente metodológico entre la evidencia regional y el diseño cuasiexperimental aquí desarrollado. Esta comparación fortalece la pertinencia del presente estudio en tanto aporta evidencia sistemática y empírica que hoy no existe en la región latinoamericana.

Otras experiencias latinoamericanas reportan impactos positivos de la modelación sociocrítica en la formación de competencias interpretativas y argumentativas. Bautista y De la Cruz (2026) evidencian que integrar problemáticas sociales en la enseñanza secundaria incrementa la capacidad de los estudiantes para analizar información, argumentar decisiones y relacionar las matemáticas con la vida cotidiana. Sin embargo, la mayoría de estas investigaciones se han desarrollado mediante enfoques cualitativos; existen pocos estudios cuasiexperimentales que evalúen de manera rigurosa el impacto de las estrategias de EMC en el pensamiento reflexivo, lo que constituye un vacío científico que justifica la pertinencia de esta investigación.

Un diagnóstico reciente del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES, 2023) reporta que los estudiantes colombianos presentan dificultades significativas en competencias como interpretación de información, análisis crítico y argumentación, reafirmando la necesidad de enfoques como la EMC para fortalecer estas áreas. A nivel internacional, Daniels (2020), destaca que la reflexión emerge cuando los estudiantes participan en actividades socialmente mediadas que exigen justificar sus elecciones y evaluar alternativas, mientras que la OCDE (2021) muestra que países que integran datos reales, proyectos contextualizados y análisis crítico de la enseñanza de las matemáticas obtienen mejores resultados en habilidades reflexivas.

El estado del arte muestra, por tanto, dos tendencias: una fase inicial (1990-2010) centrada en la denuncia de la falsa neutralidad de las matemáticas y otra fase actual (2011-2025) orientada a la construcción de ambientes pedagógicos críticos donde la modelación y la argumentación se vinculan con la participación ciudadana. Las investigaciones colombianas evidencian experiencias aisladas y una predominancia de estudios cualitativos; pocos trabajos adoptan diseños cuasiexperimentales para evaluar el impacto de la EMC en el pensamiento reflexivo. A partir de este panorama, la investigación aquí propuesta delimita su objeto de estudio de manera precisa; se centra en estudiantes de grado noveno del Colegio de Cristo de Manizales durante el año 2025, buscando medir la incidencia de una secuencia didáctica de EMC en las dimensiones de interpretación, argumentación y toma de decisiones.

En correspondencia con los referentes históricos y las tendencias actuales identificadas en este capítulo, la Tabla 1 sintetiza comparativamente la evolución conceptual y metodológica de la EMC y del pensamiento reflexivo desde sus desarrollos iniciales hasta las aproximaciones contemporáneas. Esta síntesis cumple una doble función: por un lado, evidencia la transformación epistemológica que ha tenido el campo – pasando de un énfasis en la denuncia de la neutralidad matemática a la construcción de ambientes sociocríticos orientados a la agencia estudiantil –; y por otro, permite situar la propuesta investigativa dentro de las líneas teóricas que justifican su pertinencia, delimitando así el marco interpretativo desde el cual se analizarán los resultados de la intervención didáctica.

Tabla 1 Comparación histórica y actual de las tendencias en Educación Matemática Crítica y pensamiento reflexivo.

Criterio	Tendencia histórica (1990–2010)	Tendencia actual (2011–2025)
Enfoque epistemológico	Crítica a la neutralidad de las matemáticas; denuncia de su dimensión política (Skovsmose).	Construcción de ambientes pedagógicos críticos, análisis de datos públicos, dilemas éticos.
Rol del estudiante	Sujeto que reconoce la dimensión sociopolítica de las matemáticas.	Agente activo capaz de deliberar, argumentar, decidir y modelar realidades complejas.
Didáctica predominante	<i>Landscapes of investigation</i> ; escenarios de exploración crítica	Modelación sociocrítica, análisis algorítmico crítico, matemáticas para la ciudadanía digital.
Pensamiento reflexivo	Asociado a la toma de conciencia y la comprensión crítica.	Definido en dimensiones: interpretación, argumentación lógica y decisión fundamentada.
Relación con políticas públicas	Integración parcial.	Fuerte alineación con OCDE, UNESCO y currículos latinoamericanos de ciudadanía.
Evidencia empírica	Predominio de estudios cualitativos.	Aumento de estudios mixtos y llamados a cuasi-experimentación.
Contexto colombiano	Experiencias aisladas; poco reconocimiento curricular.	Necesidad de investigaciones rigurosas para fortalecer la política educativa en matemáticas.

2.2. Marco Teórico.

El marco teórico se fundamenta en una perspectiva integradora que articula tres grandes tradiciones de pensamiento: la EMC, las teorías contemporáneas del pensamiento reflexivo, y el constructivismo sociocultural. Esta articulación responde a la necesidad de comprender la enseñanza de las matemáticas como una práctica situada, socialmente mediada, epistemológicamente densa y políticamente implicada, coherente con la visión sociocrítica que exige el estudio. La teoría no es aquí un telón de fondo, sino el marco interpretativo que define el significado del problema de investigación orienta la lógica metodológica y sustenta las inferencias analíticas.

2.2.1. Educación Matemática Crítica (EMC)

La EMC emerge como reacción al paradigma tecnocrático que dominó la enseñanza de las matemáticas durante gran parte del siglo XX. Skovsmose (1994) planteó que “*la educación matemática no puede desligarse de las estructuras sociales que contribuye a reproducir*” (p. 21), planteando un giro epistemológico que reconoce el

carácter sociopolítico del conocimiento matemático. Este giro se sustenta en dos principios: (1) las matemáticas no son neutrales, sino que operan como lenguaje de legitimación de prácticas sociales, tecnológicas, económicas y políticas; y (2) la enseñanza matemática es una práctica cultural atravesada por relaciones de poder, ideologías y discursos particulares de racionalidad.

Ernest (2018) profundiza esta idea al afirmar que *“la matemática es inherentemente ideológica porque define modos de racionalidad aceptables dentro de una sociedad”* (p. 215). Desde esta lectura, enseñar matemáticas implica asumir una postura ética frente a cómo se construye, valida y aplica este conocimiento, reconociendo sus implicaciones sobre la vida social y la ciudadanía. En las últimas dos décadas, la EMC se ha consolidado como un campo académico con líneas claras de investigación: matemáticas y democracia (Gutiérrez, 2018), modelación sociocrítica (Kaiser y Sriraman, 2006), matemáticas críticas mediadas por tecnología y ciudadanía digital (Hoyle y Noss, 2012), paisajes de investigación contextualizados (Kollasche, 2019) y análisis crítico de datos públicos (Frankenstein, 2014). Pese a su diversidad metodológica y conceptual, estas líneas convergen en un propósito común: empoderar al estudiante como agente crítico capaz de analizar realidades sociopolíticas mediante herramientas matemáticas.

La literatura latinoamericana resalta particularidades propias de la región - desigualdad educativa, multiculturalidad, tensiones curriculares - y subraya la necesidad de adaptar la EMC a las condiciones sociopolíticas locales. Isaza y Escobar (2025) sostienen que *“la EMC en América Latina requiere adaptaciones epistémicas y metodológicas que reconozcan las condiciones socioculturales de la región”* (p. 19). En Colombia, el enfoque crítico gana terreno, pero enfrenta la falta de formación docente en enfoques críticos, la prevalencia de metodologías transmisivas, el peso de evaluaciones estandarizadas y la escasez de estudios cuasiexperimentales que permitan valorar empíricamente su impacto. Este vacío justifica la persistencia de esta investigación.

Atendiendo a las sistematizaciones recientes de Skovsmose (2011, 2014) y a discusiones contemporáneas en América Latina, esta investigación adopta cinco dimensiones operativas de la EMC que orientan el diseño de la intervención: (a)

pertinencia curricular contextualizada; (b) alta demanda cognitiva; (c) acceso equitativo al conocimiento; (d) reconocimiento cultural e identidad; y (e) retroalimentación formativa. Estas dimensiones permiten operacionalizar los principios pedagógicos de la EMC en prácticas concretas de aula.

2.2.2. Pensamiento reflexivo y crítico

El pensamiento reflexivo y el pensamiento crítico constituyen categorías fundamentales para comprender los procesos cognitivos superiores que intervienen en la toma de decisiones, la interpretación de información y la elaboración de juicios fundamentados. Su desarrollo teórico se ha nutrido de tradiciones filosóficas, psicológicas y pedagógicas que convergen en reconocer que la reflexión no es un acto espontáneo, sino un proceso deliberado que exige análisis cuidadoso, evaluación razonada y conciencia de las propias creencias y supuestos. Dewey (1933) definió la reflexión como un examen activo, persistente y cuidadoso de creencias y conocimientos. Ennis (1991) y Facione (1990) ampliaron esta concepción al distinguir habilidades cognitivas (interpretación, análisis, inferencia, explicación y evaluación) y disposiciones actitudinales (apertura mental, curiosidad, escepticismo razonado).

Organismos internacionales como la UNESCO y la UNICEF coinciden en que el pensamiento crítico constituye una competencia indispensable para la ciudadanía del siglo XXI, pues permite a los estudiantes enfrentar entornos caracterizados por la abundancia de información y la complejidad de los problemas contemporáneos. En educación matemática, estas capacidades adquieren particular relevancia: implican comprender conceptos, analizar datos, interpretar representaciones y evaluar argumentos para tomar decisiones fundamentadas. Daniels (2020) recuerda que la reflexión surge en contextos donde los estudiantes justifican sus ideas, contrastan argumentos y elaboran explicaciones colectivas.

En coherencia con estas aproximaciones, la presente investigación adopta tres dimensiones operativas del pensamiento reflexivo: (1) interpretación crítica de información matemática; (2) argumentación lógica y fundamentada; y (3) toma de decisiones razonadas. Estas dimensiones permiten medir la variable dependiente y

comprender la reflexión como un proceso complejo donde convergen capacidades analíticas, éticas y comunicativas.

2.2.3. Pedagogía crítica y constructivismo sociocultural

La pedagogía crítica y el constructivismo sociocultural constituyen los pilares epistemológicos que explican cómo se configuran los procesos de aprendizaje, cómo se transforma el pensamiento y cuál es el papel del docente en la formación de sujetos reflexivos y críticos. Estos enfoques – aunque surgidos en tradiciones distintas – confluyen en una visión de la educación como práctica transformadora, donde el conocimiento no se transmite de forma lineal, sino que se construye mediante el diálogo, la problematización y la interacción situada.

La pedagogía crítica, inspirada en la obra seminal de Freire (1970, 1997) afirma que la educación es un acto político orientado a la liberación de los sujetos. Freire sostiene que no existe neutralidad en la práctica educativa, pues enseñar implica siempre asumir una posición ética frente al mundo y las injusticias que lo atraviesan. En este enfoque, los estudiantes son concebidos como sujetos históricos capaces de leer críticamente su realidad y transformarla mediante la acción colectiva. A partir de esta premisa, el aprendizaje deja de ser un proceso de memorización pasiva y se convierte en un ejercicio de concientización, diálogo y construcción conjunta de sentido.

Autores contemporáneos como McLaren (2020), Giroux (2011) y Darder (2019) han ampliado la perspectiva freireana, resaltando la necesidad de formar ciudadanos capaces de cuestionar discursos hegemónicos, identificar relaciones de poder, interpretar críticamente la información y actuar éticamente ante los desafíos sociales. En este marco, la matemática escolar no puede comprenderse como un cuerpo de conocimientos neutral, sino como un lenguaje que participa en la configuración de la vida social y en la legitimación de decisiones públicas. Esta lectura conecta directamente con la EMC, pues ambas comparten la convicción de que la escuela debe formar sujetos capaces de analizar críticamente los usos sociales de las matemáticas.

El constructivismo sociocultural, por su parte, aporta la explicación psicológica y epistemológica de cómo se produce el aprendizaje en contextos reales de interacción. Desde la perspectiva vygotskiana, el desarrollo cognitivo está mediado por herramientas culturales —entre ellas el lenguaje y los sistemas simbólicos como las matemáticas— que permiten al sujeto interpretar el mundo y actuar sobre él. Rogoff (2008), Wertsch (1998) y Daniels (2020) profundizan en esta visión al señalar que la comprensión no emerge de manera individual ni espontánea, sino de la participación activa en actividades colaborativas donde se discuten estrategias, se negocian significados y se construyen explicaciones.

Tres principios del socio culturalismo resultan particularmente relevantes para esta investigación:

- La mediación cultural: toda actividad cognitiva se desarrolla mediante herramientas simbólicas (gráficos, expresiones algebraicas, algoritmos, representaciones), que estructuran el pensamiento y guían la resolución de problemas.
- La zona de desarrollo próximo (ZDP): el aprendizaje se potencia cuando los estudiantes interactúan con otros que modelan, acompañan o amplían sus formas de pensar, como el docente o sus pares.
- El aprendizaje situado: los significados se construyen en actividades auténticas ligadas a problemas reales, lo cual incrementa la pertinencia y la profundidad de los aprendizajes.

Aplicados a la enseñanza de las matemáticas, estos principios explican por qué prácticas como la argumentación, el análisis de datos, la modelación y el trabajo colaborativo resultan esenciales para el desarrollo del pensamiento reflexivo. El aprendizaje matemático ocurre cuando los estudiantes explican sus ideas, justifican procedimientos, evalúan alternativas y se involucran en discusiones donde deben sostener sus argumentos y revisar sus propias creencias.

La convergencia entre la pedagogía crítica y el socio culturalismo encuentra su expresión más sólida en la EMC. Ambas perspectivas comparten la idea de que el

pensamiento se forma en el diálogo, que la educación es un acto social y que la construcción del conocimiento debe vincularse con la comprensión y transformación de la realidad. En los escenarios de investigación propuestos por Skovsmose (1994, 1999), los estudiantes analizan problemas reales, confrontan sus interpretaciones y elaboran significados matemáticos que les permiten comprender fenómenos sociopolíticos. Este tipo de actividades activa simultáneamente la reflexión, la argumentación y la participación crítica.

En síntesis, la pedagogía crítica aporta el marco ético y político que orienta la intencionalidad transformadora de la educación; el socio culturalismo explica los mecanismos mediante los cuales se construye el pensamiento en interacción; y la EMC articula ambas perspectivas mediante el uso crítico y contextualizado del conocimiento matemático. Esta convergencia conceptual conduce de manera natural al apartado siguiente, donde se integra la estructura teórica del estudio y se explicita la articulación entre los tres enfoques para sustentar la hipótesis central de la investigación.

2.2.4. Perspectiva teórica articulada del estudio

La presente investigación se sustenta en una triangulación epistemológica que articula de manera coherente tres enfoques fundamentales: la Educación Matemática Crítica (EMC), el pensamiento reflexivo y el enfoque sociocultural. Esta articulación constituye el andamiaje conceptual que orienta tanto la comprensión del fenómeno investigado como el diseño de la intervención pedagógica y la interpretación de los resultados. Se trata, por tanto, de una perspectiva teórica integrada que reconoce simultáneamente el carácter sociopolítico del conocimiento matemático, la naturaleza dialógica y mediada del aprendizaje, y el papel central de la reflexión en la construcción de agencia ciudadana.

En primer lugar, la EMC, desarrollada principalmente por Skovsmose (1994, 1999) y Ernest (2018), constituye el marco filosófico que orienta el sentido de la propuesta. Desde esta perspectiva, las matemáticas dejan de ser entendidas como un cuerpo neutral de verdades universales y se conciben como una práctica social con capacidad de modelar realidades, legitimar decisiones y configurar modos de

racionalidad. En consecuencia, enseñar matemáticas implica formar sujetos capaces de cuestionar discursos hegemónicos y de utilizar herramientas matemáticas para comprender críticamente su entorno.

Este enfoque fundamenta la variable independiente de la investigación, en tanto se asume que una secuencia didáctica basada en EMC puede movilizar procesos de interpretación, análisis y toma de decisiones en situaciones reales o contextualizadas. La EMC brinda, además, la dimensión ética y política que sostiene la intervención pedagógica: promover una ciudadanía matemática crítica, consciente y participativa.

En segundo lugar, el pensamiento reflexivo, sustentado en Dewey (1933) y ampliado por los aportes de Ennis (1991) y Lipman (2003), se asume como la variable dependiente del estudio. Esta perspectiva entiende la reflexión como un proceso activo, consciente e intencional en el que el sujeto examina evidencias, contrasta información, evalúa argumentos y genera juicios fundamentados para orientar la acción.

En educación matemática, el pensamiento reflexivo se traduce en la capacidad de analizar situaciones problemáticas complejas, justificar decisiones con base en criterios matemáticos, identificar supuestos, inconsistencias y falacias, conectar el razonamiento matemático con consideraciones éticas y sociales, deliberar colectivamente y revisar las propias posturas.

Autores contemporáneos como Isaza y Escobar (2025) y Kolloosche (2019) han mostrado que los escenarios didácticos propios de la EMC —modelación sociocrítica, análisis de datos públicos, dilemas matemáticos contextualizados— favorecen la emergencia de procesos reflexivos, siempre y cuando estén acompañados de discusión, argumentación y retroalimentación guiada.

Desde esta perspectiva, el pensamiento reflexivo no es un producto incidental, sino un proceso cultivado mediante secuencias didácticas diseñadas deliberadamente para tal fin.

El tercer componente de la triangulación teórica proviene del constructivismo sociocultural, derivado de Vygotsky (1979) y actualizado por Rogoff (2008), Wertsch

(1998) y Daniels (2023). Este enfoque permite comprender cómo se construyen los aprendizajes en el marco de interacciones sociales mediadas por herramientas culturales, entre ellas el lenguaje y los sistemas matemáticos.

Desde esta perspectiva, el conocimiento se co-construye mediante la interacción y el diálogo, la comprensión se profundiza cuando los estudiantes explican, argumentan y contrastan ideas, la mediación del docente y de los pares constituye un factor crítico en el avance cognitivo, el aprendizaje es situado, es decir, se potencia en contextos culturalmente significativos, la reflexión es inseparable de la participación activa en prácticas compartidas.

Esta base epistemológica explica por qué una intervención centrada en EMC requiere escenarios dialógicos y colaborativos: los estudiantes no solo resuelven problemas matemáticos, sino que los interpretan colectivamente, discuten sus implicaciones sociales y ponen en juego diversas formas de argumentación. Así, los procesos de mediación sociocultural se convierten en el puente entre las experiencias matemáticas y el desarrollo del pensamiento reflexivo.

La articulación entre EMC y socio culturalismo no es únicamente complementaria, sino metodológicamente necesaria para garantizar la validez interna de la intervención. La EMC demanda que los estudiantes analicen críticamente situaciones reales, pero los procesos de interpretación, argumentación y toma de decisiones solo emergen cuando existen interacciones dialógicas que permitan confrontar ideas, justificar elecciones y revisar colectivamente los supuestos implícitos en los datos. Desde esta perspectiva, la ZDP, la mediación cultural y el aprendizaje situado constituyen las condiciones psicológicas y sociales que permiten que las tareas críticas propuestas por la EMC generen efectivamente pensamiento reflexivo evaluable. Sin este andamiaje sociocultural, la EMC correría el riesgo de reducirse a actividades aisladas sin impacto cognitivo verificable. Por ello, la intervención se sustenta en la premisa de que la validez interna depende de la interacción sistemática entre diseño crítico de tareas (EMC) y mecanismos dialógicos de construcción de significado (socio culturalismo).

La articulación de estos tres marcos no constituye una suma aditiva, sino una integración estructural donde cada componente aporta una función diferenciada dentro del diseño investigativo.

En coherencia con la estructura argumentativa de este capítulo, la Tabla 2 presenta la articulación conceptual entre la EMC, el pensamiento reflexivo y el enfoque sociocultural, evidenciando cómo cada perspectiva aporta funciones diferenciadas pero complementarias dentro del diseño investigativo. Esta síntesis permite visualizar la coherencia epistemológica del estudio, mostrando que la EMC provee el horizonte filosófico-político de la intervención, el pensamiento reflexivo define el resultado cognitivo evaluado y el socio culturalismo explica los mecanismos mediante los cuales la propuesta didáctica impacta el aprendizaje. En conjunto, la tabla consolida la lógica interna del marco teórico, delimitando el andamiaje conceptual desde el cual se fundamenta la hipótesis y se interpreta la incidencia de la intervención en el desarrollo del pensamiento reflexivo.

Tabla 2 Articulación entre EMC, Pensamiento Reflexivo y Socio culturalismo en el marco teórico de estudio.

Enfoque	Función en el estudio	Relación con las variables
Educación Matemática Crítica	Proporciona el horizonte filosófico-político y el diseño de la intervención	Variable independiente (estrategia didáctica)
Pensamiento reflexivo	Define el resultado cognitivo esperado y los indicadores de evaluación	Variable dependiente
Socio culturalismo	Explica los mecanismos de aprendizaje; mediación, diálogo, interacción	Relación casual en VI y VD

Esta integración teórica, lejos de ser contradictoria, se fortalece mutuamente: la EMC aporta la intencionalidad crítica; el pensamiento reflexivo, la direccionalidad cognitiva; y el socio culturalismo, la estructura procesual mediante la cual se desarrollan los aprendizajes.

Aunque la EMC se gestó en tradiciones cualitativas y sociocríticas, la presente investigación adopta un diseño cuasiexperimental cuantitativo para evaluar su incidencia en el pensamiento reflexivo. Esta elección metodológica responde a un principio de

complementariedad epistemológica: la teoría crítica inspira la intervención, mientras que la metodología cuantitativa permite medir su efecto.

Autores como Hernández, Fernández y Baptista (2023) señalan que los enfoques mixtos o combinados entre paradigmas son coherentes cuando cada método responde a una función específica dentro del estudio. En este caso lo crítico orienta la naturaleza de la propuesta didáctica, lo sociocultural explica cómo se desarrolla el aprendizaje, lo cuantitativo permite evaluar el cambio entre pretest y posttest en estudiantes reales, lo cuasiexperimental garantiza una aproximación rigurosa a la causalidad educativa.

En consecuencia, la perspectiva teórica articulada no solo sirve de marco conceptual, sino que dota de coherencia a todo el diseño investigativo, asegurando que la elección metodológica, la construcción del instrumento, la interpretación de datos y la discusión de resultados respondan a una misma lógica epistemológica.

La investigación se sustenta en un marco teórico integrado que reconoce la enseñanza de las matemáticas como una práctica social crítica (EMC), entiende el aprendizaje como un proceso dialógico mediado culturalmente (socio culturalismo) y define la reflexión como un resultado cognitivo complejo y evaluable (pensamiento reflexivo). Esta triangulación proporciona una base sólida para comprender cómo una propuesta didáctica crítica puede incidir en el pensamiento reflexivo de estudiantes de básica secundaria y justifica la pertinencia del enfoque cuasiexperimental.

2.3. Marco Conceptual.

El marco conceptual de esta investigación se construye como una estructura integrada que articula tres componentes esenciales: la EMC en calidad de variable independiente; posteriormente, la variable dependiente, que corresponde al pensamiento reflexivo; y finalmente, la secuencia didáctica contextualizada como dispositivo mediador que posibilita la implementación y observación empírica del impacto de la EMC en el desarrollo del pensamiento reflexivo. Esta organización responde a criterios de coherencia epistemológica, metodológica y pedagógica, pues permite establecer con claridad la relación causal que sustenta la hipótesis de la investigación: una intervención

didáctica fundamentada en la EMC produce un fortalecimiento significativo del pensamiento reflexivo en estudiantes de básica secundaria.

En este estudio, la conceptualización no se limita a definir términos, sino que construye un andamiaje argumentativo donde cada componente explica una parte del fenómeno educativo. La EMC otorga sentido filosófico y ético al uso del conocimiento matemático; el pensamiento reflexivo define la competencia cognitiva que se busca potenciar; y la secuencia didáctica contextualizada opera como mecanismo que materializa esta orientación crítica en la práctica cotidiana del aula. Así, los conceptos no se presentan como entidades aisladas, sino como un entramado coherente que estructura la intervención y orienta su interpretación evaluativa.

2.3.1. Variable Independiente: Educación Matemática Crítica (EMC)

La EMC constituye la base epistemológica, política y pedagógica que orienta la intervención. Su función como variable independiente se sustenta en su capacidad para transformar las prácticas tradicionales de enseñanza de las matemáticas – centradas históricamente en la repetición de procedimientos y la resolución mecánica de ejercicios – en experiencias educativas situadas, dialógicas y orientadas al análisis crítico de fenómenos sociales. A diferencia de los enfoques tecnocráticos que conciben la matemática como un cuerpo neutro de conocimientos, la EMC parte de reconocer que el saber matemático forma parte de un entramado cultural, ético y político que incide de manera directa en la vida de las personas y en la organización de las sociedades.

Skovsmose (1994, 1999, 2011) sostiene que la educación matemática no puede desligarse de las realidades sociales y políticas que contribuye a estructurar. Desde esta perspectiva, las matemáticas funcionan constituyen un *lenguaje de poder* que legitima decisiones, regula prácticas institucionales y condiciona la participación ciudadana. Enseñar matemáticas desde un enfoque crítico implica, entonces, analizar sus implicaciones sociopolíticas, problematizar los supuestos que subyacen a modelos y algoritmos, e interpelar las interpretaciones numéricas que circulan en los discursos públicos y mediáticos.

En esta misma línea, Ernest (2018) afirma que la matemática es inherentemente ideológica, en tanto define modelos de racionalidad considerados aceptables dentro de una sociedad. Este planteamiento subraya la dimensión ética de la tarea docente: enseñar matemáticas no consiste únicamente en desarrollar competencias cognitivas, sino también en promover una conciencia crítica respecto a las consecuencias sociales de las decisiones basadas en datos, modelos o análisis cuantitativos. Desde esta óptica, la EMC plantea que el aprendizaje matemático debe integrar tanto el dominio conceptual como la comprensión de las implicaciones socioculturales que se derivan de su uso en la vida pública.

En el contexto latinoamericano, la EMC adquiere particular relevancia particular debido a la coexistencia de desigualdades estructurales, tensiones curriculares y prácticas pedagógicas tradicionalmente transmisivas. Isaza y Escobar (2025) advierten que la implementación de enfoques críticos en la región exige adaptaciones epistemológicas y metodológicas que reconozcan heterogeneidad cultural, la diversidad de formas de razonamiento y las condiciones sociopolíticas locales. Estos autores destacan que el potencial transformador de la EMC se actualiza en la medida en que los aprendizajes matemáticos se vinculan con problemáticas reales del entorno, permitiendo la participación del estudiantado como agentes críticos capaces de analizar, cuestionar y tomar decisiones fundamentadas

Dimensiones operativas de la EMC

Atendiendo a las sistematizaciones recientes de Skovsmose (2011, 2014) y a los desarrollos contemporáneos de la EMC en América Latina, esta investigación adopta cinco dimensiones operativas, las cuales orientan el diseño, la implementación y la evaluación de la propuesta pedagógica:

1. Pertinencia curricular contextualizada

Los contenidos matemáticos se vinculan con problemas reales y significativos para el estudiantado - movilidad urbana, economía familiar, sostenibilidad ambiental, consumo responsable – de modo que el aprendizaje se convierta en una experiencia situada, relevante y culturalmente significativa.

2. Alta demanda cognitiva

Las actividades diseñadas superan la mera ejecución algorítmica y promueven procesos de modelación, análisis de datos, argumentación, uso de múltiples representaciones y elaboración de explicaciones matemáticas fundamentadas.

3. Acceso equitativo al conocimiento

Se garantiza la participación de todos los estudiantes mediante la diversificación de representaciones, apoyos, herramientas y oportunidades reales de aprendizaje, asegurando que las actividades críticas no se conviertan en mecanismos de exclusión.

4. Identidad y pertenencia cultural

Se reconocen y valoran los saberes previos, las experiencias locales, las formas de razonamiento propias del estudiantado y las identidades socioculturales que configuran el aula como espacio plural.

5. Retroalimentación formativa

La evaluación se concibe como proceso continuo de orientación, que explicita criterios de calidad, fomenta la autorregulación y sostiene el desarrollo progresivo del pensamiento reflexivo mediante diálogo, acompañamiento y retroalimentación oportuna.

Estas dimensiones constituyen el andamiaje conceptual que orienta el diseño de la secuencia didáctica implementada como intervención pedagógica, permitiendo transformar los principios de la EMC en prácticas concretas de aula, coherentes con el enfoque sociocrítico adoptado.

En síntesis, la EMC es la columna vertebral de esta investigación, pues proporciona el horizonte filosófico, ético y pedagógico desde el cual se estructura la intervención, orienta la selección de actividades y fundamenta el análisis crítico del aprendizaje matemático en contextos reales. Sus dimensiones operativas permiten convertir su enfoque epistemológico en prácticas didácticas observables y evaluables dentro del diseño cuasiexperimental. A partir de este marco, el siguiente apartado desarrolla la conceptualización del pensamiento reflexivo como variable dependiente,

profundizando en sus dimensiones y en su relevancia para evaluar el impacto formativo de la propuesta basada en la EMC.

2.3.2. Variable dependiente: Pensamiento Reflexivo

El pensamiento reflexivo constituye la variable dependiente de esta investigación y representa el resultado cognitivo central que se espera fortalecer mediante la intervención fundamentada en la EMC. Su inclusión como categoría analítica responde a la necesidad de formar estudiantes capaces de interpretar información, argumentar con fundamento y tomar decisiones razonadas en situaciones reales, de acuerdo con los propósitos formativos establecidos por los marcos curriculares y las políticas educativas contemporáneas.

Desde una perspectiva fundacional, Dewey (1933) definió la reflexión como un proceso activo, intencional y disciplinado a través del cual el individuo examina su experiencia, contrasta sus creencias, evalúa evidencia y construye significado. Esta concepción inicial destaca el papel de la duda, la deliberación y el análisis consciente como elementos que permiten superar respuestas impulsivas o mecánicas. En esta misma línea, Ennis (1991) caracteriza el pensamiento crítico —estrechamente vinculado al pensamiento reflexivo— como “un pensamiento sensato y reflexivo dirigido a decidir qué creer o qué hacer”, resaltando su orientación hacia la acción responsable y la toma de decisiones fundamentadas.

En el campo de la educación matemática, el pensamiento reflexivo articula de manera integrada procesos cognitivos y éticos. Desde lo cognitivo, implica comprender, analizar, razonar, justificar y evaluar argumentos matemáticos; desde lo ético y social, supone deliberar, reconocer consecuencias, valorar alternativas y decidir responsablemente ante situaciones contextualizadas. Por ello, se considera una competencia clave para la alfabetización cuantitativa crítica y para la formación de ciudadanía en sociedades donde los datos, los modelos y las estadísticas influyen en decisiones personales, institucionales y colectivas.

Diversos autores contemporáneos —como Daniels (2020), Lipman (2003), Facione (1990), Isaza y Escobar (2025) y Kollosche (2019)— coinciden en que el pensamiento reflexivo emerge y se fortalece en ambientes de aprendizaje que favorecen la argumentación, la problematización de situaciones reales, el análisis de datos y el diálogo epistémico. Estos escenarios, característicos de la EMC, permiten que los estudiantes examinen críticamente la información, contrasten perspectivas, sustenten sus elecciones y participen en procesos deliberativos que exige la vida democrática.

La pertinencia de esta categoría como variable dependiente radica en su coherencia con la intervención diseñada: una secuencia didáctica fundamentada en la EMC que propone actividades de alta demanda cognitiva, contextualizadas y orientadas al análisis crítico. En este sentido, el pensamiento reflexivo es el marco conceptual que permite evaluar los efectos formativos de la propuesta, al ofrecer indicadores verificables sobre la comprensión, la argumentación y la toma de decisiones matemáticamente fundamentadas.

Para garantizar la claridad conceptual y la rigurosidad metodológica en la medición del pensamiento reflexivo, esta investigación adopta tres dimensiones operativas sustentadas en aportes de UNICEF y la SEP (2024), Facione (1990), Ennis (1991), Daniels (2020) y Skovsmose (2011). Estas dimensiones, coherentes con la literatura reciente y con las demandas del pensamiento matemático del siglo XXI, se describen a continuación:

1. Comprensión e interpretación de información matemática

Incluye la capacidad de analizar datos, gráficos, tablas y expresiones matemáticas; identificar relaciones funcionales; reconocer supuestos, alcances y limitaciones de modelos; y comprender significados matemáticos en contextos reales.

2. Razonamiento y argumentación lógica

Comprende justificar procedimientos y soluciones, formular explicaciones basadas en evidencia matemática, identificar falacias o errores conceptuales, evaluar la validez de diferentes estrategias y comparar modelos o

representaciones alternativas. Esta dimensión fortalece la capacidad de sostener posturas fundamentadas.

3. Toma de decisiones fundamentada

Implica evaluar alternativas con base en criterios matemáticos rigurosos, considerar implicaciones sociales o éticas, interpretar la incertidumbre, valorar riesgos y justificar explícitamente la elección de una opción sobre otra. Esta dimensión articula lo matemático con la vida real y la formación ciudadana.

Estas dimensiones permiten analizar con precisión el impacto de la intervención crítica, ya que constituyen indicadores robustos y medibles para comprender cómo evoluciona el pensamiento reflexivo a lo largo de la secuencia didáctica. Asimismo, posibilitan evaluar el grado en que el estudiantado integra el análisis matemático, la argumentación y la deliberación en la resolución de problemas auténticos, lo cual es coherente con los principios de la EMC.

2.3.3. Secuencia Didáctica Contextualizada: Dispositivo de Operacionalización

La secuencia didáctica contextualizada constituye el dispositivo operativo central mediante el cual se articula la variable independiente – la Educación Matemática Crítica – con la variable dependiente – el pensamiento reflexivo-. En términos metodológicos, la secuencia permite traducir los principios epistemológicos y pedagógicos de la EMC en prácticas concretas de aula, haciendo posible observar y evaluar empíricamente su incidencia en los procesos cognitivos de los estudiantes. Desde el enfoque por competencias (Tobón, 2010) y de acuerdo con los planteamientos de los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 1998, 2006), una secuencia didáctica es una estructura organizada, deliberada y coherentemente planificada de actividades que propician la conceptualización, la modelación, la argumentación y la toma de decisiones fundamentadas a partir de situaciones auténticas.

En esta investigación, la secuencia didáctica se fundamenta explícitamente en los principios de la EMC, lo que implica que el aprendizaje matemático no se concibe como la resolución mecánica de procedimientos, sino como un proceso situado, reflexivo y

socialmente relevante. Por ello, la secuencia integra actividades diseñadas para que los estudiantes analicen, interpreten y modelen fenómenos reales del contexto local, tales como problemáticas de movilidad urbana, consumo responsable, sostenibilidad ambiental, variaciones socioeconómicas o toma de decisiones comunitarias; escenarios que permiten movilizar habilidades de interpretación, argumentación y juicio crítico matemáticamente informado.

Rasgos distintivos de una secuencia didáctica contextualizada fundamentada en EMC

Una secuencia didáctica coherente con la EMC se caracteriza por los siguientes elementos, retomados de Skovsmose (2011, 2014), Kaiser y Sriraman (2006) y las adaptaciones latinoamericanas contemporáneas:

1. Contextualización auténtica.

Los contenidos matemáticos emergen de situaciones reales significativas para el estudiante. La matemática escolar se convierte en herramienta para comprender su entorno, analizar problemas cotidianos y deliberar sobre fenómenos comunitarios. Esta contextualización fortalece la pertinencia y el sentido del aprendizaje.

2. Progresión cognitiva.

Las actividades se estructuran con niveles crecientes de complejidad, transitan desde la exploración conceptual hacia tareas que requieren análisis crítico, modelación y toma de decisiones fundamentadas. Esta progresión estimula habilidades cognitivo-reflexivas de mayor nivel.

3. Construcción colectiva del conocimiento

La secuencia incorpora espacios sistemáticos de diálogo, argumentación, trabajo colaborativo y confrontación de ideas, donde los estudiantes explican sus procedimientos, justifican sus decisiones y evalúan alternativas. Este dinamismo responde a los principios socioculturales de aprendizaje.

4. Metacognición y retroalimentación formativa.

La reflexión sobre el propio pensamiento, el análisis de estrategias utilizadas y la revisión de los criterios que sustentan decisiones forman parte del proceso. La

retroalimentación continua orienta al estudiante hacia la autorregulación y la mejora de sus habilidades reflexivas.

Funciones centrales de la secuencia didáctica contextualizada

La secuencia no es únicamente un conjunto de actividades, sino un dispositivo articulador que cumple tres funciones clave para la lógica de esta investigación:

- Operacionalizar la EMC. Convierte los principios de la Educación Matemática Crítica —contextualización, problematización, participación, análisis crítico— en dinámicas pedagógicas concretas implementadas en el aula. De este modo, la EMC deja de ser un marco teórico abstracto y se transforma en una experiencia formativa observable.
- Activar el pensamiento reflexivo. Plantea problemas que requieren comprender información, argumentar con fundamento, cuestionar supuestos y tomar decisiones éticamente informadas. La secuencia constituye, así, el ambiente pedagógico que permite la emergencia de procesos reflexivos de alto nivel, en coherencia con las dimensiones definidas en la investigación.
- Permitir la observación empírica. Al estructurarse de manera sistemática y secuenciada, posibilita medir los cambios entre el pretest y el posttest, así como analizar la evolución del pensamiento reflexivo mediante rúbricas, producciones matemáticas, diarios reflexivos y demás instrumentos diseñados para el estudio. Es el puente entre la teoría crítica y la validación metodológica del diseño cuasiexperimental.

2.3.4. *Articulación conceptual*

La articulación conceptual constituye el eje integrador del marco conceptual, pues permite demostrar cómo cada uno de los componentes —la Educación Matemática Crítica, el pensamiento reflexivo y la secuencia didáctica contextualizada— opera de manera complementaria y coherente dentro del diseño investigativo. Esta integración no se limita a una relación superficial entre categorías, sino que configura un entramado

lógico que vincula el horizonte epistemológico, el propósito formativo y los mecanismos metodológicos que hacen posible evaluar la incidencia de la intervención.

En primer lugar, la EMC representa el fundamento filosófico y político que orienta el sentido de la enseñanza matemática. Su función es definir el para qué del aprendizaje, posicionando las matemáticas como una herramienta para comprender, problematizar e intervenir críticamente en la realidad. Desde este enfoque, el aula se concibe como un espacio de análisis social y deliberación, donde los estudiantes confrontan fenómenos reales, examinan usos éticos de la información y cuestionan discursos que se sustentan en modelos matemáticos.

En segundo lugar, el pensamiento reflexivo opera como el resultado cognitivo esperado: es la categoría que define las habilidades, operaciones y disposiciones que los estudiantes deben movilizar cuando interactúan con situaciones matemáticas de carácter social. Esta categoría sintetiza la capacidad de interpretar información, argumentar decisiones y evaluar alternativas con criterios matemáticos, éticos y sociopolíticos. De este modo, el pensamiento reflexivo se convierte en la medida principal de la incidencia de la EMC, y en la evidencia empírica del impacto formativo de la propuesta.

En tercer lugar, la secuencia didáctica contextualizada constituye el dispositivo a través del cual la EMC se transforma en experiencias de aprendizaje y el pensamiento reflexivo se vuelve observable y evaluable. Es el puente metodológico que conecta el marco teórico con el trabajo empírico del aula: operacionaliza los principios de la EMC, activa las dimensiones del pensamiento reflexivo y permite comparar su evolución entre el pretest y el posttest. En este sentido, la secuencia actúa como el mecanismo que convierte los supuestos teóricos en prácticas concretas y, simultáneamente, en indicadores medibles.

Los tres conceptos no funcionan de manera aislada, sino como una triada inseparable: la EMC define el sentido y enfoque crítico del aprendizaje matemático: qué se enseña y con qué propósito formativo y sociopolítico, el pensamiento reflexivo define el resultado cognitivo y ciudadano que se espera lograr en los estudiantes: cómo usan la información para comprender, valorar y decidir y la secuencia didáctica contextualizada

actúa como el vehículo pedagógico y metodológico que articula ambos elementos en el aula: cómo se enseña y cómo se evalúa.

Esta integración asegura que todas las decisiones curriculares, pedagógicas y evaluativas del estudio respondan de manera coherente a la hipótesis de investigación, al marco teórico y al diseño cuasiexperimental. Así, la triada conceptual no solo organiza el marco interpretativo del estudio, sino que también garantiza que las variables estén claramente definidas, operacionalizadas y vinculadas entre sí con rigor metodológico.

En conjunto, esta articulación confiere solidez epistemológica a la investigación, asegura la coherencia interna del diseño empírico y establece una base consistente para valorar el impacto de la EMC en el desarrollo del pensamiento reflexivo de los estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo de Manizales.

2.4. Marco Contextual.

El escenario donde se desarrolla la presente investigación es el Colegio de Cristo, institución educativa de carácter oficial ubicada en la ciudad de Manizales, reconocida por su orientación humanista e inspiración marista. Su identidad pedagógica se fundamenta en la formación integral, la construcción de vínculos de fraternidad y el compromiso social con las comunidades que atiende. La propuesta formativa marista – centrada en los valores de solidaridad, respeto, servicio y responsabilidad- configura un marco ético y cultural que orienta las prácticas educativas, las relaciones interpersonales y las expectativas sobre el desarrollo personal y ciudadano del estudiantado (Maristas, 2020). Este horizonte institucional resulta profundamente coherente con los principios de la EMC, cuyo enfoque vincula el saber matemático con la justicia social, la reflexión ética y la participación responsable.

En el contexto local, el Colegio de Cristo ha mantenido un desempeño académico destacado en las pruebas Saber 11, situándose entre las instituciones oficiales con mejores resultados en la ciudad según los reportes públicos del ICFES (2024). Este rendimiento evidencia la existencia de una cultura institucional orientada al mejoramiento continuo, respaldada por un cuerpo docente estable y profesional, así

como la consolidación de prácticas pedagógicas sólidas. Sin embargo, los informes institucionales revelan tensiones persistentes en el área de matemáticas, especialmente en lo referente al desarrollo de habilidades de orden superior: interpretación de información estadística, lectura crítica de datos, argumentación matemática, modelación de situaciones de la vida real y resolución de problemas no rutinarios. Dichas dificultades coinciden con el panorama nacional descrito por Medina Cobo (2022) y Orozco (2021), quienes señalan que la enseñanza de las matemáticas en Colombia continúa mayormente anclada en prácticas transmisivas y algorítmicas, con escasos espacios para la reflexión y el análisis crítico.

La población estudiantil del Colegio de Cristo está constituida por adolescentes de básica y media, provenientes de sectores urbanos y periurbanos de Manizales, con noveles socioeconómicos heterogéneos y trayectorias escolares diversas. Esta variedad sociocultural genera diferencias en capitales culturales, experiencias previas y expectativas educativas, lo que plantea retos importantes para garantizar la equidad en los aprendizajes (MEN, 2018). El contexto familiar y comunitario también refleja tensiones contemporáneas como la inequidad socioeconómica, el desempleo, la contaminación ambiental, la presión digital, la desinformación y diversas problemáticas culturales propias de las ciudades latinoamericanas. Estos factores influyen directamente en las formas en que los estudiantes se relacionan con el conocimiento matemático y con los fenómenos de su entorno.

En términos institucionales, el colegio dispone de recursos tecnológicos suficientes —computadores, conectividad, software de análisis de datos y herramientas digitales básicas— que facilitan la implementación de actividades contextualizadas, análisis de información real y dinámicas colaborativas mediadas por tecnologías. La institución cuenta además con una cultura pedagógica que favorece la innovación educativa, lo cual facilita la adopción de enfoques como la EMC y metodologías centradas en la argumentación, la modelación y la toma de decisiones fundamentadas.

Desde la perspectiva de la justicia social en educación matemática (Gutiérrez, 2008), este contexto heterogéneo constituye una oportunidad para trabajar problemas auténticos vinculados al entorno inmediato del estudiantado: movilidad urbana,

distribución de recursos, sostenibilidad ambiental, consumo responsable, acceso a la información, inequidades territoriales, entre otros. Estas situaciones, cuando se abordan con herramientas matemáticas, permiten que los estudiantes desarrollen no solo competencias procedimentales, sino capacidades críticas para interpretar fenómenos, cuestionar discursos, evaluar datos y argumentar decisiones con sentido ético.

No obstante, la literatura coincide en que existe una brecha entre el currículo prescrito y las prácticas reales de aula en la educación matemática colombiana. Aunque los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) enfatizan procesos como la resolución de problemas, la argumentación, la modelación, la comunicación y el pensamiento variacional, su implementación suele verse limitada por factores estructurales: presión por resultados estandarizados, grupos numerosos, cargas administrativas, insuficiente formación docente en enfoques reflexivos y predominio de metodologías centradas en la repetición (Gómez y Ramírez, 2019; Sánchez, 2020). El Colegio de Cristo no es ajeno a estas tensiones, especialmente en la básica secundaria, donde se evidencia la necesidad de oportunidades más amplias para trabajar problemas reales, analizar datos y justificar decisiones matemáticas.

En este panorama, el área de matemáticas adquiere un papel formativo determinante. La UNESCO (2023) destaca que las competencias del siglo XXI requieren pensamiento crítico, lectura de datos, reflexión ética y capacidad para participar en la deliberación democrática. Para los estudiantes del Colegio de Cristo, desarrollar pensamiento reflexivo es indispensable para interpretar discursos mediáticos, comprender información numérica en redes sociales, evaluar decisiones cotidianas (consumo, movilidad, salud, ambiente), identificar sesgos y participar activamente en conversaciones comunitarias y escolares.

La EMC ofrece un conjunto de principios plenamente alineados con las necesidades del contexto institucional. Su énfasis en la relación entre matemáticas, poder, responsabilidad y ciudadanía permite abordar críticamente los usos de los datos, los modelos y las representaciones en fenómenos relevantes para la vida del estudiantado. Investigadores como Skovsmose (2011) y Ernest (2018) destacan que la matemática constituye una herramienta para interpretar el mundo y actuar sobre él;

mientras que en Latinoamérica, Isaza y Escobar (2025) subrayan que su implementación favorece la agencia estudiantil y la lectura crítica del entorno.

Las condiciones específicas del Colegio de Cristo consolidan su pertinencia como escenario investigativo:

- Compromiso institucional con la formación integral y la justicia social.
- Estabilidad y profesionalismo docente, clave para procesos sostenidos.
- Resultados académicos sólidos que permiten implementar propuestas de alta demanda cognitiva.
- Infraestructura adecuada para actividades colaborativas, trabajo con datos y modelación.
- Diversidad sociocultural del estudiantado, que enriquece el análisis crítico de problemas reales.
- Cultura institucional orientada al mejoramiento continuo y a la innovación pedagógica.

Por estas razones, el Colegio de Cristo constituye un laboratorio pedagógico idóneo para desarrollar e investigar una propuesta basada en la EMC orientada al fortalecimiento del pensamiento reflexivo. La convergencia entre el proyecto educativo marista, el currículo matemático colombiano y las características socioculturales del estudiantado no solo legitima la pertinencia de esta intervención, sino que también abre posibilidades reales para generar transformaciones profundas en la manera en que los estudiantes interpretan, argumentan y toman decisiones frente a su realidad social.

2.5. Marco Legal y Normativo.

El marco legal y normativo que orienta la presente investigación configura un andamiaje robusto que no solo habilita, sino que exige la formación de sujetos críticos, reflexivos y capaces de utilizar el conocimiento matemático para comprender y transformar su realidad. En el escenario contemporáneo, los sistemas educativos están interpelados por agendas internacionales que sitúan la equidad, la justicia social, el pensamiento crítico y la ciudadanía activa como fines esenciales de la educación, al

tiempo que los marcos normativos nacionales consagran la educación como un derecho fundamental y un servicio público con función social (República de Colombia, 1991). En este horizonte, la Educación Matemática Crítica (EMC) y el fortalecimiento del pensamiento reflexivo no constituyen innovaciones periféricas, sino que son respuestas coherentes y necesarias frente a mandatos jurídicos y compromisos de política educativa de carácter global y nacional.

En el plano internacional, la Agenda de Educación 2030 y la Declaración de Incheon–Educación 2030 consolidan una visión de la educación como derecho humano, bien público y herramienta central para la sostenibilidad, la equidad y la paz. En particular, el Objetivo de Desarrollo Sostenible 4 (ODS 4) establece que los sistemas educativos deben garantizar una educación inclusiva y de calidad, promoviendo habilidades para el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la participación ciudadana responsable (UNESCO, 2016, 2020). Estos lineamientos exigen que la escuela trascienda la simple transmisión de contenidos para convertirse en un espacio de análisis, deliberación y construcción de sentido frente a los desafíos sociopolíticos, económicos, ambientales, tecnológicos y éticos del siglo XXI.

La UNESCO (2023) reitera estos principios al señalar que los estudiantes deben ser formados para evaluar críticamente información, interpretar datos complejos y tomar decisiones fundamentadas en contextos caracterizados por alta incertidumbre y sobreabundancia de información. En esta misma dirección, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE, 2018, 2021) incorpora en sus marcos de evaluación competencias como el pensamiento crítico, la alfabetización matemática aplicada a problemas reales, el análisis de datos y la capacidad de deliberación. Estas tendencias convergen en un mensaje común: la alfabetización matemática del siglo XXI implica comprender, analizar y usar críticamente la información cuantitativa para actuar de manera ética, responsable y socialmente informada.

Desde esta óptica, propuestas pedagógicas como la EMC —que promueven la interpretación crítica de fenómenos sociales, la modelación contextualizada y el análisis ético de datos públicos— se alinean plenamente con los marcos internacionales que conciben el currículo como herramienta para la formación ciudadana crítica. Al ubicar el

pensamiento reflexivo como resultado esperado de la enseñanza matemática, la presente investigación responde a estas tendencias globales que promueven una educación orientada a la equidad, la democracia y la justicia social.

En el contexto colombiano, el fundamento jurídico se establece en la Constitución Política de 1991, cuyo artículo 67 consagra la educación como derecho fundamental y servicio público con función social, orientado al pleno desarrollo de la personalidad y al fortalecimiento del respeto por los derechos humanos, la paz y la democracia (República de Colombia, 1991). Este mandato constitucional exige concebir la escuela como un escenario de formación ciudadana donde los estudiantes desarrollen autonomía intelectual, juicio crítico y capacidad para participar en la vida pública.

De igual manera, la Ley 1581 de 2012 y el Decreto 1377 de 2013 regulan la protección de datos personales en Colombia, estableciendo obligaciones para el tratamiento responsable, informado y seguro de la información de los estudiantes. Esta normativa sustenta jurídicamente los procedimientos de Consentimiento Informado y Asentimiento Informado utilizados en esta investigación, garantizando el manejo ético, confidencial y autorizado de los datos recogidos durante la intervención.

Este principio se desarrolla en la Ley General de Educación (Ley 115 de 1994), que define entre los fines de la educación el desarrollo de capacidades críticas, reflexivas y analíticas, así como la formación en valores democráticos y en el ejercicio responsable de la ciudadanía (Congreso de la República de Colombia, 1994). La ley establece la obligación de integrar el conocimiento científico con la formación ética, estética y política, planteando un marco que legitima plenamente enfoques pedagógicos como la EMC, los cuales conectan el saber matemático con el análisis crítico de la realidad social.

El Decreto 1860 de 1994, que reglamenta parcialmente la Ley 115, profundiza estas orientaciones al señalar que los Proyectos Educativos Institucionales (PEI) deben ser coherentes con los fines de la educación y con las necesidades del contexto. Esto abre la puerta para incorporar enfoques pedagógicos críticos, metodologías activas y prácticas orientadas a la reflexión y la participación democrática (República de

Colombia, 1994). En consecuencia, la integración de la EMC y del pensamiento reflexivo al currículo institucional del Colegio de Cristo cuenta con respaldo jurídico explícito.

En materia de evaluación, el Decreto 1290 de 2009 —compilado posteriormente en el Decreto Único Reglamentario 1075 de 2015— establece que la evaluación debe ser integral, continua y formativa, valorando procesos de comprensión, análisis, argumentación y toma de decisiones, más allá de la ejecución mecánica de algoritmos (República de Colombia, 2009, 2015). Estos lineamientos son profundamente compatibles con la EMC, que enfatiza la necesidad de evaluar no solo resultados, sino los criterios, argumentos y fundamentos que sustentan las decisiones del estudiante frente a situaciones problemáticas.

En síntesis, el marco constitucional y legal colombiano concibe la educación como una práctica con función social y política, orientada a la formación de ciudadanos críticos, autónomos y comprometidos con la democracia y la justicia social. La presente investigación se inscribe en plena consonancia con este mandato al proponer una intervención didáctica que articula educación matemática, EMC y desarrollo del pensamiento reflexivo en la básica secundaria.

En cuanto a los referentes curriculares, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) establecen que la formación matemática debe estar organizada en torno a procesos como la resolución de problemas, el razonamiento, la argumentación, la modelación, la comunicación y el pensamiento variacional. Ambos documentos subrayan la necesidad de situar los contenidos en contextos significativos para los estudiantes y de promover una comprensión profunda que fomente el análisis y la toma de decisiones informadas. Estos planteamientos coinciden notablemente con la EMC, que entiende la matemática como herramienta para analizar críticamente fenómenos sociales, económicos y ambientales.

Sin embargo, investigaciones recientes advierten la existencia de una brecha entre lo prescrito y lo implementado. Factores estructurales —como la presión por

resultados estandarizados, la cultura evaluativa centrada en lo cuantitativo, la gran cantidad de estudiantes por grupo, la carga administrativa y la insuficiente formación docente— limitan la puesta en práctica de las orientaciones curriculares (Gómez y Ramírez, 2019; Sánchez, 2020). Esta tensión constituye uno de los puntos de partida de la investigación, pues resalta la necesidad de propuestas pedagógicas que permitan materializar lo que los documentos normativos plantean teóricamente.

En este panorama, la EMC se presenta como una vía adecuada para llevar a la práctica el enfoque curricular nacional: secuencias didácticas contextualizadas que integren problemas auténticos, análisis de datos reales, modelación y argumentación, articulando el aprendizaje disciplinar con la formación ciudadana y el pensamiento reflexivo. La propuesta cuasiexperimental de esta investigación no introduce un enfoque ajeno al currículo, sino que operacionaliza —con rigor y sistematicidad— los principios críticos ya presentes en los documentos oficiales.

El Plan Nacional Decenal de Educación (2016–2026), como política de Estado, refuerza esta necesidad al plantear que la educación colombiana debe promover la formación ciudadana, la justicia social, la diversidad cultural y el desarrollo de competencias críticas, creativas y reflexivas (Ministerio de Educación Nacional, 2017). El documento destaca que la escuela debe transformarse en un espacio de deliberación, participación democrática y construcción colectiva de conocimiento. Estos lineamientos convergen directamente con la EMC y con el enfoque de pensamiento reflexivo adoptado en esta investigación.

En conjunto, los referentes internacionales (Agenda 2030, ODS 4, UNESCO, OCDE), la Constitución Política de 1991, la Ley 115 de 1994, los decretos reglamentarios y el marco curricular de matemáticas configuran un entramado normativo que legitima y reclama la formación de estudiantes capaces de analizar información, argumentar con base en evidencias, tomar decisiones fundamentadas y participar activamente en la vida democrática. La EMC y el desarrollo del pensamiento reflexivo en el aula de matemáticas no son, por tanto, una innovación aislada, sino una respuesta coherente a las exigencias jurídicas y de política pública contemporánea.

Este marco legal y normativo permite concluir que la propuesta investigativa —centrada en una secuencia didáctica contextualizada desde la EMC en grado noveno del Colegio de Cristo— se encuentra sólidamente respaldada por las orientaciones nacionales e internacionales. Asimismo, subraya la responsabilidad ética y profesional del sistema educativo: traducir los principios normativos en prácticas concretas que permitan a las y los estudiantes utilizar las matemáticas como herramienta para comprender y transformar su realidad en clave de democracia, equidad y justicia social.

El conjunto de referentes históricos, teóricos y conceptuales abordados en este capítulo permite consolidar una base epistemológica sólida para comprender la naturaleza y relevancia del problema investigado. La reconstrucción del estado del arte evidencia que la Educación Matemática Crítica ha evolucionado desde una crítica a la supuesta neutralidad de las matemáticas escolares hacia la formulación de ambientes sociocríticos enfocados en la agencia estudiantil y la formación ciudadana. De igual modo, la trayectoria teórica del pensamiento reflexivo y crítico muestra que estas capacidades no son habilidades aisladas, sino procesos complejos que integran análisis, interpretación, argumentación y toma de decisiones fundamentadas, aspectos indispensables para una educación matemática coherente con las demandas contemporáneas.

Esta revisión permite afirmar que la presente investigación se inscribe en debates vigentes y pertinentes tanto en el ámbito internacional como en el latinoamericano y nacional, y que atiende vacíos investigativos identificados en la literatura, especialmente en lo que respecta a estudios cuasiexperimentales que evalúen la incidencia de la EMC en el desarrollo del pensamiento reflexivo.

Asimismo, la articulación conceptual desarrollada —entre la EMC como enfoque formativo, el pensamiento reflexivo como resultado cognitivo y la secuencia didáctica contextualizada como dispositivo de implementación— dota a la investigación de una coherencia interna que posibilita una lectura integrada del fenómeno educativo. Este entramado teórico no solo sustenta la hipótesis del estudio, sino que delimita con claridad la manera en que la intervención debe materializarse en la práctica para garantizar su potencial transformador en el aula. A partir de esta triangulación

epistemológica, se establece un puente entre los principios pedagógicos, la participación activa de los estudiantes y la construcción social del conocimiento matemático, reconociendo que el aprendizaje reflexivo emerge de la interacción, la problematización de situaciones reales y el análisis crítico de fenómenos del entorno. El marco conceptual, en este sentido, no se limita a describir categorías, sino que configura el fundamento lógico que orienta la selección metodológica, la construcción de instrumentos y la interpretación de los resultados.

Finalmente, el análisis del contexto institucional y del marco legal y normativo confirma la pertinencia y necesidad de una intervención basada en Educación Matemática Crítica en el Colegio de Cristo de Manizales. Las características socioculturales de la población estudiantil, los desafíos identificados en relación con la argumentación matemática y la comprensión de información, así como las demandas del currículo colombiano y las directrices internacionales sobre pensamiento crítico, convergen en un escenario que exige prácticas pedagógicas orientadas al desarrollo de competencias superiores. En consecuencia, el marco teórico aquí construido se convierte en la plataforma desde la cual se justifica el diseño cuasiexperimental propuesto, permitiendo transitar hacia una definición rigurosa de las decisiones metodológicas que sustentan el estudio. De este modo, el capítulo cierra dando paso al Capítulo III, en el cual se describen en detalle el enfoque, el diseño, los participantes, los instrumentos y los procedimientos que harán posible evaluar la incidencia de la EMC en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo de los estudiantes.

CAPÍTULO III. Fundamentos metodológicos y resultados de investigación.

Este capítulo presenta los fundamentos metodológicos que sustentan la investigación y expone los resultados obtenidos a partir de la aplicación de la estrategia pedagógica basada en la EMC. Se describe la operacionalización de las variables, el enfoque y diseño cuasiexperimental adoptado, los métodos, técnicas e instrumentos empleados, el desarrollo del trabajo de campo y el procesamiento de la información. Finalmente, se analizan los resultados derivados de las pruebas pretest y posttest y se discuten en diálogo con el marco teórico, con el propósito de explicar la incidencia de la propuesta pedagógica en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo.

El presente capítulo expone de manera detallada los fundamentos metodológicos que orientaron esta investigación y presenta los resultados derivados de la implementación de una estrategia pedagógica basada en la EMC, orientada al fortalecimiento del pensamiento reflexivo en estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo de Manizales. La estructura del capítulo se organiza y justifica el enfoque, el diseño, los métodos, las técnicas, los instrumentos y los procedimientos de análisis empleados.

La investigación se desarrolló desde un enfoque cuantitativo, con un diseño cuasiexperimental de tipo pretest–posttest con grupo control, lo que permitió medir con precisión la incidencia de la estrategia pedagógica diseñada sobre las dimensiones del pensamiento reflexivo: comprensión e interpretación de información matemática, razonamiento y argumentación lógica, y toma de decisiones fundamentada. Este tipo de diseño es especialmente pertinente para contextos escolares donde no es posible la asignación aleatoria de los participantes. Como afirman Hernández-Sampieri y Mendoza (2018), los diseños cuasiexperimentales ofrecen una alternativa metodológica robusta cuando el control experimental estricto no es viable, permitiendo establecer relaciones causales razonablemente sólidas entre la intervención y los cambios observados en la variable dependiente.

Si bien el eje central del estudio es cuantitativo, se incorporaron elementos cualitativos complementarios —tales como observaciones focalizadas y registros reflexivos de los estudiantes— con el fin de comprender de manera situada la experiencia pedagógica. Esta integración selectiva de datos cualitativos responde al criterio de complementariedad metodológica, según el cual distintos tipos de evidencia permiten captar dimensiones diversas de un fenómeno educativo. En la perspectiva de Creswell y Creswell (2022), la articulación de evidencias numéricas y narrativas fortalece la validez interpretativa de los hallazgos, pues posibilita comprender no solo cuánto cambian los estudiantes, sino también cómo y por qué dichos cambios se producen en el desarrollo de competencias reflexivas.

La estrategia pedagógica implementada se fundamentó en los principios de la EMC, enfoque que sitúa las matemáticas como práctica sociopolítica y que promueve procesos de análisis crítico, argumentación, interpretación de datos y toma de decisiones frente a fenómenos del entorno. Este posicionamiento se articula con los postulados de la pedagogía crítica, desde los cuales Hooks (2020) y Freire (1970) sostienen la necesidad de promover prácticas educativas emancipadoras que permitan a los estudiantes comprender y transformar su realidad. En coherencia, las actividades diseñadas integraron problemas contextualizados, análisis de situaciones reales, escenarios de investigación y discusiones argumentativas orientadas a movilizar procesos reflexivos.

Este capítulo, por tanto, se organiza en cuatro apartados principales. En primer lugar, se presenta la operacionalización de variables, elemento clave para garantizar la validez interna del estudio y la coherencia entre el problema, los objetivos y los indicadores evaluados. En segundo lugar, se describe el diseño metodológico, especificando el enfoque, el tipo de estudio, los métodos y los procedimientos adoptados. En tercer lugar, se detallan los instrumentos, su proceso de construcción, validación mediante juicio de expertos, y estimación de confiabilidad a través del coeficiente α de Cronbach, de acuerdo con los criterios del nivel empírico descritos por Rojas-Plasencia, Vilaú y Camejo (2018). Finalmente, se exponen los resultados del pretest y del posttest, seguidos de su correspondiente análisis estadístico e interpretación,

con el propósito de valorar la incidencia de la estrategia pedagógica en el desarrollo del pensamiento reflexivo.

En síntesis, este capítulo ofrece una fundamentación metodológica rigurosa y una presentación sistemática de los hallazgos, con el fin de demostrar la pertinencia, coherencia y solidez del diseño cuasiexperimental implementado, así como la eficacia de la Educación Matemática Crítica como vía para fortalecer el pensamiento reflexivo en estudiantes de básica secundaria.

3.1. Cuadro de operacionalización de variables.

En coherencia con el marco teórico y con la estructura planteada en el Capítulo I, se definieron dos variables principales en el estudio: la variable independiente (VI) y la variable dependiente (VD). La VI correspondió a la estrategia pedagógica fundamentada en la EMC, concebida como la intervención implementada en el grupo experimental. Esta estrategia se operacionalizó mediante dimensiones que reflejan componentes propios del enfoque crítico, tales como la contextualización de contenidos, la problematización sociomatemática, la argumentación dialógica, la deliberación crítica y la participación activa de los estudiantes. Cada dimensión permitió identificar indicadores observables que manifiestan la incorporación efectiva de los principios de la EMC en la práctica de aula.

Por su parte, la VD fue definida como el pensamiento reflexivo, entendido desde una perspectiva multidimensional. Se estructuró en tres dimensiones derivadas del marco conceptual y del planteamiento de la hipótesis de investigación:

- Comprensión e interpretación de la información matemática: capacidad para leer, comprender y dar significado a datos, enunciados y resultados matemáticos en contextos tanto académicos como reales.
- Razonamiento y argumentación lógica: habilidad para establecer conexiones lógicas, justificar procedimientos y conclusiones, y construir argumentos coherentes al resolver problemas o debatir sobre situaciones que involucran matemáticas.

- Toma de decisiones fundamentada: aptitud para elegir cursos de acción o posiciones frente a problemas con base en análisis de información cuantitativa y cualitativa, valorando las consecuencias y justificando críticamente dichas decisiones.

Cada dimensión fue definida conceptualmente y luego definida operacionalmente mediante indicadores observables. Por ejemplo, en la dimensión de comprensión se incluyeron indicadores como “identificación correcta de datos relevantes en un problema” o “explicación con sus propias palabras del significado de un resultado matemático”; en razonamiento, indicadores como “uso de inferencias lógicas válidas” o “capacidad de contraargumentar una solución alternativa”; y en toma de decisiones, indicadores como “elección de una solución considerando criterios justificables” o “argumentación de las decisiones con base en evidencia matemática”. Estas especificaciones quedaron consignadas en un cuadro de operacionalización de variables, que detalló para cada variable sus dimensiones, indicadores y la escala de medición correspondiente (por ejemplo, puntajes en pruebas, niveles de desempeño en rúbricas, etc.). Este procedimiento siguió lineamientos metodológicos institucionales y aseguró que los constructos teóricos fueran medidos de forma válida y confiable en el contexto del estudio.

Cabe señalar que algunas variables se midieron de forma compuesta (integrando múltiples ítems o criterios, como en el caso del pensamiento reflexivo con sus tres dimensiones), mientras que otras fueron simples (definidas por un único indicador, p. ej., la asistencia a clases como control del tratamiento). La hipótesis de investigación estableció que la implementación de la estrategia pedagógica crítica (VI) incidiría significativamente en el desarrollo de las tres dimensiones del pensamiento reflexivo (VD) de los estudiantes. En términos operativos, esto implicaba esperar mejoras significativas en los puntajes de posttest del grupo experimental en comprensión, razonamiento y toma de decisiones, en comparación con sus propios puntajes de pretest y con los puntajes de los grupos de control que no recibieron la intervención. Para contrastar esta hipótesis se planificó un análisis estadístico con un nivel de significación $\alpha = 0,05$, detallado más adelante.

Tabla 3 Tabla de Operacionalización de variables.

Operacionalización de Variables						
Tema: Estrategia de Educación Matemática Crítica basada en el análisis de problemáticas sociomatemáticas del entorno para fortalecer el pensamiento reflexivo en estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo de Manizales, Colombia durante el año 2025.						
Pregunta de investigación	Objetivo general	Objetivos específicos	Hipótesis	Variables estudiadas	Dimensiones	Indicadores
¿Cómo incide la implementación de una propuesta pedagógica fundamentada en la Educación Matemática Crítica en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo de los estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo de la ciudad de Manizales durante el año 2025?	Proponer una estrategia pedagógica fundamentada en la Educación Matemática Crítica para fortalecer el pensamiento reflexivo de los estudiantes de básica secundaria del colegio de Cristo de la ciudad de Manizales	1. Analizar los fundamentos teóricos, conceptuales y legales que sustentan la Educación Matemática Crítica y su relación con el pensamiento reflexivo en el contexto de la educación secundaria. 2. Diagnosticar el nivel inicial de desarrollo del pensamiento reflexivo en los estudiantes de grado noveno, a partir de instrumentos de recolección de información pertinentes.	Hipótesis de investigación (Hi): La implementación de una estrategia pedagógica fundamentada en la Educación Matemática Crítica incide de manera significativa en el desarrollo de las dimensiones de comprensión e interpretación de información matemática, razonamiento y argumentación lógica, y toma de decisiones fundamentada, que integran el pensamiento reflexivo de los estudiantes de básica secundaria	Variable independiente: Estrategia pedagógica basada en la EMC	Contextualización de contenidos	Inclusión de situaciones reales y cercanas al contexto del estudiante en las actividades matemáticas Pertinencia de los problemas planteados frente a la vida cotidiana, el entorno social y cultural. Capacidad de los estudiantes para reconocer la aplicabilidad de los conceptos matemáticos en su realidad inmediata
					Análisis de problemáticas sociales	Identificación de variables matemáticas en fenómenos sociales, económicos y ambientales. Capacidad para relacionar datos cuantitativos con hechos sociales concretos. Producción de explicaciones matemáticas que den cuenta de la magnitud de los problemas analizados
					Argumentación	Claridad en la exposición de ideas matemáticas y sociales al resolver problemas.

		3. Diseñar una propuesta pedagógica basada en la EMC que articule contenidos matemáticos con problemáticas sociales y educativas del entorno. 4. Implementar la estrategia pedagógica en el aula con los estudiantes de básica secundaria, promoviendo espacios de reflexión crítica, argumentación y toma de decisiones fundamentadas. 5. Evaluar la incidencia de la propuesta pedagógica en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo de los estudiantes de	del Colegio de Cristo en Manizales, durante el año 2025. •Hipótesis nula (H0): No existen diferencias estadísticamente significativas entre los puntajes de pensamiento reflexivo – en sus dimensiones de comprensión-interpretación, razonamiento-argumentación y toma de decisiones – obtenidos por los estudiantes antes y después de la implementación de la estrategia pedagógica basada en la EMC •Hipótesis alternativa (H1): Existen diferencias estadísticamente significativas entre los puntajes de pensamiento			Uso de evidencias numéricas, gráficas o algebraicas para sustentar conclusiones. Consistencia lógica en la formulación de respuestas y contraargumentos.
					Deliberación crítica	Participación en discusiones grupales sobre implicaciones sociales de los resultados matemáticos. Emisión de juicios fundamentados en datos y teorías. Planteamiento de alternativas o propuestas frente a situaciones problemáticas
					Participación de los estudiantes	Grado de involucramiento en actividades de aula relacionadas con la propuesta pedagógica. Colaboración en el trabajo grupal y en proyectos de análisis matemático-crítico. Expresión autónoma de opiniones y reflexiones frente a problemáticas abordadas.
				Variable dependiente: Pensamiento reflexivo en los estudiantes de básica secundaria	Comprensión e interpretación de información matemática	Reconoce conceptos, datos y representaciones matemáticas en enunciados, tablas o gráficos. Explica con claridad el significado de los datos matemáticos en relación con situaciones de la vida cotidiana. Traduce información matemática de un formato a otro (texto-gráfico, tabla-expresión algebraica)

		básica secundaria en el Colegio de Cristo.	reflexivo – en sus dimensiones de comprensión-inte rpretación, razonamiento-arg umentación y toma de decisiones – obtenidos por los estudiantes antes y después de la implementación de la estrategia basada en la EMC.		Razonamiento y argumentación lógica	Formula explicaciones coherentes sobre los procedimientos utilizados para resolver problemas. Justifica resultados y decisiones con base en evidencias matemáticas. Emplea un lenguaje lógico y riguroso al sustentar conclusiones en contextos sociales o matemáticos.
					Toma de decisiones fundamentadas	Selecciona estrategias matemáticas adecuadas para resolver problemas en contextos reales. Evalúa las consecuencias de diferentes alternativas de solución con base en datos matemáticos. Propone soluciones fundamentadas que integren razonamiento matemático y criterios éticos o sociales.

3.2. Diseño metodológico.

El diseño metodológico constituyó el sistema organizado de métodos, técnicas e instrumentos seleccionados y articulados de manera lógica, con el fin de garantizar el rigor científico y la coherencia entre los objetivos, la pregunta de investigación, las hipótesis y las variables en estudio. Este apartado describe la ruta metodológica que siguió la investigación, partiendo de los enfoques generales hasta los procedimientos más específicos, asegurando consistencia en todas las fases del proceso (Hernández-Sampieri, Fernández y Baptista, 2018).

La investigación se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo, inscrito en el paradigma empírico–analítico. Dicho enfoque permitió operacionalizar las variables en dimensiones e indicadores, aplicar instrumentos estandarizados y realizar análisis estadístico de los datos obtenidos. Tal como señala Mousalli-Kayat (2015), el enfoque cuantitativo se caracteriza por la medición objetiva y el control riguroso, condiciones que hicieron posible comprobar las hipótesis del estudio y evaluar con precisión el efecto de la intervención pedagógica.

El diseño adoptado correspondió a un cuasiexperimento de tipo pretest–posttest con grupos intactos no equivalentes, clasificado por Campbell y Stanley (2005) como un diseño de “preprueba–posprueba con grupo de comparación no equivalente” (Diseño 6). En este tipo de diseño se trabaja con grupos preexistentes (en este caso, los cursos de grado noveno del Colegio de Cristo) a los cuales no es posible asignar aleatoriamente los participantes. El diseño permitió medir el nivel inicial de pensamiento reflexivo en el grupo experimental y en los grupos de control, aplicar la propuesta pedagógica basada en la EMC únicamente en el grupo experimental y, posteriormente, comparar los resultados obtenidos en el posttest. Este procedimiento hizo posible estimar la incidencia de la intervención sobre las dimensiones del pensamiento reflexivo, cuidando la validez interna mediante el control de amenazas clásicas como la historia, la maduración y el efecto de prueba (Campbell y Stanley, 2005; Cook y Reichardt, 1982).

El tipo de investigación fue aplicada y explicativa. Aplicada, porque buscó transformar la práctica pedagógica mediante la implementación de una propuesta fundamentada en la EMC; y explicativa, porque se orientó a establecer la relación causal entre la variable independiente (propuesta pedagógica) y la variable dependiente (pensamiento reflexivo). En palabras de Hernández-Sampieri et al. (2018), los estudios explicativos procuran identificar el “por qué” de los fenómenos y determinar sus causas, lo que se concretó aquí al verificar la incidencia de la estrategia en el desarrollo del pensamiento reflexivo y al estimar la magnitud de dicho efecto mediante tamaños de efecto estandarizados.

El método rector fue el método hipotético-deductivo, característico del enfoque cuantitativo. A partir de la hipótesis sustentada en el marco teórico, se dedujeron consecuencias observables – en este caso, el incremento significativo en las dimensiones del pensamiento reflexivo – que posteriormente fueron contrastadas con los datos empíricos recolectados. Este método, cuya lógica consiste en derivar predicciones contrastables a partir de proposiciones teóricas (Popper, 1959/2005), se operacionalizó mediante procedimientos empíricos como la observación sistemática, los cuestionarios tipo Likert, las pruebas de desempeño y las rúbricas analíticas. El análisis estadístico descriptivo e inferencial permitió someter dichas predicciones a verificación empírica en condiciones controladas, fortaleciendo la validez interna del estudio (Hernández-Sampieri et al., 2018; Kerlinger y Lee, 2002).

De manera complementaria, se integraron técnicas cualitativas de apoyo, tales como los diarios reflexivos y el análisis de producciones estudiantiles. Estos recursos, aunque no modificaron el enfoque central de la investigación, enriquecieron la interpretación de los hallazgos, permitiendo identificar cambios en la disposición de los estudiantes hacia la argumentación, la participación crítica y la toma de decisiones fundamentadas; además, contribuyeron a la triangulación de datos y al fortalecimiento de la validez de constructo (Creswell y Creswell, 2022).

En síntesis, el diseño metodológico ejecutado en esta investigación constituyó un esquema integral que articuló métodos, técnicas e instrumentos de forma coherente, garantizando la validez, confiabilidad y pertinencia de los resultados, así como su

correspondencia con la pregunta de investigación y los objetivos propuestos. La documentación completa de estos procedimientos y de los instrumentos empleados pueden consultarse en los anexos A hasta el M, donde se incluyen consentimientos, avales institucionales, matrices de juicio de expertos, instrumentos definitivos y el cronograma de implementación.

3.2.1. Definición del enfoque, diseño y tipo de investigación de la tesis.

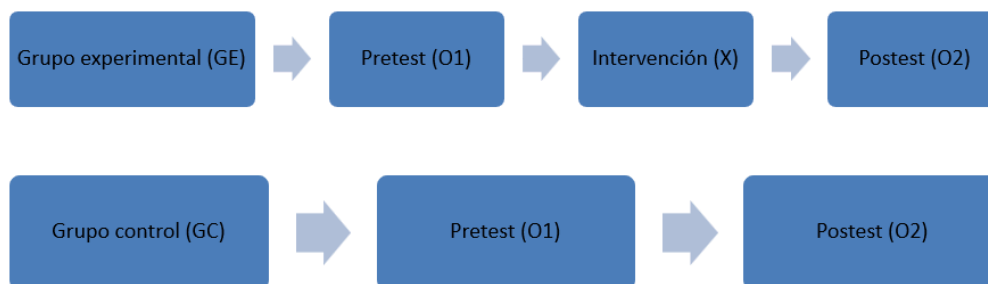
La investigación se enmarcó en un enfoque cuantitativo, propio del paradigma empírico-analítico, cuyo propósito es examinar fenómenos educativos mediante la medición objetiva, la contrastación de hipótesis y el análisis estadístico de las relaciones entre variables. Como sostienen Hernández-Sampieri et al. (2018) y Creswell y Creswell (2022), este enfoque se estructura a partir de una secuencia lógica que inicia con la identificación del problema y la formulación de las hipótesis, continúa con la recolección estandarizada de datos y culmina con la verificación empírica de supuestos teóricos. Su pertinencia radica en que permitió evaluar, con criterios de rigor y replicabilidad, la incidencia de la propuesta pedagógica fundamentada en la EMC sobre el pensamiento reflexivo de los estudiantes de básica secundaria.

En coherencia con esta perspectiva, se adoptó el método hipotético-deductivo como rector del proceso investigativo. De acuerdo con Popper (1959/2005), este método consiste en derivar consecuencias observables de hipótesis teóricas y someterlas a contrastación empírica, con el fin de corroborar o refutar su validez. En esta investigación, se dedujeron predicciones específicas —como el incremento significativo en comprensión, argumentación y toma de decisiones fundamentadas— que fueron verificadas mediante pruebas de desempeño, cuestionarios de Likert y rúbricas analíticas. Kerling y Lee (2002) enfatizan que este método asegura sistematicidad y replicabilidad, fortaleciendo la coherencia entre el marco teórico, las hipótesis y los procedimientos analíticos.

En cuanto al diseño metodológico, se empleó un diseño cuasiexperimental, específicamente el diseño pretest–posttest con grupos intactos no equivalentes,

clasificado por Campbell y Stanley (2005) como Diseño 6. Su estructura responde al siguiente esquema:

Figura 1 Diseño cuasiexperimental pretest-posttest con grupos intactos



Nota:

O1= Pretest: medición inicial del pensamiento reflexivo.

O2= Posttest: medición final después del período de intervención

X= Intervención pedagógica fundamentada en la Educación Matemática Crítica

Este diseño permite comparar el cambio diferencial entre grupos cuando la asignación aleatoria no es posible, y la presencia de mediciones antes y después del tratamiento posibilita controlar parcialmente amenazas a la validez interna como maduración, historia o selección fortaleciendo la inferencia causal en estudios educativos con grupos intactos.

La selección de este diseño respondió a las condiciones reales del contexto escolar, en el cual no es posible realizar la asignación aleatoria de los estudiantes a los grupos de tratamiento y comparación. Como advierten Reichardt y Cook (1982), los cuasiexperimentos con grupos intactos permiten aproximarse a inferencias causales robustas, siempre que se controlen adecuadamente las amenazas a la validez interna. En este estudio, la combinación de pretest, posttest, grupos de comparación y análisis inferenciales permitió minimizar amenazas como selección, maduración y efectos de la historia, reforzando la plausibilidad de atribuir los cambios observados a la intervención.

Respecto al tipo de investigación, el estudio asumió un alcance explicativo, orientado a determinar la relación causa-efecto entre la estrategia pedagógica fundamentada en la EMC (variable independiente) y el pensamiento reflexivo (variable

dependiente). En términos de Hernández-Sampieri et al. (2018), los estudios explicativos buscan responder al “por qué” de los fenómenos y ofrecen la mayor profundidad dentro de los niveles cuantitativos. Este carácter explicativo se materializó en la formulación de una hipótesis causal sometida a verificación empírica mediante análisis estadísticos apropiados para diseños cuasiexperimentales.

Finalmente, la investigación asumió un carácter aplicado y propositivo. Fue aplicada porque buscó generar transformaciones educativas concretas en el aula a partir de un diagnóstico previo, y propositiva porque diseñó, implementó y evaluó una intervención pedagógica situada. Esto se alinea con la concepción de Reichardt y Cook (1982) sobre la investigación educativa orientada al cambio, así como las directrices epistemológicas de la Universidad de Investigación e Innovación de México, que exigen coherencia entre teoría, diseño e implementación. En conjunto, el enfoque cuantitativo, el diseño cuasiexperimental y el alcance explicativo conformaron una arquitectura metodológica sólida que garantizó validez interna, consistencia lógica y pertinencia teórica, cuyo soporte documental se consigna en los anexos.

3.2.2. Definición de métodos, técnicas e instrumentos de obtención de datos.

La presente investigación distinguió de manera rigurosa entre métodos, técnicas e instrumentos, entendiendo los métodos como las rutas sistemáticas de aproximación al objeto de estudio, las técnicas como los procedimientos operativos que hicieron posible trabajar con la información, y los instrumentos como la materialización concreta de dichas técnicas en dispositivos de registro válidos y confiables. Esta diferenciación no fue nominal, sino epistemológica y operativa, y aseguró coherencia entre el enfoque cuantitativo, el diseño cuasiexperimental y los objetivos explicativos y propositivos del estudio (Hernández-Sampieri et al., 2018; Kerlinger y Lee, 2002).

En cuanto a los métodos, se empleó un repertorio articulado de enfoques teóricos y empíricos que permitieron comprender y analizar la incidencia de la propuesta pedagógica basada en EMC. El método analítico-sintético permitió descomponer la incidencia de la EMC en dimensiones e indicadores y, posteriormente, integrar estos elementos en un constructo coherente. El método histórico-lógico facilitó reconstruir la

evolución conceptual del pensamiento reflexivo y de la EMC en la literatura especializada, ubicando la propuesta dentro de una tradición científica y didáctica. El método hipotético-deductivo fue el eje rector: a partir del marco teórico se formularon hipótesis contrastables, se derivaron consecuencias observables y se establecieron criterios empíricos para su verificación.

Asimismo, se incorporó el método sistémico-estructural para comprender la intervención pedagógica como un sistema articulado (secuencias didácticas, actividades, interacciones discursivas y criterios de evaluación). Finalmente, se utilizó la modelación como método para representar las relaciones esperadas entre la intervención y las variaciones en las dimensiones del pensamiento reflexivo (Cohen, Manion y Morrison, 2018; Hernández-Sampieri et al., 2018).

En conjunto, estos métodos permitieron transitar de un análisis conceptual abstracto hacia una verificación empírica rigurosa, articulando la comprensión teórica del fenómeno con procedimientos sistemáticos de contrastación. Su articulación aseguró que la investigación no se limitara a la medición, sino que integrara una lectura crítica y estructural del proceso pedagógico implementado.

Respecto a las técnicas aplicadas, se trabajó con procedimientos acordes con el diseño cuasiexperimental —pretest–posttest con grupos intactos— orientadas a la medición objetiva, la comparación entre grupos y la observación sistemática del proceso. Se empleó observación sistemática no participante (Anexo K, Guía de observación sistemática) para documentar patrones de participación crítica, argumentación y deliberación durante las clases intervenidas. Se utilizó la encuesta estructurada mediante cuestionarios tipo Likert para medir percepciones y autoevaluaciones de las estudiantes relacionadas con procesos de comprensión, razonamiento y toma de decisiones fundamentadas (Anexo H, Cuestionario tipo Likert Pretest-Posttest, con su matriz de juicio de expertos en el Anexo D). Se aplicó la técnica de prueba de desempeño matemático en dos momentos, pretest y posttest, lo que permitió comparar cambios en tareas contextualizadas con demandas explícitas de interpretación, argumentación y toma de decisiones (Anexo J, Prueba de desempeño con situación contextualizada, cuya matriz de credibilidad se presenta en el Anexo F).

La selección de estas técnicas respondió a la necesidad de captar el fenómeno desde múltiples ángulos: comportamental (observación), perceptual (cuestionarios), cognitivo-desempeño (pruebas contextualizadas) y metacognitivo (diarios reflexivos). Esta diversidad técnica fortaleció la inferencia, redujo el riesgo de sesgos y permitió construir una lectura más completa del pensamiento reflexivo en desarrollo.

En materia de instrumentos, cada técnica se concretó en dispositivos de medición contruidos y validados siguiendo estándares psicométricos. Cada instrumento fue diseñado como la concreción operativa de una técnica específica y se eligió para garantizar precisión en la medición, consistencia en la evaluación y correspondencia directa con las dimensiones teóricas del pensamiento reflexivo. Esta alineación técnica-instrumental fortaleció la validez de constructo y aseguró coherencia interna en todo el proceso de recolección de datos:

1. Cuestionario tipo Likert (Anexo H):

Construido a partir de las dimensiones del pensamiento reflexivo y orientado por principios de la EMC. Fue sometido a juicio de expertos, cuya matriz de credibilidad y validez de contenido se recoge en el Anexo D.

2. Prueba de desempeño contextualizada (Anexo J):

Diseñada para evaluar comprensión e interpretación, razonamiento y argumentación, y toma de decisiones fundamentada en situaciones realistas del entorno de los estudiantes. El proceso de juicio de expertos y la matriz correspondiente se documentan en el Anexo F.

3. Rúbrica analítica de pensamiento reflexivo (Anexo I):

Elaborada con niveles de logro graduales y criterios observables. Operativiza las tres dimensiones teóricas y permitió evaluar producciones escritas y orales con criterios consistentes y replicables. Su matriz de credibilidad y juicio de expertos se presenta en el Anexo E.

4. Guía de observación sistemática (Anexo K):

Contiene indicadores asociados a las dimensiones del pensamiento reflexivo y fue aplicada en momentos iniciales, intermedios y finales del proceso formativo.

5. Formato de diario reflexivo (Anexo L):

Instrumento cualitativo de apoyo que permitió registrar percepciones, procesos metacognitivos y actitudes de los estudiantes frente a las tareas críticas. El juicio de expertos y la matriz de valoración correspondiente se consigna en el Anexo G.

6. Cronograma de trabajo de campo – Diagrama de Gantt (Anexo M):

Registra la secuencia temporal de aplicación de instrumentos y fases investigativas, garantizando trazabilidad metodológica y control de tiempos en el proceso de implementación.

Los datos cuantitativos fueron procesados mediante estadísticos descriptivos y pruebas inferenciales congruentes con el diseño (t de Student para muestras relacionadas e independientes, ANOVA, d de Cohen), tras verificar supuestos de normalidad y homocedasticidad. La triangulación metodológica integró registros observacionales, rúbricas y diarios reflexivos, robusteciendo la inferencia causal y la interpretación pedagógica de los hallazgos (Campbell y Stanley, 2005; Cohen, 1988; Hernández-Sampieri et al., 2018).

En suma, la articulación reflexiva de métodos (analítico-sintético, histórico-lógico, hipotético-deductivo, sistémico-estructural, modelación), técnicas (observación, encuesta, prueba, análisis documental, diarios) e instrumentos (cuestionario, pruebas contextualizadas, rúbricas, guías, diarios, cronograma), respaldados en los anexos A-M, garantizó la validez y coherencia del proceso investigativo. Esta arquitectura metodológica permitió identificar cambios cuantificables en el pensamiento reflexivo, sino también comprender los mecanismos pedagógicos y cognitivos que los posibilitaron, aportando evidencia sustantiva para la validación del modelo crítico implementado.

3.2.3. Desarrollo de los instrumentos de obtención de datos.

En correspondencia con el enfoque cuantitativo cuasiexperimental asumido en esta investigación, la construcción de los instrumentos respondió estrictamente a la operacionalización de las variables definidas en la matriz de congruencia y a la

necesidad de obtener información válida, confiable y pertinente para dar respuesta a la pregunta de investigación. Cada instrumento fue diseñado para medir dimensiones específicas del pensamiento reflexivo o para valorar los elementos constitutivos de la estrategia pedagógica fundamentada en la EMC, garantizando así la correspondencia lógica entre el propósito del estudio, sus objetivos y el sistema metodológico empleado.

En primer lugar, se elaboraron cuestionarios tipo Likert aplicados mediante formularios digitales (Google Forms), con el fin de valorar las percepciones, actitudes y autoevaluaciones de los estudiantes respecto al pensamiento reflexivo en el contexto de la EMC. Este instrumento se orientó a recoger información cuantificable sobre dimensiones tales como la contextualización de contenidos, el análisis de problemáticas sociales, la argumentación, la deliberación crítica y la participación estudiantil. La versión definitiva del cuestionario se presenta en el Anexo H, mientras que la matriz de credibilidad y juicio de expertos que respalda su validez de contenido se documenta en el Anexo D.

En segundo lugar, se diseñaron rúbricas de desempeño que permitieron evaluar de manera sistemática la calidad de los procesos de razonamiento y la argumentación lógica manifestada en la resolución de tareas matemáticas contextualizadas. Estas rúbricas fueron validadas por docentes expertos, asegurando coherencia interna y pertinencia con las competencias a medir, para garantizar la confiabilidad de los instrumentos empíricos.

La Rúbrica de Evaluación del Pensamiento Reflexivo (Anexo I) se diseñó como un instrumento analítico para medir de forma integral las tres dimensiones del pensamiento reflexivo definidas en esta investigación. Consta de tres criterios principales –comprensión e interpretación de la información matemática, razonamiento y argumentación lógica, y toma de decisiones fundamentada– que corresponden a las dimensiones operativas de la variable dependiente. Para cada criterio, la rúbrica establece cuatro niveles de desempeño (Excelente, Adecuado, Básico e Insuficiente), definidos mediante descriptores cualitativos precisos que reflejan el grado de logro del estudiante en esa dimensión.

Para garantizar la validez de contenido de la rúbrica de pensamiento reflexivo utilizada, se llevó a cabo un proceso de validación a través del juicio de expertos, cuya matriz de credibilidad se presenta en el Anexo E. Se conformó un panel de expertos, incluyendo docentes de matemáticas de educación secundaria e investigadores en didáctica de la matemática, quienes emitieron sus valoraciones de manera independiente respecto a la pertinencia, claridad y relevancia de cada descriptor. Se emplearon formatos estructurados basados en la metodología de Lawshe (1975) y el coeficiente V de Aiken (1985), lo que permitió calcular índices cuantitativos que respaldan la calidad del instrumento. Las observaciones cualitativas también fueron incorporadas para afinar la redacción y la cobertura semántica de los niveles de logro.

Los resultados de esta evaluación mostraron un alto nivel de concordancia entre los jueces: todos los ítems obtuvieron un Índice de Validez de Contenido superior al criterio mínimo ($CVR > 0,78$ en todos los casos, considerando el número de jueces) y valores promedio de V de Aiken cercanos a 0,90, lo cual indica acuerdo sólido respecto a la representatividad de los descriptores. En función de las observaciones cualitativas aportadas por los expertos, se realizaron ajustes menores a la redacción de algunos descriptores, con el fin de fortalecer la claridad sin alterar la esencia de los criterios evaluativos.

Adicionalmente, la rúbrica se aplicó en un piloto con un grupo reducido de estudiantes para examinar su funcionamiento práctico; de esta aplicación preliminar se calcularon indicadores de confiabilidad que resultaron satisfactorios (por ejemplo, un α de Cronbach de aproximadamente 0,85, evidenciando una alta consistencia interna entre los ítems de la rúbrica). Asimismo, se estimó la confiabilidad interjueces mediante la doble calificación de un subconjunto de producciones estudiantiles por dos evaluadores independientes, obteniéndose un coeficiente Kappa por encima de 0,80, lo que refleja un nivel de acuerdo excelente en la aplicación de la rúbrica.

De manera análoga, el cuestionario tipo Likert (Anexo H), la prueba de desempeño con situación contextualizada (Anexo J) y el formato de diarios reflexivos (Anexo L) fueron sometidos a procesos de juicio de expertos, cuyas matrices de credibilidad y validez de contenido se consignan en los anexos D, F y G,

respectivamente, lo que refuerza la evidencia de validez de contenido de todo el sistema instrumental empleado.

Se aplicaron pruebas de desempeño matemático (pretest y postest), estructuradas y paralelas, orientadas a medir objetivamente la comprensión e interpretación de información matemática, así como la toma de decisiones fundamentada frente a situaciones problemáticas contextualizadas. Estas pruebas permitieron comparar el desempeño entre el grupo experimental y los grupos de control, y verificar estadísticamente la incidencia de la propuesta pedagógica. La versión completa de la prueba se encuentra en el Anexo J, mientras que la matriz de juicio de expertos asociada se presenta en el Anexo F.

Asimismo, se incorporaron guías de observación sistemática aplicadas durante el desarrollo de las sesiones de clase, que facilitaron el registro de evidencias sobre la participación de los estudiantes, la interacción grupal y la calidad de las intervenciones críticas. Tales observaciones, cuyo formato se presenta en el Anexo K, permitieron triangular los hallazgos obtenidos mediante cuestionarios y pruebas, fortaleciendo la validez interna del estudio.

Finalmente, como complemento a los instrumentos estructurados, se implementó la escritura de diarios reflexivos por parte de los estudiantes del grupo experimental, con el propósito de explorar las dimensiones metacognitivas y actitudinales vinculadas al desarrollo del pensamiento reflexivo. Estos diarios se construyeron a partir de orientaciones abiertas que invitaban a los participantes a registrar sus percepciones, aprendizajes, dificultades, decisiones y emociones frente a las tareas matemáticas contextualizadas y las discusiones críticas promovidas en clase. Este instrumento, cuya estructura se presenta en el Anexo L, resultó clave en el proceso de triangulación metodológica, al proporcionar evidencia cualitativa que enriqueció la interpretación de los resultados cuantitativos y ofreció una mirada situada del impacto formativo de la intervención. Para asegurar la validez de contenido del instrumento asociado a los diarios reflexivos, se aplicó un juicio de expertos orientado a valorar la claridad, pertinencia y congruencia de las preguntas guía que estructuraban la escritura de los estudiantes (Anexo G).

Todos los instrumentos fueron sometidos a un proceso de prueba piloto, en condiciones semejantes a la aplicación definitiva, a fin de garantizar su confiabilidad y validez. La integración de estos instrumentos posibilitó el análisis estadístico descriptivo e inferencial, apoyado en software especializado, y aseguró que los resultados fueran consistentes, triangulados y representativos del fenómeno investigado.

En síntesis, los instrumentos de recolección de datos seleccionados permitieron valorar de manera integral el impacto de la propuesta pedagógica fundamentada en la EMC sobre las dimensiones del pensamiento reflexivo de los estudiantes de básica secundaria. Dado que cada instrumento responde a un propósito específico dentro del proceso investigativo, a continuación, se presenta la Tabla 4, en la que se sintetizan sus características, propósitos y la variable o dimensión evaluada, en correspondencia con los anexos H a L, donde se consignan sus versiones completas.

Tabla 4 Instrumentos para la obtención de datos.

Instrumento	Propósito	Variable / Dimensión
Cuestionario tipo Likert (Google Forms)	Valorar percepciones y actitudes de los estudiantes respecto al pensamiento reflexivo en el contexto de la EMC.	Variable dependiente: Pensamiento reflexivo (comprensión, razonamiento, toma de decisiones)
Rúbricas de desempeño	Evaluar la calidad de la argumentación y el razonamiento en la resolución de tareas matemáticas contextualizadas.	Variable dependiente: Pensamiento reflexivo (razonamiento y argumentación lógica)
Pruebas de desempeño con situación contextualizada (pretest y postest)	Medir objetivamente la incidencia de la propuesta pedagógica en la comprensión y toma de decisiones frente a problemas matemáticos.	Variable dependiente: Pensamiento reflexivo (comprensión e interpretación, toma de decisiones fundamentada)
Guías de observación sistemática	Registrar evidencias de participación, interacción grupal y calidad de las intervenciones críticas durante las clases.	Variable independiente: Propuesta pedagógica EMC (contextualización, deliberación crítica, participación)
Diarios reflexivos estudiantiles	Recoger percepciones subjetivas y aprendizajes respecto a la propuesta pedagógica, complementando la interpretación de resultados.	Variable dependiente: Pensamiento reflexivo (todas las dimensiones, apoyo cualitativo)

Para la caracterización inicial del estado del problema se emplearon el pretest (Anexo J), la rúbrica analítica aplicada al momento del diagnóstico (Anexo I) y la observación sistemática (Anexo K), lo que permitió establecer el nivel base de las tres dimensiones del pensamiento reflexivo antes de la intervención.

3.2.4. Determinación de la muestra y su criterio de selección.

En esta investigación, la muestra se concibió como un subconjunto de la población en el cual se aplicaron los instrumentos y la intervención pedagógica, con el propósito de obtener información representativa que permitiera responder a la pregunta de investigación y comprobar las hipótesis. Siguiendo a Hernández-Sampieri et al. (2018), la muestra constituye una parte del universo o población que se selecciona por razones de factibilidad, tiempo y recursos, con el fin de generalizar los hallazgos hacia el conjunto mayor.

El universo lo conformaron todos los estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo (grados 6.º a 9.º), mientras que la población de interés correspondió específicamente a los estudiantes de grado noveno durante el año lectivo 2025, compuesta por tres cursos con un total de 102 estudiantes. La unidad de muestreo y de análisis estuvo constituida por cada estudiante, en tanto sujeto individual en el que se observaron los cambios en las dimensiones del pensamiento reflexivo.

La muestra seleccionada fue no probabilística por conveniencia, criterio habitual en los diseños cuasiexperimentales en contextos escolares, donde la reorganización aleatoria de los estudiantes no es posible por razones administrativas, curriculares y de convivencia institucional. Se trabajó, por tanto, con los tres grupos intactos de grado noveno:

- Grupo experimental: curso 9.1, con 35 estudiantes, en el cual se implementó la propuesta pedagógica fundamentada en la Educación Matemática Crítica.
- Grupo control 1: curso 9.2, con 33 estudiantes, que continuó con el plan curricular habitual.
- Grupo control 2: curso 9.3, con 34 estudiantes, que igualmente se mantuvo en la enseñanza regular.

La muestra efectiva estuvo constituida por 102 estudiantes, distribuidos en los tres cursos, lo que permitió establecer comparaciones entre quienes recibieron la

intervención y quienes continuaron con la enseñanza tradicional, garantizando así la validez interna del diseño cuasiexperimental (Campbell y Stanley, 2005).

Los criterios de inclusión se establecieron para asegurar que los datos obtenidos fuesen consistentes y comparables:

- Estar matriculado en grado noveno en el Colegio de Cristo durante el año 2025.
- Asistir regularmente a las clases de matemáticas.
- Haber participado tanto en las pruebas diagnósticas iniciales como en el postest aplicados según el diseño cuasiexperimental.
- Haber estado presente en la mayor parte de la propuesta pedagógica (solo el grupo experimental)
- Contar con el consentimiento informado institucional.

Además, de los criterios de inclusión previamente descritos, se establecieron criterios de exclusión con el fin de garantizar la validez interna del estudio y evitar la incorporación de casos que pudieran afectar la comparabilidad entre los grupos:

- En primer lugar, se excluyeron los estudiantes que no contaran con el consentimiento informado de sus acudientes o que no firmaran el asentimiento, dado que la participación debía ser plenamente voluntaria y éticamente autorizada.
- En segundo lugar, se excluyeron los estudiantes que no completaran alguno de los dos momentos de aplicación de los instrumentos (pretest o postest), puesto que la ausencia de datos emparejados imposibilita calcular diferencias intra e intergrupos en el marco del diseño cuasiexperimental.
- En tercer lugar, se excluyeron los estudiantes con ausencias prolongadas o discontinuidad en la participación en la intervención pedagógica, ya que ello impedía garantizar su exposición real a la estrategia basada en la Educación Matemática Crítica.
- Finalmente, no se consideraron para el análisis aquellos casos en los que se presentaran inconsistencias en los registros, respuestas inválidas o evidencia de

no cooperación en el diligenciamiento de los instrumentos, con el fin de asegurar confiabilidad y calidad en los datos.

En el grupo experimental no se excluyeron estudiantes, pues todos participaron en las actividades centrales de la intervención basada en EMC. Todos los estudiantes tenían autorización institucional y familiar, siguiendo los principios éticos de participación informada. En conjunto, estos criterios aseguraron que la muestra analizada estuviera conformada únicamente por participantes cuya información fuera válida, completa y pertinente para evaluar rigurosamente la incidencia de la intervención.

En síntesis, la muestra definida respondió a la lógica del diseño cuasiexperimental y permitió, desde un criterio de factibilidad y representatividad escolar, analizar la incidencia de la propuesta pedagógica fundamentada en la Educación Matemática Crítica sobre el fortalecimiento del pensamiento reflexivo en los estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo.

3.3. Trabajo de campo (o Presentación de evidencias, si corresponde).

El trabajo de campo constituyó la fase práctica de la investigación, en la cual se organizó, ejecutó y sistematizó la aplicación de los instrumentos y la intervención pedagógica en los grupos seleccionados. Para ello, se elaboró un cronograma de acciones que integró las actividades de planificación, aplicación de pruebas, observaciones de clase, desarrollo de la propuesta pedagógica, recolección de diarios reflexivos y organización preliminar de la información. La secuencia temporal fue organizada bajo un criterio de progresión lógica que articuló diagnóstico inicial, implementación gradual de la propuesta y evaluación final, lo cual aseguró coherencia con el diseño cuasiexperimental y permitió controlar, en la mayor medida posible, amenazas clásicas a la validez interna como la historia, la maduración y el efecto de prueba.

Dado el carácter cuasiexperimental del estudio, la secuencia temporal del trabajo de campo debía definirse con claridad para garantizar la coherencia entre la

planificación y la ejecución. En consecuencia, se estructuró un cronograma que integra las fases de diagnóstico, intervención y evaluación, presentado en la siguiente

Tabla 5 Cronograma general del trabajo de campo.

Diagnóstico inicial	Pretest, observación sistemática, revisión de cuadernos	Semana 1-2	2 semanas
Diseño final de la estrategia	Ajustes de secuencias y materiales EMC	Semanas 3-4	2 semanas
Implementación de la propuesta	Actividades sociomatemáticas, discusiones críticas.	Semanas 5-10	6 semanas
Recolección de datos	Rúbricas, diarios, observación guiada.	Semanas 5-10	Continuo
Evaluación final	Postest y prueba contextualizada	Semana 11	1 semana
Procesamiento de información	Codificación, tabulación, análisis estadístico.	Semanas 12-14	3 semanas

Este cronograma se complementa visualmente con el Diagrama de Gantt incluido en el Anexo M, el cual detalla la distribución temporal y la articulación entre las actividades de campo y la trazabilidad metodológica necesaria para garantizar la correcta ejecución del diseño cuasiexperimental.

Cada acción fue desarrollada con la participación coordinada de la investigadora, los docentes responsables del área de matemáticas y los estudiantes de los tres cursos de grado noveno (uno experimental y dos de control). Los recursos logísticos incluyeron aulas, materiales didácticos, formularios digitales, guías impresas y equipos tecnológicos (computadores, proyectores y dispositivos móviles), garantizando condiciones adecuadas de validez y confiabilidad. Las evidencias generadas durante el trabajo de campo (formularios, registros observacionales, pruebas escritas y producciones estudiantiles) fueron organizadas en anexos como respaldo documental del proceso.

Adicionalmente, se recopilaban evidencias fotográficas que documentan de manera directa el desarrollo del trabajo de campo, incluyendo momentos de aplicación de instrumentos, actividades de aula, análisis de producciones estudiantiles y espacios de trabajo colaborativo. Estas fotografías constituyen un registro empírico complementario que permite verificar la fidelidad metodológica del proceso. Las evidencias se presentan en el Anexo N organizadas según la secuencia cronológica de implementación.

Con el propósito de asegurar trazabilidad metodológica y claridad operativa, la Tabla 6 sintetiza las acciones ejecutadas, los responsables, los participantes y los recursos utilizados.

Tabla 6 Acciones del trabajo de campo, responsables, participantes y recursos.

Acción	Responsable(s)	Participantes	Recursos
Aplicación del pretest	Docente-investigadora	Grupos experimental y de control	Cuestionario impreso/digital
Implementación de la estrategia EMC	Docente-investigadora	Grupo experimental	Guías, datos reales.
Aplicación de rúbricas y pruebas	Docente-investigadora	GE y GC	Rúbricas, tareas, copias impresas
Observación sistemática	Docente-investigadora	GE	Guía de observación, cuaderno
Diarios reflexivos	Estudiantes	GE	Cuadernos personales
Posttest	Docente-investigadora	GE y GC	Pruebas y hojas de registro
Procesamiento estadístico	Docente-investigadora	-	SPSS, Excel
Triangulación cualitativa	Docente-investigadora	-	Registros escritos

3.3.1. Aplicación de los instrumentos.

La aplicación de los instrumentos se llevó a cabo en dos momentos fundamentales: pretest y posttest, complementados con cuestionarios, observaciones y diarios reflexivos. En el momento inicial se administraron las pruebas diagnósticas y los cuestionarios de línea base tanto en el grupo experimental como en los grupos de control. Durante la intervención, se emplearon las guías de observación para registrar de manera sistemática la participación de los estudiantes y la calidad de los procesos de argumentación y deliberación crítica. Finalmente, al concluir la implementación de la propuesta pedagógica, se aplicaron las pruebas finales y los cuestionarios de cierre.

El proceso presentó tanto aspectos positivos como dificultades. Entre los logros se destacó la alta disposición de los estudiantes, la colaboración de los docentes y el uso exitoso de formularios digitales para la recolección de datos, lo cual agilizó el procesamiento posterior y redujo posibles errores de digitación. Entre las dificultades se encontraron algunos problemas técnicos con la conectividad y la ausencia ocasional de ciertos estudiantes en los momentos de aplicación; estas situaciones fueron resueltas

mediante la reprogramación de sesiones y la aplicación individual de los instrumentos en determinados casos, sin afectar la fidelidad metodológica.

Previo a la aplicación definitiva, se realizó una prueba piloto con un grupo pequeño de estudiantes de características similares, lo cual permitió ajustar los ítems de los cuestionarios, clarificar instrucciones en las rúbricas y mejorar la pertinencia de algunos problemas matemáticos incluidos en las pruebas. Esta fase garantizó la validez de contenido y la confiabilidad de los instrumentos, asegurando que fueran aplicables al contexto real y cumplieran con el propósito de medir las dimensiones del pensamiento reflexivo.

El trabajo de campo se desarrolló con estricto cumplimiento de los principios éticos de la investigación educativa, asegurando el respeto, la dignidad y la protección de los datos personales de los participantes. Antes de iniciar la aplicación de los instrumentos, se obtuvo la aprobación institucional formal por parte del Colegio de Cristo, mediante acta suscrita (Anexo C, Aval institucional), en la cual la institución autorizó la implementación del estudio, la intervención pedagógica y la recolección de información con estudiantes de básica secundaria. Este aval garantizó el alineamiento del proyecto con las políticas internas de protección de menores y con las directrices de convivencia y seguridad escolar.

Posteriormente, se llevó a cabo un proceso de consentimiento informado dirigido a los padres, madres o acudientes, el cual fue entregado y firmado por ellos conforme a la legislación vigente, que regula la naturaleza voluntaria de la participación, los procedimientos a realizar, los posibles beneficios educativos y las medidas de confidencialidad adoptadas. El formato de consentimiento informado se encuentra consignado en el Anexo A. Los acudientes firmaron el consentimiento informado autorizando la participación de sus hijos, de acuerdo con lo establecido en la Ley 1098 de 2006 (Código de Infancia y Adolescencia) y la Ley 1581 de 2012 sobre protección de datos personales.

De manera complementaria, se solicitó a los estudiantes un formato de asentimiento (Anexo B), adecuado a su edad y nivel de comprensión, en el que se

explicaron con lenguaje claro los objetivos de la investigación, el tipo de actividades a desarrollar y su derecho a retirarse del estudio sin consecuencias académicas ni disciplinarias. La participación se mantuvo estrictamente voluntaria, respetando los principios de autonomía progresiva, confidencialidad y no maleficencia. Asimismo, se garantizó que toda la información recolectada —incluyendo cuestionarios, pruebas, diarios reflexivos y producciones académicas— fuera tratada de manera anónima, codificada y usada exclusivamente con fines investigativos.

Este proceso ético aseguró que la aplicación de los instrumentos se realizara en condiciones de transparencia, protección de datos y respeto por los participantes, consolidando un marco metodológico coherente con las normativas nacionales e internacionales de investigación educativa responsable. La Declaración de Originalidad y Propiedad Intelectual asociada a esta investigación se presenta en el Anexo O, como garantía adicional del compromiso con la integridad académica y el adecuado manejo de la información.

3.3.2. Procesamiento de la información.

El procesamiento de la información se desarrolló en varias fases articuladas, integrando procedimientos cuantitativos y análisis complementarios de carácter cualitativo. Inicialmente, los datos recolectados a través de los cuestionarios tipo Likert y los formularios digitales fueron descargados y organizados en hojas de cálculo, lo que permitió obtener estadísticas descriptivas preliminares (frecuencias, medias y desviaciones estándar). Esta base inicial facilitó la revisión de la consistencia de las respuestas y sentó las bases para el análisis estadístico posterior.

Las pruebas escritas de pensamiento reflexivo, aplicadas en formato pretest y posttest, fueron calificadas a partir de rúbricas previamente diseñadas y validadas. Los puntajes se sistematizaron en matrices de datos que permitieron comparar el desempeño inicial y final de los estudiantes y, posteriormente, contrastar los resultados entre el grupo experimental y los grupos de control. De manera paralela, los registros de observación fueron codificados según categorías definidas en la matriz de congruencia, dando cuenta de la calidad de la participación estudiantil, la naturaleza de los

razonamientos expresados y la frecuencia de conductas asociadas a la toma de decisiones fundamentada.

Los diarios reflexivos elaborados por los estudiantes del grupo experimental fueron sometidos a un proceso de codificación abierta, lo que permitió identificar patrones recurrentes en la manera en que interpretaban situaciones sociomatemáticas, justificaban posiciones o expresaban dificultades. Esta información cualitativa complementó los hallazgos cuantitativos y aportó elementos de análisis situados en la experiencia concreta de los participantes.

En una segunda etapa, la base de datos consolidada fue importada al programa IBM SPSS Statistics, software seleccionado por su capacidad para ejecutar pruebas estadísticas robustas, controlar supuestos y generar indicadores de tamaño del efecto. En este entorno se realizaron estadísticos descriptivos (medias, desviaciones estándar, frecuencias y porcentajes) que permitieron caracterizar el comportamiento inicial y final de las variables evaluadas. Para el análisis inferencial, se emplearon la prueba *t* de Student para muestras relacionadas – con el propósito de comparar el rendimiento pretest y posttest dentro de cada grupo – y la prueba *t* de Student para muestras independientes, utilizada para contrastar las ganancias entre el grupo experimental y los grupos de control. Asimismo, se aplicó un ANOVA de un factor para examinar diferencias significativas entre los tres grupos en el momento final, acompañado de análisis *post hoc* cuando los datos lo requirieron.

Con el fin de valorar la magnitud real de los cambios observados más allá de la significancia estadística, se calculó el tamaño del efecto mediante el índice *d* de Cohen. Este indicador permitió comprender el alcance pedagógico de la intervención, especialmente en las dimensiones de comprensión e interpretación, razonamiento y argumentación lógica, y toma de decisiones fundamentada.

El análisis de consistencia interna del cuestionario, realizado mediante el coeficiente α de Cronbach, mostró niveles adecuados en la aplicación inicial y niveles excelentes tras la intervención, reforzando la confiabilidad del instrumento y la

pertinencia de su uso para medir cambios en el pensamiento reflexivo. La Tabla 7 presenta los coeficientes obtenidos para cada dimensión y para la escala global.

Tabla 7 Coeficientes de consistencia interna (alfa de Cronbach) del cuestionario de pensamiento reflexivo.

Dimensión / Escala	α Pretest	α Postest
Comprensión e interpretación	0,78	0,88
Razonamiento y argumentación lógica	0,81	0,90
Toma de decisiones fundamentada	0,76	0,89
Escala global (18 ítems)	0,89	0,94

Nota: Los valores corresponden al análisis de consistencia interna realizado con la matriz de respuestas obtenidas en los dos momentos del estudio

La transformación de los datos en información útil se efectuó mediante la codificación de patrones, la tabulación de los resultados y el cruce de las distintas fuentes de evidencia. Este proceso permitió generar interpretaciones integrales, articulando cifras, comportamientos observados y reflexiones estudiantiles. El análisis mediante múltiples métodos garantizó una visión más completa de la incidencia de la estrategia pedagógica en el pensamiento reflexivo de los estudiantes.

El acopio de información fue altamente efectivo: se obtuvo el 100% de participación en el pretest y el postest, lo que permitió construir matrices completas sin valores perdidos y fortalecer la validez interna del estudio. La calidad de los registros y la coherencia entre instrumentos facilitó la triangulación de resultados y aumentó la confiabilidad del proceso investigativo.

Los resultados se organizaron finalmente en tablas comparativas y representaciones gráficas —gráficos de barras, diagramas de medias y esquemas de tamaño del efecto— que ilustran de manera clara la evolución del grupo experimental y las diferencias con los grupos de control. Estas representaciones corresponden a las exigencias del diseño cuasiexperimental y permiten visualizar la incidencia de la intervención en cada dimensión del pensamiento reflexivo.

3.4. Análisis de los resultados en los datos obtenidos.

El análisis de los datos obtenidos permitió evaluar de manera sistemática la incidencia de la estrategia pedagógica fundamentada en la EMC sobre el pensamiento

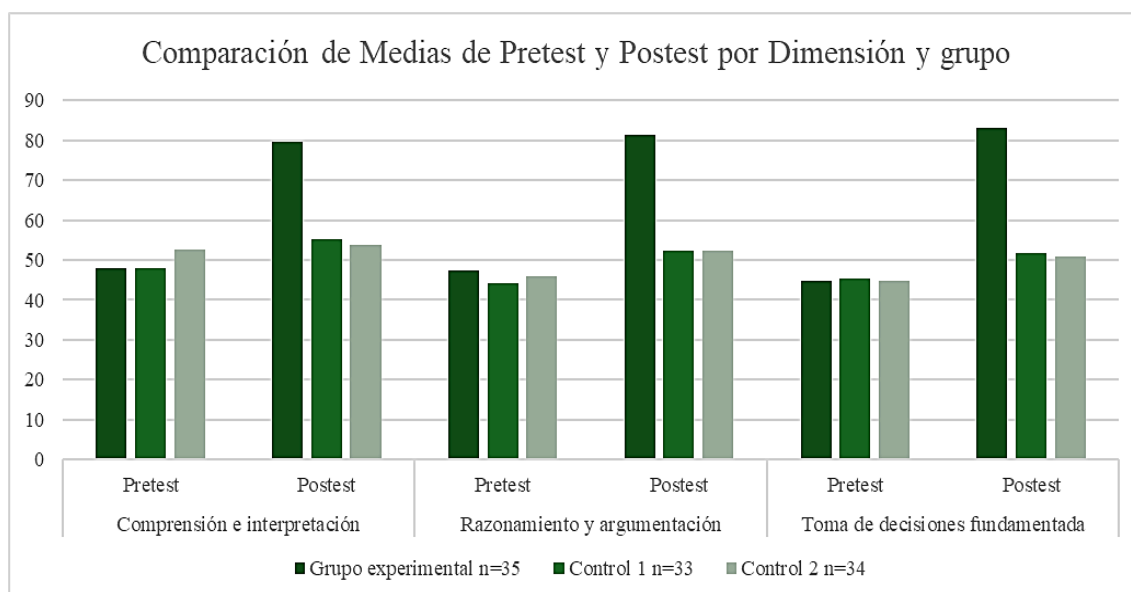
reflexivo de los estudiantes. Para ello, se procesaron los resultados de las pruebas pretest y posttest aplicadas a los tres grupos participantes (experimental y dos grupos de control), con el fin de comparar el desempeño inicial y final en cada una de las dimensiones evaluadas: (1) comprensión e interpretación de información matemática, (2) razonamiento y argumentación lógica y (3) toma de decisiones fundamentada.

Los resultados descriptivos del pretest evidenciaron que los tres grupos presentaban niveles similares en las tres dimensiones de pensamiento reflexivo, lo que confirma la equivalencia inicial y la pertinencia del diseño cuasiexperimental con grupos intactos. En la Tabla 8 se presentan las medias y desviaciones estándar de cada grupo y en el Gráfico 1 se visualiza homogeneidad de los puntajes iniciales.

Tabla 8 Estadísticos descriptivos pretest-posttest.

Variable/Dimensión	Momento	Grupo experimental n=35		Control 1 n=33		Control 2 n=34	
		M	DE	M	DE	M	DE
Comprensión e interpretación	Pretest	48,1	8,5	47,9	8,1	52,5	7,9
	Posttest	79,6	6,1	55,3	8,5	53,8	8,1
Razonamiento y argumentación	Pretest	47,5	9,2	44,1	8,9	45,8	8,8
	Posttest	81,3	6,6	52,3	7,6	52,2	7,9
Toma de decisiones fundamentada	Pretest	44,7	10,1	45,3	9,8	44,9	10,4
	Posttest	83,1	6,3	51,8	8,7	50,9	9,1

Gráfico 1 Comparación de Medias de Pretest y Posttest por Dimensión y grupo.



Nota: El Gráfico 1 representa las medias de cada grupo antes y después de la intervención en las tres dimensiones del pensamiento reflexivo).

En contraste con esta homogeneidad inicial, los resultados del postest mostraron un incremento sustancial en el rendimiento del grupo experimental, mientras que los grupos de control presentaron variaciones mínimas o no significativas. Las mejoras del grupo experimental se manifestaron de manera consistente en las tres dimensiones, lo cual sugiere un impacto directo de la intervención pedagógica basada en EMC.

Con el fin de determinar la significancia de los cambios observados dentro de cada grupo, se aplicaron pruebas t para muestras relacionadas. Los resultados indicaron diferencias altamente significativas en el grupo experimental en las tres dimensiones del pensamiento reflexivo ($p < 0,001$), evidenciando un progreso robusto entre el pretest y el postest. En contraste, los grupos de control mostraron diferencias no significativas o de magnitud menor, atribuibles al desarrollo escolar natural y no a una intervención específica.

Tabla 9 Prueba t para muestras relacionadas en la dimensión Comprensión e Interpretación.

Grupo	T	gl	P
Grupo experimental (n=35)	-18,12	34	<0,001
Grupo control 1 (n=33)	-4,34	32	<0,001
Grupo control 2 (n=34)	-0,88	33	0,386

Nota. Los valores negativos indican que el puntaje del postest fue mayor que el del pretest. Se observó que un aumento altamente significativo en el grupo experimental; el grupo Control 1 mostró un incremento moderado y el Control 2 no presentó cambios significativos.

Tabla 10 Prueba t para muestras relacionadas en la dimensión Razonamiento y Argumentación.

Grupo	T	gl	P
Grupo experimental (n=35)	-19,72	34	<0,001
Grupo control 1 (n=33)	-4,84	32	<0,001
Grupo control 2 (n=34)	-3,41	33	0,002

Nota. La mejora en el grupo experimental fue muy elevada y estadísticamente significativamente. Los dos grupos de control mostraron cambios pequeños pero significativos, atribuibles a variaciones propias del proceso escolar y no a la intervención.

Tabla 11 Prueba t para muestras relacionadas en la dimensión Toma de Decisiones fundamentadas.

Grupo	T	gl	P
Grupo experimental (n=35)	-20,94	34	<0,001
Grupo control 1 (n=33)	-3,82	32	0,001
Grupo control 2 (n=34)	-2,91	33	0,006

Nota. El grupo experimental evidenció la mayor magnitud de cambio entre todas las dimensiones. Los grupos de control mostraron variaciones estadísticamente significativas, pero sustancialmente menores, lo que confirma el efecto diferencial de la intervención basada en Educación Matemática Crítica.

En términos pedagógicos, estos resultados intragrupales muestran que el grupo experimental no solo mejoró estadísticamente, sino que consolidó avances cualitativamente relevantes en la comprensión de información matemática, la calidad de sus argumentos y la capacidad de tomar decisiones fundamentadas en datos, coherentes con los principios de la EMC.

Para comparar la magnitud del cambio entre los tres grupos, se aplicaron pruebas t para muestras independientes y un ANOVA de un factor. Ambas pruebas confirmaron diferencias estadísticamente significativas en los puntajes postest, favoreciendo al grupo experimental. Los tamaños de efecto ($\eta^2 \approx 0,72 - 0,80$) evidencian que la intervención tuvo un impacto excepcionalmente alto, lo cual refuerza la validez de la estrategia pedagógica basada en la EMC.

Tabla 12 ANOVA de una vía para la dimensión Comprensión e interpretación (postest).

Fuente de variación	SC	gl	CM	F	P	η^2
Entre grupos	14477,00	2	7238,5	124,8	<0,001	0,72
Dentro de los grupos	5742,27	99	58,00	-	-	-
Total	20219,27	101	-	-	-	-

Nota. La prueba ANOVA indica diferencias altamente significativas entre los grupos en el postest de comprensión e interpretación, $F(2,99) = 124,8$, $p < 0,001$, con un tamaño de efecto muy grande, $\eta^2 \approx 0,72$,

lo que implica que aproximadamente el 72% de la varianza en los puntajes finales de comprensión se explica por la pertenencia al grupo (experimental o control)

Tabla 13 ANOVA de una vía para la dimensión Razonamiento y argumentación (postest).

Fuente de variación	SC	gl	CM	F	P	η^2
Entre grupos	19402,66	2	9701,33	178,2	<0,001	0,78
Dentro de los grupos	5388,89	99	54,43	-		
Total	24791,55	101	-	-		

Nota. El ANOVA mostró diferencias muy significativas entre los grupos en el postest de razonamiento y argumentación, $F(2,99) = 178,2$, $p < 0.001$. El tamaño de efecto es extremadamente alto, $\eta^2 \approx 0.78$, lo que indica que cerca del 78 % de la variación en el razonamiento matemático final está asociada al tipo de enseñanza (propuesta EMC vs. enseñanza tradicional).

Tabla 14 ANOVA de una vía para la dimensión Toma de decisiones fundamentada (postest).

Fuente de variación	SC	gl	CM	F	P	η^2
Entre grupos	23198,97	2	11599,49	176,6	<0,001	0,78
Dentro de los grupos	6504,27	99	65,70	-		
Total	29703,24	101	-	-		

Nota. En la dimensión de toma de decisiones fundamentada se observaron diferencias muy significativas entre los grupos, $F(2, 99) = 176,6$, $p < 0.001$, con un tamaño de efecto también muy grande, $\eta^2 \approx 0.78$. Esta dimensión se consolida como una de las más fuertemente impactadas por la propuesta pedagógica basada en Educación Matemática Crítica.

Tabla 15 ANOVA para la ganancia global en pensamiento reflexivo.

Fuente de variación	SC	gl	CM	F	P	η^2
Entre grupos	45381,22	2	22690,61	192,44	<0,001	0,80
Dentro de los grupos	11682,53	99	118,01	-		
Total	57063,75	101	-	-		

Los resultados del ANOVA confirmaron diferencias altamente significativas entre los grupos en todas las dimensiones:

- Comprensión e interpretación: $F(2, 99) = 124,80$, $p < .001$, $\eta^2 = 0,72$
- Razonamiento y argumentación: $F(2, 99) = 178,20$, $p < .001$, $\eta^2 = 0,78$
- Toma de decisiones fundamentada: $F(2, 99) = 176,60$, $p < .001$, $\eta^2 = 0,78$
- Pensamiento reflexivo global: $F(2, 99) = 192,44$, $p < .001$, $\eta^2 = 0,80$

Desde una perspectiva educativa, estos resultados evidencian que el tipo de enseñanza – tradicional o crítico-emancipadora – explica una proporción muy alta de la variabilidad observada en los niveles finales de pensamiento reflexivo.

Adicionalmente, se calcularon los tamaños de efecto intragrupal mediante el índice d de Cohen. El grupo experimental presentó valores superiores a 4,0 en las tres dimensiones, lo que indica un impacto muy grande y consistente. En los grupos de control, los tamaños de efecto fueron pequeños o moderados, lo que confirma que sus cambios no se relacionan con una intervención pedagógica diferenciada.

Tabla 16 Tamaños de efecto intragrupo (d pre-post). Comprensión e interpretación, Razonamiento y argumentación, Toma de decisiones fundamentada.

Grupo/Dimensión	d intragrupo	Magnitud
Experimental-Comprensión	4,18	Excepcional
Control 1 – Comprensión	0,87	Grande
Control 2 – Comprensión	0,16	Pequeño
Experimental – Razonamiento	4,32	Excepcional
Control 1 – Razonamiento	0,74	Mediano-Grande
Control 2 – Razonamiento	0,80	Grande
Experimental – Toma de decisiones	4,33	Excepcional
Control 1 – Toma de decisiones	0,70	Mediano-Grande
Control 2 – Toma de decisiones	0,59	Mediano

El grupo experimental presentó tamaños de efecto extraordinario en todas las dimensiones (d entre 4,18 y 4,33), magnitudes que, en términos educativos representan transformaciones profundas y sostenidas en la manera en que los estudiantes comprenden, argumentan y deciden a partir de información matemática. Los grupos control, por su parte, presentan efectos pequeños o medianos, atribuibles al crecimiento escolar natural.

Tabla 17 Tamaños de efecto intergrupos (postest). Comparación del grupo experimental con los grupos de control.

Comparación / Dimensión	d intergrupos	Magnitud
Comprensión: Exp vs C1	3,23	Excepcional
Comprensión: Exp vs C2	3,19	Excepcional
Razonamiento: Exp vs C1	3,94	Excepcional
Razonamiento: Exp vs C2	3,91	Excepcional
Toma de decisiones: Exp vs C1	4,11	Excepcional
Toma de decisiones: Exp vs C2	3,98	Excepcional

Tabla 18 Tamaños de efecto global (ganancia total).

Comparación	d	Magnitud
Experimental (pre-post)	4,39	Excepcional
Control 1 (pre-post)	0,65	Mediano
Control 2 (pre-post)	0,43	Pequeño-Mediano
Exp vs C1 (ganancia)	3,95	Excepcional
Exp vs C2 (ganancia)	4,12	Excepcional

Las comparaciones intergrupales mostraron diferencias igualmente extraordinarias: los valores de d superaron 3,0 en todas las dimensiones, lo que evidencia una ventaja notable del grupo experimental sobre los grupos de control. El índice global de pensamiento reflexivo alcanzó un tamaño de efecto intragrupal de $d = 4,39$ en el grupo experimental y valores de $d = 3,95$ y $d = 4,12$ en las comparaciones con los grupos de control, lo que confirma un impacto excepcional de la intervención.

La triangulación de resultados evidenció una coherencia robusta entre los datos cuantitativos y cualitativos. Por un lado, los análisis estadísticos mostraron incrementos muy elevados en las tres dimensiones del pensamiento reflexivo en el grupo experimental; por otro, los registros de observación y los diarios reflexivos documentaron cambios en la forma en que los estudiantes problematizan las situaciones sociomatemáticas, argumentan sus posiciones y sustentan sus decisiones con base en evidencias.

En conjunto, los hallazgos permiten afirmar con alta certeza que la propuesta pedagógica fundamentada en EMC incidió positivamente y con una magnitud excepcional en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo del grupo experimental. Las diferencias sustantivas entre los grupos, los tamaños de efecto extremadamente altos y la consistencia entre las fuentes de información consolidan la validez interna del estudio y respaldan la pertinencia de la intervención implementada.

3.5. Redacción de resultados y discusión.

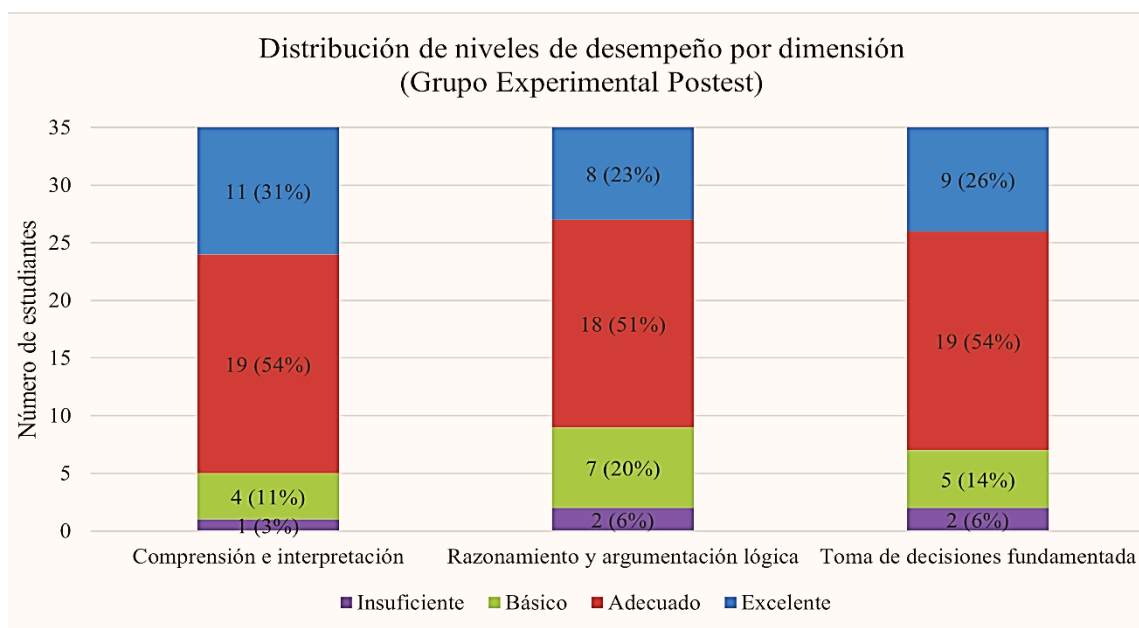
La redacción de los resultados y su discusión constituye un eje estructural de este capítulo, en la medida en que permite comprender con rigor cómo la propuesta pedagógica basada en la EMC incidió en el pensamiento reflexivo de los estudiantes de grado noveno del Colegio de Cristo. Este apartado articula la evidencia empírica obtenida —descriptiva e inferencial, cuantitativa y cualitativa— con los fundamentos teóricos, conceptuales y legales analizados en el Capítulo II, construyendo una lectura integrada que responde de manera directa a los cinco objetivos específicos formulados en el Capítulo I y a las tres dimensiones operativas de la variable dependiente: (a)

comprensión e interpretación de información matemática, (b) razonamiento y argumentación lógica, y (c) toma de decisiones fundamentada.

Los resultados deben interpretarse a la luz de la solidez psicométrica del cuestionario de pensamiento reflexivo. Los elevados coeficientes de consistencia interna obtenidos ($\alpha = 0,89$ en el pretest y $\alpha = 0,94$ en el posttest; véase Tabla 7) indican que las diferencias observadas entre los momentos de medición corresponden a variaciones reales en los niveles de desempeño de los estudiantes y no a inestabilidad del instrumento. Esta fiabilidad respalda las comparaciones intra e intergrupales y fortalece la validez interna de los análisis realizados.

El Gráfico 1 constituye un primer indicador visual del impacto de la propuesta. En él se observa que, partiendo de niveles comparables entre el grupo experimental y los grupos de control (véanse los estadísticos descriptivos de la Tabla 8), al finalizar la intervención el grupo experimental presenta un incremento marcado en las tres dimensiones del pensamiento reflexivo, mientras que los grupos de control exhiben variaciones mínimas. Las tablas correspondientes de estadísticos descriptivos y las pruebas inferenciales (t de Student, ANOVA y tamaños de efecto) —presentadas en el apartado 3.4, Tablas 9 a 18— confirman que estos aumentos son estadísticamente significativos y de magnitud muy elevada, especialmente en las dimensiones de razonamiento y argumentación lógica y de toma de decisiones fundamentada. Sobre esta base se estructura la discusión crítica que se desarrolla a continuación.

Gráfico 2 Distribución de niveles de desempeño por dimensiones del pensamiento (Grupo experimental posttest).



Un complemento relevante lo ofrece el Gráfico 2. El cual muestra que la mayoría de los estudiantes del grupo experimental se ubicó, al finalizar la intervención, en niveles de desempeño “Adecuado” o “Excelente” en las tres dimensiones evaluadas. La distribución de frecuencias evidencia un desplazamiento claro desde niveles iniciales bajos hacia niveles medios y altos de comprensión e interpretación, razonamiento y argumentación, y toma de decisiones fundamentada.

Los datos revelan una tendencia positiva uniforme. En la dimensión de comprensión e interpretación, aproximadamente 85% de los estudiantes obtuvo al menos un desempeño Adecuado, incluyendo cerca de un 30% que logró el nivel Excelente, mientras que sólo un caso (< 5%) se mantuvo en el nivel Insuficiente. Esto indica que una proporción amplia del estudiantado alcanza, como mínimo, un nivel de comprensión Adecuado, con un segmento significativo en nivel de excelencia y un porcentaje residual en nivel insuficiente.

De modo similar, en toma de decisiones fundamentada alrededor del 80% del grupo alcanzó un nivel igual o superior al Adecuado (con aproximadamente un 26% en Excelente), evidenciando un avance notable en la capacidad de tomar decisiones informadas con base en el análisis crítico de información cuantitativa y en la

consideración de implicaciones éticas y sociales. Solo cerca del 6% permaneció en nivel Insuficiente en esta dimensión.

La dimensión de razonamiento y argumentación lógica muestra igualmente mejoras sustanciales, aunque es donde se registra la proporción ligeramente mayor de desempeños Básico o Insuficiente en comparación con las otras áreas: cerca de 75% del alumnado llegó al menos al nivel Adecuado (con un 23% en Excelente), mientras que un 6% del grupo se mantuvo en niveles bajos al finalizar la intervención. Este dato introduce un matiz importante para la discusión: si bien la propuesta pedagógica basada en EMC demuestra una eficacia global sobresaliente, existe un pequeño grupo de estudiantes que no alcanza los niveles esperados de pensamiento reflexivo.

Más que interpretarse como un fracaso de la intervención, esta situación sugiere la necesidad de andamiajes pedagógicos individualizados y diferenciados para estudiantes con trayectorias de aprendizaje más complejas. En términos prácticos, esta limitación menor se transforma en una recomendación proactiva para futuras implementaciones:

- Fortalecer estrategias de apoyo focalizado (tutorías personalizadas, acompañamiento metacognitivo, retroalimentaciones formativas más frecuentes).
- Diseñar tareas graduadas que permitan a estos estudiantes transitar de explicaciones reproductivas a argumentaciones más estructuradas.
- Potenciar dinámicas de trabajo colaborativo donde pares con mayor nivel de desempeño apoyen procesos de reconstrucción conceptual y argumentativa.

De este modo, el 6 % que permanece en niveles bajos se convierte en un indicador clave para afinar la propuesta en próximas iteraciones, orientándola hacia una mayor equidad interna en los logros.

En conjunto, el perfil de desempeño final del grupo experimental —dominado por valoraciones Adecuadas y Excelentes y acompañado de un grupo minoritario que requiere apoyos diferenciados— constituye un indicador robusto de la eficacia de la intervención. Los estudiantes no solo avanzaron respecto a su punto de partida, sino que

muchos alcanzaron niveles de excelencia académica en tareas que exigían pensamiento crítico matemático. Esto confirma que la estrategia didáctica fundamentada en la EMC generó mejoras significativas y generalizadas en las competencias de pensamiento reflexivo, al tiempo que visibiliza la necesidad de políticas de aula más sensibles a la diversidad de trayectorias de aprendizaje.

En conjunto, la distribución de desempeños del grupo experimental en el posttest se desplazó hacia los niveles superiores de la escala, demostrando que, tras la intervención crítica, la gran mayoría de los estudiantes mejoró su comprensión de la información matemática, articuló razonamientos lógicos más sólidos y tomó decisiones más fundamentadas. Esta configuración de resultados contrasta marcadamente con la situación diagnóstica inicial (pretest), en la cual —según lo documentado en la Tabla 8 del capítulo— predominaban desempeños bajos en estas mismas dimensiones. El marcado aumento de estudiantes en niveles Adecuado y Excelente, combinado con la drástica reducción de casos Insuficientes, evidencia el impacto positivo y significativo de la propuesta pedagógica basada en la EMC en el desarrollo del pensamiento reflexivo.

En otras palabras, la intervención didáctica logró mover el desempeño de los estudiantes hacia los estándares más altos de la rúbrica, lo que respalda empíricamente la hipótesis de esta investigación: la EMC promovió mejoras profundas no solo en la comprensión de contenidos y contextos matemáticos, sino también en la capacidad de argumentar con rigor y en la habilidad de tomar decisiones informadas, elementos centrales del pensamiento reflexivo.

El análisis descriptivo e inferencial mostró que las diferencias fueron particularmente notorias en razonamiento y argumentación lógica y toma de decisiones fundamentada, donde las medias del grupo experimental en el posttest se encuentran claramente por encima de las de los grupos de control (véase Tabla 8), cuyas variaciones fueron mínimas.

Posteriormente, se aplicaron pruebas *t* de Student para muestras relacionadas con el fin de establecer la significancia estadística de los cambios entre los puntajes de

pretest y posttest en cada grupo. Las Tablas 9, 10 y 11 sintetizan los valores de t , los grados de libertad y los niveles de significancia para cada dimensión del pensamiento reflexivo. Los resultados evidenciaron que, en el grupo experimental, las diferencias entre pretest y posttest fueron altamente significativas en las tres dimensiones ($p < 0,001$ en todos los casos), mientras que en los grupos de control las variaciones fueron inexistentes o moderadas. La magnitud de los cambios fue particularmente alta en razonamiento y argumentación lógica ($t = -19,72$) y toma de decisiones fundamentada ($t = -20,94$), indicando que la intervención tuvo un impacto profundo en estas dimensiones. Por el contrario, los grupos de control mostraron cambios ligeros en razonamiento y toma de decisiones y ausencia de variación significativa en comprensión e interpretación. Estos hallazgos sugieren que el incremento en los niveles de pensamiento reflexivo puede atribuirse, con razonable seguridad, a la implementación de la propuesta pedagógica.

Para comparar las mejoras entre grupos, se utilizaron pruebas t para muestras independientes sobre las ganancias (posttest – pretest) y un análisis de varianza (ANOVA) de un factor. Las Tablas 12, 13 y 14 presentan los resultados del ANOVA para las tres dimensiones, y la Tabla 15 sintetiza el ANOVA de la ganancia global en pensamiento reflexivo. Todas las pruebas indican diferencias altamente significativas entre los grupos:

- Comprensión e interpretación: $F(2, 99) = 124,80, p < .001, \eta^2 = 0,72$.
- Razonamiento y argumentación: $F(2, 99) = 178,20, p < .001, \eta^2 = 0,78$.
- Toma de decisiones fundamentada: $F(2, 99) = 176,60, p < .001, \eta^2 = 0,78$.
- Pensamiento reflexivo global: $F(2, 99) = 192,44, p < .001, \eta^2 = 0,80$.

Los tamaños de efecto (η^2) fueron extremadamente elevados (entre 0,72 y 0,80), lo que indica que entre el 72% y el 80% de la variabilidad en los puntajes finales puede atribuirse al tipo de intervención implementada. Este resultado es excepcional en investigaciones educativas y subraya la potencia transformadora de la propuesta pedagógica implementada.

Con el fin de evaluar la relevancia práctica de los cambios, se calcularon tamaños de efecto mediante el índice d de Cohen. Las Tablas 16, 17 y 18 resumen los valores correspondientes a las comparaciones intragrupo, intergrupales (postest) y globales (ganancia total). El grupo experimental presentó tamaños de efecto extraordinarios en todas las dimensiones (d entre 4,18 y 4,33), magnitudes que, en términos educativos, representan transformaciones profundas y sostenidas. Los grupos control presentaron efectos pequeños o medianos, atribuibles al crecimiento escolar natural.

Las comparaciones intergrupales mostraron diferencias igualmente notorias: los valores de d superaron 3,0 en todas las dimensiones, lo que evidencia una ventaja significativa del grupo experimental sobre los grupos de control. El índice global de pensamiento reflexivo alcanzó un tamaño de efecto intragrupal de $d = 4,39$ en el grupo experimental y valores mayores de 3,90 en las comparaciones con los grupos de control, lo que confirma un impacto excepcional de la intervención.

Los datos cualitativos provenientes de las guías de observación y de los diarios reflexivos permitieron enriquecer y triangular los hallazgos cuantitativos. Las observaciones sistemáticas revelaron un aumento en la frecuencia y calidad de las intervenciones de los estudiantes del grupo experimental: se evidenció una mayor disposición a preguntar, a cuestionar supuestos, a justificar procedimientos y a debatir alternativas. Los diarios reflexivos evidenciaron cambios significativos en la forma como los estudiantes se relacionaban con las matemáticas y con los problemas sociales, expresando con mayor frecuencia juicios fundamentados, dudas productivas y posturas críticas frente a situaciones de su entorno.

Estos elementos cualitativos ilustran un aumento en la disposición para argumentar, problematizar y tomar decisiones fundamentadas, coherente con los incrementos observados en las puntuaciones cuantitativas. La triangulación de resultados evidenció, en suma, una coherencia robusta entre los datos cuantitativos y cualitativos. Los hallazgos obtenidos permiten afirmar con alta certeza que la propuesta pedagógica fundamentada en la EMC incidió positivamente y con una magnitud excepcional en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo del grupo experimental. Las diferencias

sustantivas entre los grupos, los tamaños de efecto extremadamente altos y la consistencia entre las fuentes de información consolidan la validez interna del estudio y respaldan la pertinencia de la intervención implementada.

3.5.1. Discusión del Objetivo Específico 1: Analizar los fundamentos teóricos, conceptuales y legales que sustentan la EMC y su relación con el pensamiento reflexivo

Aunque el primer objetivo específico se responde en el Capítulo II, su discusión en este punto es crucial para interpretar los hallazgos empíricos a la luz de los referentes teóricos. Los cambios observados en las tres dimensiones del pensamiento reflexivo encuentran sustento en la literatura sociocrítica revisada. Skovsmose (1994, 2011) plantea que la EMC dota a las matemáticas escolares de una función interpretativa y emancipadora cuando se vincula con la lectura crítica del mundo. Este principio explica por qué los estudiantes del grupo experimental lograron avanzar de explicaciones mecánicas a análisis contextualizados y reflexivos.

Freire (1970/2020) argumenta que la educación auténtica es aquella que “problematiza” el mundo y habilita la toma de decisiones conscientes. Esta perspectiva freireana se articula con los resultados obtenidos en la dimensión de toma de decisiones fundamentada, donde los estudiantes mostraron avances notablemente superiores a los grupos control. En concordancia, Dewey (1933) sostiene que el pensamiento reflexivo se activa mediante situaciones problemáticas genuinas, lo cual coincide con las tareas contextualizadas implementadas en el estudio. Asimismo, Ennis (1991) considera que la argumentación lógica, la interpretación de información y la toma de decisiones fundamentadas son dimensiones constitutivas del pensamiento crítico, lo que valida el modelo operacional adoptado en esta tesis.

El marco legal colombiano, especialmente los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) y las Competencias Ciudadanas (MEN, 2004), respalda esta interpretación, al establecer que la matemática escolar debe formar ciudadanos capaces de analizar información, argumentar con rigor y tomar decisiones fundamentadas. Los resultados obtenidos en este estudio dialogan directamente con estos principios normativos.

3.5.2. Discusión del Objetivo Específico 2: Diagnosticar el nivel inicial de desarrollo del pensamiento reflexivo

El diagnóstico inicial permitió identificar el punto de partida de los estudiantes en relación con las tres dimensiones operativas del pensamiento reflexivo. Los valores pretest presentados en la Tabla 8 mostraron que los puntajes del grupo experimental y de los grupos control eran similares, lo cual confirma la homogeneidad inicial y respalda la pertinencia del diseño cuasiexperimental basado en grupos intactos. Esta línea base evidenció dificultades notorias en la interpretación de información cuantitativa, la formulación de argumentos lógicos y la toma de decisiones fundamentadas en criterios matemáticos y éticos.

Estos hallazgos iniciales dialogan con la crítica clásica de Skovsmose (1994), quien sostiene que la matemática escolar tradicional tiende a formar “usuarios pasivos del algoritmo” antes que ciudadanos críticos capaces de analizar y cuestionar su realidad. En términos de Dewey (1933), este fenómeno corresponde al “pensamiento rutinario”, caracterizado por respuestas mecánicas y poco reflexivas. Ambas ideas se hicieron evidentes en las producciones iniciales de los estudiantes, donde predominaban justificaciones superficiales y razonamientos poco estructurados.

Asimismo, la desconexión entre lo matemático y lo social, identificada en el diagnóstico, coincide con los planteamientos de Isaza y Escobar (2024), quienes destacan que en América Latina persisten prácticas pedagógicas que no integran la matemática escolar con la problematización del contexto. En consecuencia, el diagnóstico no solo permitió determinar el nivel inicial del pensamiento reflexivo, sino que justificó la pertinencia y necesidad de la propuesta pedagógica basada en la EMC.

3.5.3. Discusión del Objetivo Específico 3: Diseñar una propuesta pedagógica basada en la EMC que articule contenidos matemáticos con problemáticas sociales

La propuesta pedagógica diseñada integró actividades contextualizadas, debates matemáticos, análisis de situaciones reales y tareas de investigación basadas en datos locales del entorno de Manizales y del Colegio de Cristo. Este diseño responde fielmente

a las exigencias epistemológicas de la EMC formuladas por Skovsmose (1994): conectar las matemáticas con las preocupaciones sociales de los estudiantes y promover escenarios de investigación donde se desarrollen habilidades críticas.

Freire (1970/2020) sostiene que el conocimiento adquiere sentido cuando permite “leer el mundo” y actuar sobre él. Bajo esta perspectiva, la propuesta incorporó dilemas éticos, problemas comunitarios y situaciones que requerían evaluar alternativas y justificar decisiones. Asimismo, se integraron los aportes de Dewey (1933) al diseñar actividades abiertas que exigían interpretar, analizar, inferir y deliberar, y el enfoque sociocultural de Vygotsky (1978) mediante el uso sistemático del trabajo colaborativo y el diálogo matemático como medios para construir significado.

La coherencia interna del diseño pedagógico —entre EMC, pedagogía crítica y enfoques socioculturales— constituye uno de los factores explicativos de los resultados obtenidos en el posttest, reflejados en los tamaños de efecto excepcionales reportados en las Tablas 16, 17 y 18.

3.5.4. Discusión del Objetivo Específico 4: Implementar la estrategia pedagógica y analizar el proceso de implementación

La implementación de la estrategia generó cambios notorios en la dinámica de aula, observados sistemáticamente en los registros de clase y las guías de observación (Anexo K). Estos cambios se pueden sintetizar en tres transformaciones centrales:

- (a) mayor participación estudiantil,
- (b) aumento en la calidad de los argumentos, y
- (c) integración de criterios matemáticos, éticos y sociales en la resolución de problemas.

En términos freireanos, la participación activa de los estudiantes evidencia la superación de la enseñanza bancaria. Los estudiantes comenzaron a problematizar las situaciones matemáticas, cuestionar supuestos y construir significados mediante el diálogo. Esto se relaciona con el razonamiento dialógico descrito por Vygotsky (1978), según el cual las funciones cognitivas superiores se desarrollan mediante interacciones sociales mediadas.

Las observaciones mostraron que los estudiantes comparaban estrategias, justificaban procedimientos y analizaban consecuencias de decisiones matemáticas. Estas prácticas se alinean con los planteamientos de Godino y Batanero (1998), para quienes la argumentación matemática implica explicar, justificar y criticar. La implementación hizo evidentes estas prácticas y preparó el terreno para los logros reportados en las tres dimensiones evaluadas.

3.5.5. Discusión del Objetivo Específico 5: Evaluar la incidencia global de la propuesta pedagógica en el pensamiento reflexivo

La evaluación global se fundamenta en los resultados estadísticos representados en el Gráfico 1, los descriptivos de la Tabla 8, las pruebas t (Tablas 9 a 11), y los ANOVA (Tablas 12 a 15) y los tamaños de efecto (Tablas 16 a 18). La consistencia entre estos análisis demuestra que la intervención tuvo un impacto significativo en las tres dimensiones del pensamiento reflexivo.

Los valores de F y los tamaños de efecto η^2 observados indican una incidencia superior a la reportada habitualmente en estudios de aula, lo cual subraya la fortaleza de la intervención. En términos de Skovsmose (2011), estos hallazgos muestran que la EMC posibilita escenarios donde los estudiantes aprenden matemáticas no solo para resolver ejercicios, sino para comprender críticamente el mundo y tomar decisiones fundamentadas.

Freire (1970/2020) enfatiza que toda práctica educativa debe generar autonomía crítica. Los estudiantes del grupo experimental manifestaron en sus diarios haber desarrollado un pensamiento más analítico y consciente frente a problemas reales, lo que confirma la incidencia global de la propuesta más allá de lo meramente conceptual. Estos resultados dialogan también con las competencias ciudadanas del MEN (2004), al fortalecer la interpretación crítica, la comunicación argumentativa y la deliberación informada.

3.5.6. Discusión específica de la dimensión: Comprensión e interpretación de información matemática

Los resultados de esta dimensión, observables en el Gráfico 1 y cuantificados en la Tabla 8, indican un avance contundente del grupo experimental. Las pruebas t para muestras relacionadas (Tabla 9) confirman diferencias estadísticamente significativas entre pretest y posttest, y el ANOVA de un factor (Tabla 12) muestra diferencias muy marcadas entre grupos en el momento final.

Este avance se explica por el énfasis en actividades que requerían interpretar gráficas, analizar tablas, evaluar tendencias y relacionar datos con situaciones reales. Skovsmose (2011) sostiene que interpretar información matemática en contextos reales es una práctica fundamental de la EMC. Dewey (1933) concuerda al señalar que la interpretación crítica exige reconstruir mentalmente los datos para generar significados. Ennis (1991) plantea que la interpretación es uno de los primeros pasos del pensamiento crítico; los resultados del grupo experimental son coherentes con esta concepción.

3.5.7. Discusión específica de la dimensión: Razonamiento y argumentación lógica

La segunda dimensión mostró uno de los impactos más fuertes. El Gráfico 1 revela un incremento notable y las Tablas 8, 10 y 13 evidencian diferencias significativas dentro del grupo experimental y entre los tres grupos en el posttest. El fortalecimiento del razonamiento y la argumentación se explica por la incorporación de debates matemáticos, análisis de errores, comparación de estrategias y justificación de procedimientos.

Godino y Batanero (1998) plantean que argumentar matemáticamente supone establecer relaciones, justificar decisiones y defender estrategias. Esta práctica se volvió recurrente en el grupo experimental. Vygotsky (1978) sostiene que el razonamiento se potencia en interacción; esta idea se vio reflejada en las discusiones colaborativas registradas.

El análisis cualitativo mostró argumentos mejor estructurados, con uso de conectores lógicos, explicaciones fundamentadas y referencias a criterios matemáticos.

Estos avances constituyen evidencia sólida del desarrollo del pensamiento reflexivo, en la línea conceptual de Ennis (1991) para el pensamiento crítico.

3.5.8. Discusión específica de la dimensión: Toma de decisiones fundamentada

La dimensión de toma de decisiones fundamentada fue la de mayor impacto, como refleja el Gráfico 1. La Tabla 8 muestra incrementos sustanciales en el grupo experimental y la Tabla 11 confirma diferencias estadísticamente significativas entre los momentos de medición, mientras que la Tabla 14 evidencia diferencias muy marcadas entre los grupos en el posttest.

La naturaleza social y ética de los problemas abordados en esta investigación favoreció el desarrollo de esta dimensión. Freire (1970/2020) señala que la educación debe habilitar al sujeto para tomar decisiones críticas frente a su realidad. La EMC, al integrar situaciones reales del contexto de Manizales, permitió que los estudiantes deliberaran, evaluaran alternativas y justificaran decisiones con base en datos cuantitativos y criterios éticos.

Isaza y Escobar (2024) destacan que la EMC en América Latina debe fomentar la agencia crítica y la autonomía del estudiante. Los avances en esta dimensión demuestran que los estudiantes del Colegio de Cristo desarrollaron una capacidad más sofisticada para tomar decisiones fundamentadas que trascienden el aula y se proyectan hacia la ciudadanía crítica.

En síntesis, los resultados y su discusión permiten afirmar que la propuesta pedagógica basada en la EMC incidió de manera significativa en el pensamiento reflexivo de los estudiantes de grado noveno, fortaleciendo su capacidad para interpretar información matemática, razonar y argumentar con rigor, y tomar decisiones fundamentadas en problemas reales de su entorno. Esta transformación se sostiene sobre fundamentos teóricos sólidos (Skovsmose, Freire, Dewey, Vygotsky, Godino y Batanero, Ennis, Isaza y Escobar) y se alinea con la política educativa colombiana (MEN 1998, 2004, 2006). La combinación de evidencia cuantitativa y cualitativa confirma la

pertinencia de integrar la EMC al currículo y demuestra que es posible formar sujetos críticos mediante una enseñanza matemática situada, dialógica y reflexiva.

CAPÍTULO IV. Propuesta de transformación

El presente capítulo desarrolla la propuesta de transformación derivada de los resultados obtenidos en el capítulo anterior. Los hallazgos expuestos en el Capítulo III —tanto el análisis estadístico como la discusión teórica contrastada— evidenciaron de manera contundente la necesidad de incorporar un modelo pedagógico que dé respuesta al problema científico identificado en esta investigación. Las mejoras significativas alcanzadas por los estudiantes del grupo experimental en las tres dimensiones del pensamiento reflexivo, respaldadas por tamaños de efecto excepcionales, demostraron que la EMC constituye una alternativa altamente eficaz para transformar las prácticas de aula y fortalecer procesos cognitivos superiores en el Colegio de Cristo.

Los tamaños de efecto obtenidos son particularmente elocuentes: el grupo experimental alcanzó valores de $d = 4,18$ en comprensión e interpretación, $d = 4,32$ en razonamiento y argumentación lógica, $d = 4,33$ en toma de decisiones fundamentada y un d global de $4,39$, magnitudes clasificadas como excepcionales en términos educativos. Del mismo modo, los tamaños de efecto intergrupales entre el grupo experimental y los grupos control oscilaron entre $d = 3,19$ y $d = 4,12$, lo cual evidencia diferencias extremadamente significativas en favor del enfoque basado en EMC. Estos resultados se constituyen el argumento empírico más sólido para sustentar la pertinencia de institucionalizar este enfoque como parte integral del Proyecto Educativo Institucional (PEI).

A partir de esta base empírica y teórica, el presente capítulo expone la fundamentación, estructura, objetivos, alcance, fases operativas, recursos requeridos, resultados esperados, criterios de evaluación y validación, así como un cierre reflexivo de la propuesta pedagógica. Se trata de una propuesta diseñada para trascender la intervención puntual realizada en el grupo experimental y proyectarse como un lineamiento pedagógico institucional sostenible, articulado con la misión, la visión y las políticas formativas del Colegio de Cristo.

4.1. Fundamentación de la propuesta de transformación.

La propuesta de transformación se sustenta en el paradigma sociocrítico de la educación, el cual concibe la escuela como un espacio político, cultural y ético donde los sujetos construyen significados, desarrollan agencia y transforman su realidad social. Este enfoque orienta la enseñanza hacia la emancipación intelectual, la participación democrática y el análisis crítico de las estructuras sociales que configuran la vida cotidiana (Freire, 1970/2020; Giroux 2011; Apple, 2012). Desde esta perspectiva, la educación matemática adquiere un papel decisivo en la formación ciudadana, pues constituye un lenguaje para interpretar el mundo, cuestionar desigualdades y fundamentar decisiones con base en evidencias.

En coherencia con este paradigma, la EMC —según Skovsmose (1994, 2011, 2014)— entiende la matemática escolar como una práctica sociocultural y sociopolítica. La EMC propone que los estudiantes analicen fenómenos sociales mediante conceptos matemáticos, evalúen información cuantitativa, argumenten con rigor y tomen decisiones fundamentadas sobre situaciones relevantes de su entorno. Valero (2004) complementa esta visión al señalar que la matemática es un discurso político cuyo aprendizaje puede ampliar o restringir la participación ciudadana. En este sentido, la EMC constituye el fundamento epistemológico y metodológico que justifica la necesidad de transformar la práctica de aula identificada en esta investigación.

En el marco de este estudio, la EMC adquiere un carácter teórico-operativo renovado gracias a los aportes emergentes del análisis empírico. A partir de los resultados obtenidos en el Capítulo III, se precisó y validó una conceptualización tridimensional del pensamiento reflexivo en matemáticas, compuesta por:

1. Comprensión e interpretación de información matemática.
2. Razonamiento y argumentación lógica.
3. Toma de decisiones fundamentada.

Estas tres dimensiones, derivadas del cruce entre la literatura sociocrítica y los hallazgos del presente estudio, constituyen una contribución teórica original, pues no se

encuentran formuladas de manera equivalente en la investigación colombiana y latinoamericana. Su estructuración sistemática permite establecer una relación directa entre EMC y pensamiento reflexivo como constructo educativo medible. En consecuencia, esta tesis aporta un marco conceptual refinado que amplía la teoría existente y cuyo potencial radica en su capacidad para orientar procesos evaluativos, diseñar secuencias didácticas y fundamentar lineamientos curriculares.

Este aporte teórico se integra, además, con una necesidad institucional concreta identificada en los resultados del Capítulo III: la falta de herramientas sistemáticas para evaluar competencias críticas en matemáticas. La propuesta de transformación responde directamente a esta necesidad al ofrecer una arquitectura conceptual, operativa y evaluativa que permite incorporar estas tres dimensiones al Proyecto Educativo Institucional (PEI) y al Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes (SIEE). De este modo, la contribución teórica se convierte en una ruta práctica que fortalece la calidad educativa y garantiza coherencia entre evaluación, didáctica y formación ciudadana.

De igual manera, la fundamentación de esta propuesta se fortalece con la evidencia empírica obtenida: los tamaños de efecto reportados en el Capítulo III (todos superiores a $d=3,19$ en comparaciones intergrupos y superiores a $d = 4,0$ en comparaciones intragrupo) constituyen un argumento científico sólido sobre la eficacia de la intervención basada en EMC. Estos resultados demuestran que la aplicación sistemática de actividades contextualizadas, debates matemáticos y análisis crítico de problemas reales es altamente efectiva para promover pensamiento reflexivo en los estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo.

En síntesis, la fundamentación articula de manera coherente los siguientes aportes:

- Aporte teórico: formulación original de un modelo tridimensional de pensamiento reflexivo en matemáticas.
- Aporte metodológico: operacionalización de la EMC en secuencias didácticas contextualizadas, dialogadas y orientadas a la toma de decisiones.

- Aporte empírico: evidencia estadística excepcional que valida científicamente la pertinencia del modelo.
- Aporte institucional: orientaciones para integrar la EMC al PEI y al SIEE, garantizando sostenibilidad y coherencia entre teoría, práctica y evaluación.

Esta articulación constituye la base epistemológica, metodológica y operativa de la propuesta de transformación que se presenta en este capítulo, y establece su relación directa con el objetivo general de la tesis y con las necesidades identificadas en los resultados para transformar de manera efectiva el problema científico planteado.

4.2. Descripción de la propuesta de transformación.

La propuesta de transformación se configura como un modelo pedagógico integral orientado a institucionalizar la EMC como práctica formativa estable y articulada dentro del Colegio de Cristo. Su propósito central es armonizar los fundamentos teóricos, metodológicos y evaluativos discutidos previamente con estrategias didácticas viables y sostenibles, de modo que el fortalecimiento del pensamiento reflexivo deje de depender exclusivamente del docente ejecutor y se convierta en una orientación permanente del proceso formativo institucional. La propuesta está diseñada para operar en coherencia con el PEI, el plan de estudios del área de matemáticas y el SIEE.

Desde esta perspectiva, la propuesta no se plantea como un conjunto de actividades aisladas ni como un plan operativo rígido, sino como un sistema estructurado de componentes interdependientes que orientan la práctica docente hacia la reflexión crítica, la contextualización de los contenidos matemáticos y la toma de decisiones fundamentada. Este carácter sistémico garantiza su flexibilidad y capacidad de adaptación a diferentes grados escolares, ritmos de trabajo docente y necesidades institucionales, sin perder la coherencia metodológica que exige la EMC.

El punto de partida del modelo es su componente teórico-conceptual, el cual define el horizonte epistemológico y pedagógico que orienta la intervención. Este componente integra los aportes de Skovsmose (1994, 2011, 2014) sobre la matemática

como práctica sociopolítica, la noción freireana de problematización como eje de la acción educativa, y la conceptualización tridimensional del pensamiento reflexivo planteada en esta investigación. Desde este marco, el aula se concibe como un espacio donde los estudiantes interpretan, argumentan y deliberan sobre fenómenos reales, utilizando la matemática como herramienta para comprender, cuestionar y transformar su entorno.

A partir de esta base conceptual, la propuesta incorpora un componente metodológico que operacionaliza los principios de la EMC mediante secuencias didácticas contextualizadas. Estas secuencias se organizan a partir de situaciones problematizadoras provenientes del territorio y del contexto cotidiano de los estudiantes —como movilidad urbana, consumo responsable, problemáticas ambientales o desigualdades socioeconómicas—, garantizando que los contenidos matemáticos adquieren sentido social y ético. La metodología promueve un trabajo de aula basado en la exploración, la modelación, el análisis de datos reales, el trabajo colaborativo, la argumentación y la deliberación crítica, de manera que el aprendizaje se transforma de un ejercicio repetitivo a un proceso reflexivo y situado.

Finalmente, el modelo incluye un componente evaluativo orientado a valorar procesos más que productos. Este componente articula instrumentos como rúbricas analíticas, portafolios matemáticos reflexivos, diarios de pensamiento, guías de observación y pruebas contextualizadas, que permiten documentar los avances en las tres dimensiones del pensamiento reflexivo: comprensión e interpretación de la información, razonamiento y argumentación lógica, y toma de decisiones fundamentada. La evaluación cumple una doble función: monitorear el progreso individual y colectivo, y retroalimentar al docente y a la institución sobre la pertinencia de las prácticas pedagógicas implementadas.

El énfasis en la evaluación formativa convierte este componente en un eje articulador del modelo, pues permite comprender cómo los estudiantes utilizan la matemática para interpretar el mundo, y cómo el docente y la institución pueden ajustar sus prácticas para garantizar una formación crítica, situada y transformadora. De este modo, los tres componentes —teórico, conceptual, metodológico y evaluativo— se

entrelazan para configurar un modelo coherente, flexible y sostenible orientado a fortalecer el pensamiento reflexivo desde una perspectiva institucional y no únicamente desde el ámbito de la intervención puntual.

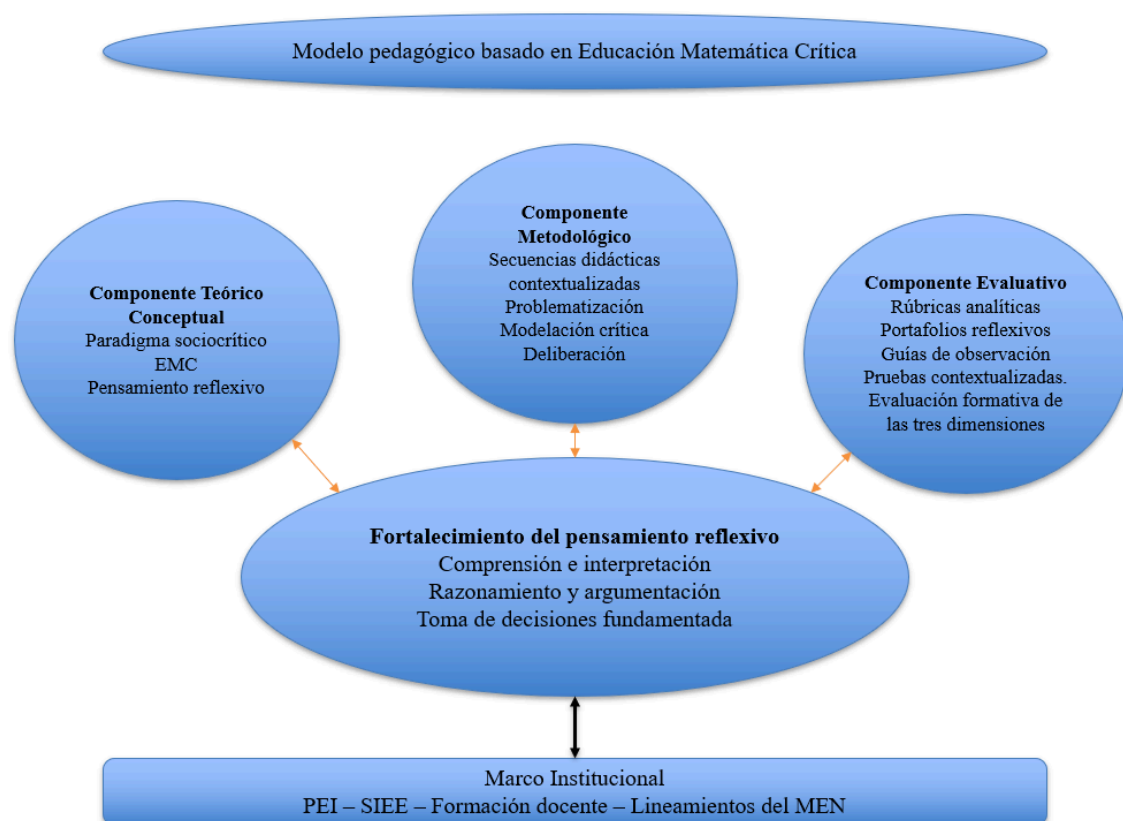
Esta descripción permite comprender que la propuesta de transformación no se limita a modificar actividades de aula, sino que plantea una manera distinta de concebir la enseñanza de las matemáticas en la institución: una práctica crítica, situada y dialógica que, al articular teoría, metodología y evaluación, responde con pertinencia a las necesidades diagnosticadas y al mandato formativo de construir ciudadanía desde el pensamiento matemático.

Además, la propuesta cuenta con un alcance claramente definido que orienta su implementación progresiva en el Colegio de Cristo. En términos de cobertura, se proyecta para ser aplicada inicialmente en los grados séptimo, octavo y noveno del área de matemáticas, con posibilidades de extensión gradual hacia otros niveles de básica secundaria y media. La propuesta se articula con los contenidos del plan de estudios y está diseñada para desarrollarse en ciclos de intervención semestrales, cada uno de ellos contemplado en un periodo aproximado de 12 a 16 semanas, lo que permite integrar las secuencias didácticas contextualizadas sin alterar la planificación curricular institucional. Este alcance temporal y académico posibilita que el modelo pueda ser evaluado de manera sistemática, retroalimentado en cada ciclo y ajustado conforme a las necesidades del contexto.

La propuesta reconoce también limitaciones institucionales y operativas que deben ser consideradas para garantizar su sostenibilidad. En primer lugar, su éxito depende en gran medida del compromiso docente y del desarrollo profesional continuo en EMC, ya que la apropiación teórico-metodológica es un requisito indispensable para la implementación rigurosa de las secuencias didácticas y de los procesos de evaluación formativa. En segundo lugar, la aplicación en otros grados o instituciones requiere ajustes contextuales que respondan a sus particularidades socioculturales, curriculares y organizativas. Finalmente, la disponibilidad de recursos tecnológicos y la estabilidad en las condiciones institucionales (tiempos de clase, espacios de trabajo colaborativo, acompañamiento pedagógico) pueden influir en el ritmo de implementación.

Estas limitaciones, lejos de debilitar la propuesta, se traducen en requerimientos de política institucional: formación continua en EMC, fortalecimiento de la infraestructura, asignación de horas institucionales para el trabajo colegiado y acompañamiento pedagógico sostenido. Al integrar estos requerimientos en la planificación institucional, la propuesta asegura su viabilidad y sostenibilidad a mediano y largo plazo.

Figura 2 Modelo pedagógico de Educación Matemática Crítica para el fortalecimiento del pensamiento reflexivo.



La figura 2 sintetiza gráficamente la propuesta. Este núcleo se articula con tres componentes estructurales: el componente teórico-conceptual (EMC y paradigma sociocrítico), el componente metodológico (secuencias didácticas contextualizadas y momentos de problematización, modelación y deliberación) y el componente evaluativo (rúbricas, portafolios y evaluación formativa). Todo el esquema se sostiene sobre una base institucional conformada por el PEI, el SIEE y las políticas de formación docente,

lo que expresa que la propuesta trasciende la intervención puntual y se configura como un lineamiento de carácter institucional.

4.3. Objetivos de la propuesta

4.3.1. Objetivo general de la propuesta

Institucionalizar un modelo pedagógico basado en la Educación Matemática Crítica en el área de matemáticas del Colegio de Cristo, orientado a fortalecer de manera sostenida las tres dimensiones del pensamiento reflexivo —comprensión e interpretación de información matemática, razonamiento y argumentación lógica, y toma de decisiones fundamentada— mediante la implementación progresiva de secuencias didácticas contextualizadas, prácticas dialógicas de argumentación y un sistema de evaluación formativa articulado al Proyecto Educativo Institucional.

4.3.2. Objetivos específicos de la propuesta

1. Transformar las prácticas pedagógicas del área de matemáticas mediante la implementación sistemática de secuencias didácticas contextualizadas en problemáticas sociomatemáticas del entorno, orientadas a desarrollar comprensión, argumentación y toma de decisiones fundamentada en los estudiantes.

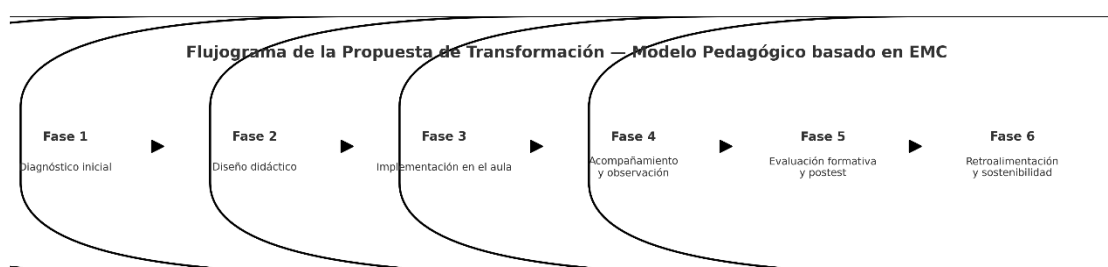
2. Consolidar un sistema institucional de evaluación formativa que permita valorar el desarrollo progresivo del pensamiento reflexivo mediante el uso de rúbricas analíticas, portafolios matemáticos reflexivos y espacios de deliberación crítica fundamentada.

3. Establecer lineamientos y estrategias de formación continua para el cuerpo docente del Colegio de Cristo que garanticen la sostenibilidad, escalabilidad e institucionalización de la Educación Matemática Crítica dentro del Proyecto Educativo Institucional y del Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes.

4.4 Actividades, fases y/o etapas

La implementación de la propuesta de transformación se estructura en seis fases secuenciales e interdependientes que garantizan la coherencia entre el objetivo general de la propuesta, los fundamentos teóricos de la EMC y las necesidades formativas identificadas a partir de los resultados empíricos del Capítulo III. Cada fase articula actividades específicas, criterios operativos e instrumentos que permiten su verificación y validación, configurándose como una ruta metodológica clara para la institucionalización del modelo pedagógico.

Figura 3 Flujograma de la Propuesta de Transformación basada en EMC



La Figura 3 sintetiza visualmente la estructura general del modelo y la relación entre las seis fases, los componentes teórico-metodológicos y el propósito institucional de fortalecer el pensamiento reflexivo en las tres dimensiones validadas. El flujograma permite comprender de manera integrada el tránsito entre diagnóstico, diseño, implementación, acompañamiento, evaluación y sostenibilidad institucional, ofreciendo un mapa operativo claro para su puesta en marcha.

Con esta organización, el modelo adquiere solidez metodológica, operatividad y trazabilidad, a la vez que ofrece al colegio y al cuerpo docente un camino claro y sustentado para institucionalizar la EMC como práctica permanente y se convierte en un instrumento aplicable, escalable y evaluable.

4.4.1. Fase 1. Diagnóstico inicial: identificación de necesidades formativas.

El proceso inicia con un diagnóstico sistemático que permite establecer la línea base del pensamiento reflexivo en los estudiantes y caracterizar las prácticas docentes

existentes en el área de matemáticas. Esta fase responde a los hallazgos del Capítulo III, donde se evidenció la necesidad institucional de fortalecer la interpretación de información matemática, la argumentación lógica y la toma de decisiones fundamentadas.

Actividades principales

- Aplicación del pretest de pensamiento reflexivo (Anexo H)
- Aplicación de cuestionario docente sobre prácticas pedagógicas en matemáticas.
- Entrevistas breves y observaciones iniciales para conocer percepciones sobre la reflexión en el aula. (Anexo K)
- Sistematización y análisis comparativo con los referentes teóricos de la EMC y el paradigma sociocrítico.

4.4.2. Fase 2. Diseño didáctico: elaboración de secuencias y definiciones operativas

En esta fase se construyen las secuencias didácticas basadas en problemáticas sociales reales del entorno, articuladas con la conceptualización tridimensional del pensamiento reflexivo validada estadísticamente. Esta fase garantiza la coherencia entre teoría, contexto y currículo.

Actividades principales:

- Elaboración de secuencias didácticas contextualizadas
- Definición operativa de las actividades de argumentación, modelación y deliberación crítica.
- Construcción del sistema de evaluación formativa, incluyendo rúbricas analíticas, portafolios y guías de deliberación.
- Revisión colegiada para garantizar pertinencia pedagógica y viabilidad institucional.

4.4.3. Fase 3. Implementación pedagógica en el aula: interacción crítica y modelación matemática

Esta fase constituye el núcleo práctico de la propuesta. Se desarrollan las secuencias didácticas de manera que los estudiantes transiten desde la exploración del contexto hacia la modelación matemática y la deliberación fundamentada.

Actividades principales:

- Desarrollo de las secuencias mediante los tres momentos centrales de la EMC
 - o Exploración del problema social.
 - o Modelación matemática del fenómeno.
 - o Debate y deliberación sobre posibles soluciones.
- Registro de interacciones y discusiones mediante diarios de aula.
- Trabajo colaborativo guiado por el docente.

4.4.4. Fase 4. Acompañamiento y observación: monitoreo del proceso formativo

Para garantizar la calidad del proceso e identificar necesidades de ajuste, se implementa un sistema de acompañamiento pedagógico que permite monitorear el avance de los estudiantes y la consolidación de las prácticas docentes. Esta fase aporta insumos esenciales para ajustar la propuesta y consolidar su sostenibilidad institucional.

Actividades principales:

- Observaciones de clase por parte del docente y docentes pares.
- Aplicación de guías estructuradas de observación centradas en argumentación y pensamiento reflexivo.
- Entrevistas cortas y grupos focales con estudiantes para evaluar percepción de la metodología.
- Retroalimentación permanente al docente.

4.4.5. Fase 5. Evaluación formativa y posttest: análisis de impacto

En esta fase se aplican los instrumentos que permiten medir el impacto final de la propuesta en las tres dimensiones del pensamiento reflexivo. El análisis cuantitativo y cualitativo constituye la base empírica para validar la efectividad del modelo pedagógico y justificar su institucionalización.

Actividades principales:

- Aplicación del posttest de pensamiento reflexivo con las mismas condiciones del pretest.
- Valoración del portafolio matemático reflexivo del estudiante.
- Aplicación de rúbricas analíticas a actividades seleccionadas.
- Triangulación de datos cuantitativos y cualitativos.

4.4.6. Fase 6. Retroalimentación, socialización y sostenibilidad institucional

La fase final consolida los resultados del proceso, comunica los hallazgos a la comunidad educativa y sienta las bases para que el modelo se incorpore de manera estable en la cultura institucional, en coherencia con el Proyecto Educativo Institucional.

Actividades principales:

- Socialización de resultados a docentes, estudiantes y familias.
- Elaboración del informe final de impacto basado en los tamaños de efecto y la evolución cualitativa.
- Diseño de una ruta de formación docente continua en EMC.
- Inclusión de orientaciones metodológicas en los planes de área y PEI.

4.5. Recursos necesarios para la aplicación de la propuesta

La puesta en marcha de esta propuesta de transformación requiere la articulación estratégica de diversos recursos organizados en tres niveles complementarios: recursos humanos, materiales y tecnológicos. La adecuada gestión de estos recursos garantiza la viabilidad, eficacia y sostenibilidad del modelo pedagógico, en coherencia con los

objetivos institucionales, las fases operativas y los criterios de evaluación en esta investigación.

En primer lugar, los recursos humanos constituyen el eje central para la puesta en marcha de la propuesta. La participación activa de la investigadora orienta conceptualmente el proceso, asegura la coherencia epistemológica de la EMC y acompaña a los docentes en la apropiación del enfoque. Los docentes de matemáticas desempeñan un papel fundamental al incorporar prácticas reflexivas en el aula, adaptar las secuencias didácticas y realizar el seguimiento formativo de los aprendizajes.

De igual manera, la participación activa y colaborativa de los estudiantes de básica secundaria resulta esencial, en tanto ellos asumen roles protagónicos en actividades de modelación, deliberación y argumentación crítica. Finalmente, los directivos docentes apoyan la implementación mediante la gestión logística, la asignación de tiempos institucionales, la facilitación de espacios de trabajo colegiado y el fortalecimiento de la cultura pedagógica requerida para la sostenibilidad del modelo.

En cuanto a los recursos materiales, estos permiten operacionalizar el enfoque crítico propuesto. Entre ellos se incluyen guías impresas y digitales diseñadas para las secuencias didácticas, cuadernos de diario reflexivo para documentar los procesos de interpretación, argumentación y toma de decisiones, así como materiales manipulativos que favorecen la modelación y comprensión de los fenómenos abordados. También se consideran pizarras, proyectores, marcadores, cartulinas y dispositivos móviles, los cuales facilitan el trabajo colaborativo, la visualización de datos y la interacción dinámica en el aula. Estos recursos configuran ambientes de aprendizaje flexibles, participativos y coherentes con los principios de la EMC.

Finalmente, Los recursos tecnológicos desempeñan un papel decisivo en la implementación, sistematización y evaluación de la propuesta. Se utilizan plataformas digitales como Google Forms para aplicar cuestionarios diagnósticos y posttest; software estadístico (SPSS o JASP) para el procesamiento de datos cuantitativos; y repositorios institucionales que permiten almacenar y organizar evidencias como portafolios

digitales, registros de aula, producciones estudiantiles y actas de acompañamiento docente.

Del mismo modo, herramientas de comunicación institucional y plataformas de gestión académica fortalecen la coordinación entre docentes, la retroalimentación continua y la trazabilidad del proceso. La integración de estos recursos tecnológicos asegura la eficiencia en la recolección, uso y análisis de los datos necesarios para la toma de decisiones pedagógicas.

La articulación de los recursos humanos, materiales y tecnológicos garantiza la implementación pertinente de la propuesta, respalda los criterios de validez y factibilidad del modelo y asegura las condiciones necesarias para su continuidad y generalización dentro del Proyecto Educativo Institucional del Colegio de Cristo.

4.6. Resultados

Los resultados previstos de la implementación y validación de la propuesta de transformación se proyectan como un conjunto de aportes teórico-prácticos de alto impacto pedagógico, cuya relevancia se fundamenta en la coherencia del modelo con los hallazgos diagnósticos y con las necesidades institucionales identificadas. Desde esta perspectiva, los resultados a obtener no solo fortalecerán el pensamiento reflexivo de los estudiantes, sino que también consolidarán capacidades docentes e institucionales orientadas a garantizar la sostenibilidad de la EMC en el Colegio de Cristo.

A continuación, se presentan los productos principales esperados, organizados en cuatro ámbitos: teórico, metodológico, pedagógico e institucional, y acompañados de los criterios e indicadores que permitirán valorar su alcance en la etapa de desarrollo.

4.6.1. Resultados o productos a obtener

4.6.1.1. Aportes teóricos

La propuesta de transformación genera aportes teóricos que enriquecen y amplían el campo de la EMC y del pensamiento reflexivo en matemáticas, a la vez que

proporcionan una base conceptual sólida para orientar procesos de enseñanza en instituciones escolares colombianas.

Uno de los aportes más significativos es la construcción y formalización de un modelo tridimensional de pensamiento reflexivo matemático, integrado por la comprensión e interpretación de información matemática, el razonamiento y la argumentación lógica, y la toma de decisiones fundamentada, derivado del diálogo entre los referentes sociocríticos y la evidencia empírica obtenida. Este modelo, ausente en formulaciones equivalentes en la literatura colombiana y latinoamericana, constituye un aporte conceptual novedoso y rigurosamente estructurado.

Asimismo, la propuesta integra armónicamente la problematización freireana, la modelación crítica de Skovsmose y la argumentación matemática como prácticas orientadas a la formación ciudadana. Esta articulación redefine la EMC como un enfoque operativo que puede traducirse en secuencias didácticas, estrategias de aula y sistemas de evaluación coherentes con las exigencias de una educación crítica.

Finalmente, se profundiza la comprensión del vínculo entre matemáticas escolares y ciudadanía crítica, mostrando cómo el pensamiento reflexivo se convierte en un puente entre el razonamiento matemático y la acción ética e informada frente a problemas sociales contemporáneos. Con ello, la matemática escolar trasciende una visión técnica para asumirse como un lenguaje de interpretación del mundo y de participación democrática.

En conjunto, estos aportes consolidan un cuerpo teórico novedoso, sistemático y pertinente, que redefine el lugar de la matemática escolar dentro del paradigma sociocrítico y ofrece a la institución un marco conceptual sólido para orientar prácticas reflexivas, dialógicas y socialmente situadas.

4.6.1.2. Aportes metodológicos

Desde una perspectiva metodológica, la propuesta consolida un conjunto de herramientas y procesos innovadores que permiten llevar a la práctica los principios de la Educación Matemática Crítica en el aula. En primer lugar, establece un modelo

pedagógico estructurado en seis fases —diagnóstico, diseño, implementación, acompañamiento, evaluación y sostenibilidad institucional— que ofrece una ruta clara, replicable y verificable para su aplicación en contextos escolares similares. Esta arquitectura metodológica garantiza coherencia entre el enfoque sociocrítico, los objetivos institucionales y la evidencia empírica obtenida en la investigación.

Asimismo, la propuesta integra secuencias didácticas contextualizadas diseñadas a partir de problemáticas reales del entorno —como movilidad, consumo responsable, ambiente o inequidad socioeconómica— que articulan los contenidos curriculares con situaciones socialmente relevantes. Estas secuencias operacionalizan los momentos esenciales de la EMC: exploración del contexto, modelación matemática y deliberación crítica, permitiendo que la enseñanza se desarrolle en diálogo con la realidad.

Otro aporte metodológico central es la configuración de un sistema de evaluación formativa, sustentado en rúbricas analíticas alineadas con las tres dimensiones del pensamiento reflexivo, portafolios matemáticos reflexivos, actividades de argumentación crítica, pruebas contextualizadas y guías de observación docente. Este sistema promueve una evaluación centrada en procesos, favorece la retroalimentación continua y facilita la toma de decisiones pedagógicas basada en evidencia.

Finalmente, la propuesta incorpora estrategias de triangulación cuantitativa y cualitativa que permiten valorar el desarrollo del pensamiento reflexivo desde diversas fuentes: análisis estadístico, registros de aula, producciones estudiantiles y percepciones docentes. Esta articulación metodológica fortalece la validez del modelo y asegura su aplicabilidad en distintos grados y contextos institucionales.

En conjunto, los aportes metodológicos de esta propuesta conforman un marco operativo robusto que viabiliza la integración sostenida de la EMC en la práctica escolar, ofreciendo al Colegio de Cristo una ruta transformadora basada en evidencia y orientada al mejoramiento continuo.

4.6.1.3. Aportes pedagógicos

En el ámbito pedagógico, la propuesta genera transformaciones sustantivas en la dinámica de aula y en la manera en que los estudiantes se relacionan con las matemáticas y con los problemas de su entorno. Uno de los aportes más relevantes es la configuración de un aprendizaje situado, en el cual los estudiantes utilizan la matemática no como un conjunto de procedimientos aislados, sino como una herramienta para interpretar fenómenos reales, formular hipótesis, sustentar posiciones y tomar decisiones informadas. Este tránsito desde la repetición algorítmica hacia prácticas de análisis crítico fortalece la autonomía intelectual y la participación activa en el aula.

Asimismo, la propuesta promueve ambientes pedagógicos dialógicos basados en la argumentación, la deliberación crítica y el trabajo colaborativo. Estas prácticas favorecen la construcción colectiva de significados y permiten que los estudiantes desarrollen habilidades de razonamiento, escucha, contraargumentación y justificación de sus ideas, en coherencia con los principios sociocríticos que fundamentan el modelo. La incorporación sistemática de debates matemáticos, análisis de errores, comparación de estrategias y evaluación de alternativas potencia la capacidad de los estudiantes para articular razonamientos lógicos y fundamentar decisiones a partir de datos cuantitativos y criterios éticos.

En consonancia con la conceptualización tridimensional del pensamiento reflexivo, la propuesta estimula avances significativos en la comprensión e interpretación de información matemática, el razonamiento y la argumentación lógica, y la toma de decisiones fundamentada. Estos avances pedagógicos se sustentan en el uso de secuencias didácticas contextualizadas, en la integración de problemas de relevancia social y en la aplicación de instrumentos evaluativos que documentan, acompañan y fortalecen los procesos reflexivos.

De manera complementaria, la propuesta fomenta una cultura pedagógica centrada en la reflexión docente. Al participar en procesos de acompañamiento, observación y retroalimentación, los docentes reconocen nuevas posibilidades metodológicas para transformar sus prácticas y desarrollan capacidades profesionales

que inciden en la calidad del aprendizaje matemático. Este componente pedagógico, por tanto, no solo impacta a los estudiantes, sino que contribuye al crecimiento profesional del cuerpo docente y a la consolidación de una comunidad educativa comprometida con la EMC.

En conjunto, los aportes pedagógicos delineados muestran que la propuesta de transformación no se limita a introducir nuevas actividades, sino que reconfigura la experiencia educativa hacia prácticas más críticas, significativas y orientadas al desarrollo integral del pensamiento reflexivo en matemáticas.

4.6.1.4. Aportes institucionales

La propuesta de transformación produce aportes institucionales decisivos que trascienden la intervención puntual y fortalecen la sostenibilidad de la Educación Matemática Crítica en el Colegio de Cristo. En primer lugar, el modelo abre un camino para integrar la EMC al Proyecto Educativo Institucional (PEI) como una orientación pedagógica estable para la enseñanza de las matemáticas. Esta integración permite que la conceptualización tridimensional del pensamiento reflexivo —comprensión e interpretación, razonamiento y argumentación, y toma de decisiones fundamentada— se incorpore de manera explícita en los planes de estudio, los planes de área y el Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes (SIEE), consolidando así un marco evaluativo coherente con las demandas formativas del siglo XXI.

En segundo lugar, la propuesta fortalece la cultura profesional docente mediante la creación de una ruta de formación continua centrada en modelación crítica, diseño de secuencias contextualizadas y evaluación formativa. Este componente formativo contribuye a que los docentes adquieran herramientas conceptuales y metodológicas que les permitan apropiarse del enfoque crítico, diseñar experiencias de aprendizaje pertinentes y retroalimentar a los estudiantes con criterios claros y estructurados. La institucionalización de espacios de trabajo colegiado y comunidades de práctica favorece la reflexión pedagógica colectiva y la construcción de saber pedagógico situado.

Además, la propuesta deja como legado un conjunto organizado de recursos institucionales —secuencias didácticas, rúbricas analíticas, guías de observación, pruebas contextualizadas y portafolios— que se consolidan como patrimonio académico del área de matemáticas. Estos materiales permiten replicar, adaptar y expandir el modelo crítico en otros grados y contextos, garantizando su continuidad más allá del escenario específico de la investigación.

Finalmente, el enfoque crítico promovido por la propuesta fortalece la visión institucional de formar ciudadanos capaces de analizar información, argumentar con fundamento y tomar decisiones éticas e informadas. Esta orientación potencia la coherencia entre la política pedagógica institucional, las prácticas de aula y los estándares nacionales, aportando a la consolidación de una identidad educativa centrada en la formación crítica y reflexiva.

En conjunto, estos aportes institucionales demuestran que la propuesta de transformación no solo impacta las prácticas de aula, sino que contribuye a la construcción de un proyecto educativo sostenible, articulado y coherente con los retos contemporáneos de la educación matemática crítica en Colombia.

4.6.2. Indicadores, criterios de evaluación e instrumentación

Para asegurar la coherencia entre los objetivos de la propuesta, sus componentes estructurales y los productos esperados, se establecen indicadores y criterios de evaluación que permiten valorar la calidad, pertinencia e impacto del modelo pedagógico basado en EMC. Estos criterios, articulados con la instrumentación consignada en los anexos, constituyen el eje de seguimiento y verificación del proceso de transformación institucional.

En primer lugar, la pertinencia pedagógica se aprecia en la medida en que las actividades, secuencias didácticas y estrategias de aula responden a las necesidades formativas identificadas en el diagnóstico inicial. Este criterio considera la adecuación de las situaciones contextualizadas, la claridad de las tareas de interpretación,

argumentación y toma de decisiones, así como su correspondencia con el plan de estudios, el PEI y las expectativas formativas del nivel de básica secundaria.

En segundo lugar, la validez teórica se refiere al grado de coherencia entre los fundamentos de la EMC, la conceptualización tridimensional del pensamiento reflexivo y las decisiones didácticas adoptadas. Este criterio verifica que la propuesta mantenga fidelidad epistemológica con el paradigma sociocrítico y que operativice adecuadamente los componentes teóricos mediante estrategias y actividades concretas que promuevan procesos reflexivos de alto nivel.

Un tercer criterio, la eficacia didáctica, se centra en los avances logrados por los estudiantes en las tres dimensiones del pensamiento reflexivo. Su valoración se realiza mediante evidencias cuantitativas —como incrementos significativos en los puntajes del postest— y mediante evidencias cualitativas —como mejoras verificables en portafolios matemáticos, producciones escritas, razonamientos orales y deliberaciones colectivas—. La interpretación de este criterio se fundamenta en la triangulación de múltiples fuentes: pruebas, rúbricas analíticas, observaciones sistemáticas y diarios reflexivos, garantizando así conclusiones sólidas y válidas.

De manera complementaria, la viabilidad contextual permite analizar en qué medida los recursos institucionales disponibles —humanos, materiales y tecnológicos— posibilitan la implementación sostenida de la propuesta. Este criterio considera la disponibilidad y formación docente en EMC, la infraestructura tecnológica necesaria y la factibilidad operativa dentro de la dinámica escolar.

Finalmente, la sostenibilidad institucional valora el potencial del modelo para integrarse de manera estable al Proyecto Educativo Institucional, al Sistema Institucional de Evaluación Escolar y a los planes de área, así como su capacidad para proyectarse hacia otros grados, áreas y ciclos escolares. Este criterio permite anticipar la posibilidad de consolidar un enfoque crítico de largo alcance en la formación matemática de la institución.

En conjunto, los indicadores y criterios expuestos se materializan mediante los instrumentos incluidos en los anexos —rúbricas analíticas, guías de observación, pruebas contextualizadas, portafolios y matrices de verificación— que posibilitan una evaluación rigurosa del progreso estudiantil, la calidad de la implementación y el grado de apropiación institucional. La articulación entre estos elementos garantiza que la valoración del modelo sea sistemática, transparente y congruente con los principios de la EMC.

4.7. Valoración /Evaluación / Validación de la propuesta de transformación

La propuesta de transformación fue sometida a un proceso de valoración, evaluación y validación en correspondencia con los objetivos de la investigación, los componentes estructurales del diseño instrumental (fases, etapas, actividades y tareas) y los resultados esperados. Este proceso permitió precisar indicadores, criterios de evaluación, productos y recursos necesarios para garantizar su coherencia teórica, su pertinencia pedagógica y su viabilidad institucional.

La valoración se desarrolló desde una lógica progresiva y sistémica, que articuló tanto los criterios epistemológicos de la EMC como las necesidades detectadas en el diagnóstico inicial. A continuación, se presenta la defensa explícita de cada uno de los criterios de validación asumidos en esta tesis, apoyándose en los valores de d de Cohen y η^2 reportados en el Capítulo III como evidencia empírica clave.

4.7.1. Pertinencia

En primer lugar, se constató la pertinencia pedagógica de la propuesta, al evidenciarse que las actividades diseñadas respondían de manera directa a las necesidades identificadas en el grupo de estudiantes, especialmente en relación con las debilidades en interpretación de información matemática, argumentación y toma de decisiones fundamentada. Esta pertinencia también se reflejó en la coherencia con el currículo institucional y los lineamientos formativos del Colegio de Cristo, así como en su alineación con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de

Competencias del MEN. El modelo, por lo tanto, responde a un problema real diagnosticado y a exigencias normativas vigentes.

4.7.2. Validez teórica y empírica

En cuanto a la validez teórica, se corroboró una correspondencia sólida entre la fundamentación conceptual de la EMC, las bases del pensamiento reflexivo y los postulados de la pedagogía problematizadora. La propuesta logró operacionalizar dichos referentes en prácticas pedagógicas concretas, mediante secuencias contextualizadas, actividades dialógicas y estrategias de modelación matemática situadas en problemáticas reales del entorno, lo que demuestra su consistencia interna y coherencia epistemológica.

La validez empírica se sustentó en la magnitud de los cambios observados en el pensamiento reflexivo. Los tamaños de efecto intragrupal en el grupo experimental — $d = 4,18$ en comprensión e interpretación, $d = 4,32$ en razonamiento y argumentación, $d = 4,33$ en toma de decisiones fundamentada y $d = 4,39$ en el índice global— indican transformaciones excepcionales en términos educativos. De igual modo, los tamaños de efecto intergrupos entre el grupo experimental y los grupos control, que oscilaron entre $d = 3,19$ y $d = 4,12$, refuerzan la solidez de la evidencia. Estas magnitudes, sumadas a los valores de η^2 reportados (entre 0,72 y 0,80), confirman que la mayor parte de la varianza en los puntajes finales puede atribuirse al tipo de intervención implementada, lo que constituye una demostración robusta de validez empírica.

4.7.3. Factibilidad

La factibilidad de la propuesta se evidenció en su implementación efectiva dentro de las condiciones reales del Colegio de Cristo. La articulación de recursos humanos (docentes, directivos, estudiantes), materiales (guías, diarios, materiales manipulativos) y tecnológicos (plataformas digitales, software estadístico, repositorios institucionales) mostró que el modelo puede ser desarrollado sin requerir estructuras extraordinarias o ajenas a las posibilidades de una institución educativa de carácter similar. La organización por fases, la claridad de las actividades y la disponibilidad de instrumentos

contribuyeron a que el proceso fuera manejable para el equipo docente y compatible con los tiempos curriculares establecidos.

4.7.4. Aplicabilidad

La aplicabilidad se reflejó en la posibilidad de utilizar los instrumentos y secuencias construidos por otros docentes del área de matemáticas y, potencialmente, por docentes de áreas afines. Las rúbricas analíticas, los portafolios reflexivos, las guías de observación y las pruebas contextualizadas constituyen recursos transferibles que pueden ser adaptados a diferentes contenidos y niveles de complejidad. El modelo no se limita a una experiencia única, sino que ofrece un conjunto de herramientas y orientaciones que pueden integrarse en la planificación cotidiana, lo que amplía su campo de uso más allá del grupo experimental original.

4.7.5. Generalización

La generalización de la propuesta se sostiene tanto en su estructura metodológica como en los resultados obtenidos. Desde el punto de vista empírico, los valores de η^2 reportados en el Capítulo III (entre 0,72 y 0,80 en las tres dimensiones y en el índice global) indican que entre el 72 % y el 80 % de la variabilidad en los puntajes finales puede atribuirse al modelo pedagógico basado en EMC. Esta magnitud de efecto sugiere que el impacto observado no es producto de factores aleatorios o particulares del grupo, sino del enfoque mismo, lo que respalda su potencial de generalización a otros contextos con características institucionales similares.

Desde el plano operativo, la organización en fases, la claridad de los objetivos, la naturaleza contextualizada de las secuencias y la flexibilidad de los instrumentos permiten proyectar la implementación del modelo en otros grados de básica secundaria y media. Aunque se reconoce la necesidad de ajustes contextuales, la estructura central resulta lo suficientemente robusta y adaptable como para ser replicada de manera responsable en instituciones de características análogas.

4.7.6. Novedad y originalidad

La propuesta presenta atributos de novedad y originalidad tanto en su dimensión conceptual como en su configuración metodológica. La conceptualización refinada del pensamiento reflexivo en matemáticas, estructurada en tres dimensiones validadas empíricamente, constituye un aporte original al campo de la EMC, especialmente en el contexto latinoamericano. De igual forma, el modelo pedagógico articulado en seis fases, que integra problematización, modelación crítica, argumentación y evaluación formativa, ofrece una configuración inédita que excede el repertorio de propuestas usualmente documentadas en experiencias de aula.

En términos de los requisitos para resultados de una tesis doctoral, la propuesta cumple ampliamente con los criterios establecidos. Posee una fundamentación teórica sólida, sustentada en referentes internacionales y latinoamericanos, y aporta un marco conceptual renovado sobre el pensamiento reflexivo en matemáticas. Presenta un objetivo general y objetivos específicos claros y viables, coherentes con la metodología adoptada. Además, integra un cuerpo operacional estructurado en fases y actividades definidas, acompañado de indicadores de logro e instrumentos de evaluación que permiten medir con precisión su impacto.

Asimismo, los procesos de observación sistemática, evaluación formativa, triangulación cualitativa y análisis estadístico confirmaron que la EMC es una estrategia robusta y sostenible para transformar la enseñanza de las matemáticas en un espacio de construcción crítica y ciudadana. La evidencia empírica respalda no solo la eficacia de la propuesta, sino también su viabilidad para incorporarse de manera permanente al PEI.

En síntesis, el proceso de valoración, evaluación y validación demuestra que la propuesta constituye un aporte significativo a la teoría y a la práctica de la EMC. Su implementación produjo un cambio sustantivo en el estado del problema científico identificado, confirmando que la enseñanza de las matemáticas puede trascender la mecanización algorítmica y convertirse en un escenario privilegiado para la reflexión crítica, la argumentación lógica y la toma de decisiones fundamentadas. La experiencia desarrollada en el Colegio de Cristo establece las bases para consolidar un modelo

pedagógico institucional que promueva la formación de sujetos críticos, reflexivos y socialmente comprometidos, en coherencia con las demandas contemporáneas de la educación matemática y del desarrollo ciudadano.

La implementación de la propuesta de transformación en el Colegio de Cristo permitió corroborar que un enfoque pedagógico fundamentado en la Educación Matemática Crítica no solo fortalece de manera significativa el pensamiento reflexivo de los estudiantes, sino que también reconfigura las prácticas docentes y abre nuevas posibilidades para la enseñanza de las matemáticas como espacio de análisis, interpretación y deliberación crítica. Los resultados obtenidos, respaldados por tamaños de efecto excepcionales y por evidencia cualitativa de cambio, demostraron que el modelo es pertinente, factible y capaz de generar transformaciones profundas en los procesos de aprendizaje y en la cultura pedagógica institucional. Esta experiencia evidenció que el aula de matemáticas puede convertirse en un escenario privilegiado para la formación ciudadana, para la construcción de sentido frente a los fenómenos sociales y para la toma de decisiones fundamentadas en criterios matemáticos, éticos y sociales.

De esta manera, el capítulo deja establecido que la propuesta desarrollada constituye un aporte integral a la teoría, metodología y práctica de la EMC en el contexto colombiano. La sistematicidad del modelo, la solidez de la fundamentación y la claridad de los procedimientos permiten proyectar su continuidad y generalización dentro del PEI, consolidando una línea de acción pedagógica sostenible que trasciende la experiencia investigativa. El cierre de este capítulo da paso, por tanto, a la formulación de las conclusiones generales de la tesis, donde se integran los aportes alcanzados, las implicaciones académicas y sociales del estudio y las proyecciones para investigaciones y prácticas futuras que continúen potenciando el pensamiento reflexivo y la formación crítica desde la educación matemática.

CONCLUSIONES

La presente investigación doctoral se desarrolló bajo el enfoque de la EMC y tuvo como propósito analizar la incidencia de este enfoque en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo en estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo de Manizales. El estudio articuló un marco teórico robusto, un diseño metodológico cuasiexperimental, un proceso sistemático de intervención pedagógica y un análisis exhaustivo de resultados, lo que permitió comprender, desde una perspectiva crítica, situada y socialmente comprometida, las transformaciones cognitivas, discursivas y actitudinales que emergen cuando las matemáticas se enseñan como una práctica sociopolítica y cultural, y no como un ejercicio meramente instrumental.

En términos globales, la convergencia entre los fundamentos epistemológicos y la evidencia empírica confirmó que la EMC es una vía pedagógica pertinente y eficaz para promover procesos avanzados de comprensión, argumentación y toma de decisiones fundamentadas. Los resultados provenientes del pretest, el postest, las observaciones de aula y las producciones estudiantiles evidenciaron que, al situar los contenidos matemáticos en problemáticas reales del entorno y generar espacios dialógicos para la reflexión colectiva, los estudiantes transitan de un aprendizaje memorístico hacia formas de pensamiento más críticas, autónomas y socialmente conscientes.

En relación con el primer objetivo específico, el análisis de los fundamentos teóricos permitió establecer que la EMC constituye una corriente epistemológica que redefine la función social de la matemática escolar. Las obras de Skovsmose, Valero y Freire mostraron que la matemática, lejos de ser un saber neutral, participa en la producción de discursos, decisiones y relaciones de poder; por tanto, su enseñanza debe posibilitar la lectura crítica del mundo. Asimismo, se consolidó un aporte conceptual significativo al precisar tres dimensiones operativas del pensamiento reflexivo—comprensión e interpretación, razonamiento y argumentación lógica, y toma de decisiones fundamentada— que enriquecen el campo de la educación matemática crítica en Colombia. Desde el ámbito legal, la normativa colombiana (Ley 115 de 1994,

Decretos 1290 de 2009 y 1075 de 2015, y lineamientos del MEN, 2006) respalda el desarrollo del pensamiento crítico y la contextualización curricular, validando la pertinencia institucional de la EMC.

En coherencia con el segundo objetivo específico, el diagnóstico inicial permitió identificar el nivel de desarrollo del pensamiento reflexivo en los estudiantes de grado noveno. El análisis reveló un pensamiento reflexivo incipiente, con dificultades notorias para justificar procedimientos, interpretar información matemática y adoptar posturas argumentadas frente a problemas reales. Este hallazgo resultó fundamental porque orientó el diseño de la propuesta pedagógica, al evidenciar brechas cognitivas asociadas a prácticas tradicionales centradas en la repetición mecánica. De este modo, el diagnóstico no solo describió el estado inicial, sino que justificó la necesidad de una intervención basada en la EMC.

En cuanto al tercer objetivo específico, la formulación de la propuesta pedagógica basada en la EMC integró de manera coherente los aportes de la teoría crítica con la práctica educativa situada. Las secuencias didácticas construidas se sustentaron en problemáticas sociales relevantes como desigualdad, medio ambiente, consumo responsable, movilidad urbana y finanzas familiares. Ello permitió que los estudiantes movilizaran saberes matemáticos para analizar su entorno, formular preguntas, debatir alternativas y construir explicaciones fundamentadas. El modelo diseñado, organizado en fases que articulan exploración, modelación matemática, deliberación crítica y acción transformadora, constituye un aporte metodológico replicable y adaptable a diversas realidades escolares.

En correspondencia con el cuarto objetivo específico, la implementación de la propuesta evidenció transformaciones profundas en las prácticas discursivas, sociales y cognitivas de los estudiantes. Se observó un aumento sustancial en la participación activa, en la calidad de las explicaciones matemáticas y en la capacidad para relacionar los contenidos escolares con problemáticas del contexto. Los estudiantes aprendieron a plantear preguntas críticas, cuestionar datos, debatir de manera fundamentada y reconocer el carácter ético de las decisiones que involucran cuantificaciones, estimaciones o comparaciones matemáticas. La EMC se consolidó como un enfoque que

dinamiza la experiencia educativa, promoviendo ambientes dialógicos y colaborativos donde en los que el error se asume como oportunidad de aprendizaje.

Finalmente, en atención al quinto objetivo específico, el análisis estadístico posterior evidenció incrementos significativos en el pensamiento reflexivo del grupo experimental, con tamaños de efecto excepcionales ($d > 4,0$ en todas las dimensiones). Esta evidencia empírica confirma de manera contundente la eficacia del modelo pedagógico implementado. La triangulación de datos cualitativos y cuantitativos corroboró que los estudiantes desarrollaron una mayor capacidad para interpretar información, justificar decisiones y analizar críticamente situaciones diversas. Con ello se confirmó así la hipótesis central de la investigación: la Educación Matemática Crítica incide de manera significativa en el fortalecimiento del pensamiento reflexivo en la educación secundaria.

La investigación presentó ciertas limitaciones que deben reconocerse con rigor académico. En el plano metodológico, el tamaño de la muestra, aunque suficiente para un diseño cuasiexperimental, limita la generalización estadística de los resultados, aunque permitió un análisis profundo del fenómeno. En el plano teórico, la escasez de estudios latinoamericanos sobre EMC restringió las posibilidades de comparación con investigaciones afines. En el contexto institucional, la disponibilidad de tiempo y la estructura escolar limitaron la continuidad de algunas actividades, lo que sugiere la conveniencia de ampliar la temporalidad en futuras experiencias. Estas limitaciones no invalidan los resultados, pero sí configuran nuevas líneas de investigación.

En síntesis, la investigación demuestra que la Educación Matemática Crítica constituye una vía robusta y pertinente para fortalecer el pensamiento reflexivo, promover prácticas docentes transformadoras y fomentar una educación matemática más humana, democrática y situada. La aplicación del enfoque permitió que los estudiantes no solo resolvieran problemas matemáticos, sino que interpretaran críticamente su entorno, argumentaran con criterios éticos y tomaran decisiones fundamentadas. La experiencia realizada en el Colegio de Cristo confirma que las matemáticas pueden convertirse en un espacio de construcción de ciudadanía crítica y de conciencia social, cuando se enseñan desde una perspectiva dialógica, situada y emancipadora.

Asimismo, los aportes teóricos y metodológicos desarrollados en esta tesis —particularmente la formulación de tres dimensiones del pensamiento reflexivo y la estructuración de un modelo pedagógico basado en la EMC— ofrecen insumos valiosos para investigaciones futuras y para la formulación de políticas educativas orientadas al pensamiento crítico y la justicia social. El estudio sienta un precedente importante en el campo de la educación matemática crítica en Colombia y Latinoamérica, al demostrar, con rigor conceptual y empírico, que la enseñanza de las matemáticas puede y debe estar al servicio de la transformación social, de la sensibilización ante los problemas colectivos y del fortalecimiento de la autonomía intelectual de los estudiantes.

RECOMENDACIONES

Desde el punto de vista metodológico, los resultados de esta investigación evidencian la pertinencia de continuar desarrollando estudios que articulen la EMC con procesos de evaluación formativa del pensamiento reflexivo. La magnitud de los tamaños de efecto obtenidos confirma la robustez del diseño cuasiexperimental utilizado; sin embargo, futuras investigaciones podrían complementar este enfoque mediante diseños longitudinales o estudios comparativos entre instituciones, con el fin de analizar la estabilidad de los avances y ampliar la validez externa de los hallazgos. Asimismo, se recomienda profundizar en estrategias de acompañamiento diferenciado para el pequeño grupo de estudiantes que mantuvo niveles bajos en alguna de las dimensiones evaluadas, incorporando tutorías focalizadas, andamiajes metacognitivos y tareas graduadas que permitan comprender con mayor precisión qué variables intervienen en su progreso. El fortalecimiento de instrumentos de evaluación —particularmente rúbricas y portafolios— constituye también una vía necesaria para consolidar criterios de validez, confiabilidad y coherencia institucional en la medición del pensamiento reflexivo.

Desde el punto de vista académico, la conceptualización refinada de las tres dimensiones del pensamiento reflexivo desarrollada en esta tesis constituye un aporte significativo que debe ser integrado de manera explícita en los procesos de formación docente y en los instrumentos institucionales de evaluación. Resulta pertinente que el área de matemáticas incorpore estos referentes en el diseño de secuencias didácticas, actividades de argumentación y procesos de deliberación crítica, de modo que el enfoque no dependa exclusivamente de la intervención realizada, sino que sea asumido como base teórica para futuras prácticas pedagógicas. Se recomienda, además, promover espacios académicos de estudio colegiado donde los docentes puedan profundizar en los fundamentos sociocríticos de la EMC, analizar casos de aula, discutir evidencias y fortalecer la coherencia entre teoría y práctica. Esto permitirá consolidar una comunidad profesional con capacidad investigativa y con criterios compartidos sobre la enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva crítica y situada.

Desde el punto de vista práctico, se recomienda institucionalizar progresivamente el modelo pedagógico basado en la EMC dentro del Proyecto Educativo Institucional y del plan de área de matemáticas, asegurando su sostenibilidad más allá del alcance de esta tesis. Esto implica destinar recursos específicos para la formación docente continua, garantizar la disponibilidad de materiales didácticos y recursos tecnológicos, y promover ambientes de aula que posibiliten la modelación de situaciones reales, el análisis de datos del entorno y la deliberación fundamentada.

Asimismo, se sugiere ampliar la implementación del enfoque a otros grados de básica secundaria, dado el impacto observado en el desarrollo del pensamiento reflexivo, y generar instancias de socialización institucional que permitan compartir buenas prácticas, dificultades y aprendizajes derivados del proceso. Finalmente, la experiencia demuestra que el enfoque crítico se potencia cuando la escuela reconoce explícitamente el valor formativo de la argumentación, el trabajo colaborativo y la reflexión ética, por lo que se recomienda fortalecer estas prácticas como parte de la cultura pedagógica del Colegio de Cristo.

BIBLIOGRAFÍA

- Andrade, H. L., & Brookhart, S. M. (2019). Classroom assessment as the co-regulation of learning. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 27(4), 350–372.
<https://doi.org/10.1080/0969594X.2019.1571992>
- Apple, M. W. (2019). *Ideología y currículo*. Akal.
- Aiken, L. R. (1985). Three coefficients for analyzing the reliability and validity of ratings. *Educational and Psychological Measurement*, 45(1), 131–142.
- Arias, F. (2012). *El proyecto de investigación* (7.^a ed.). Episteme.
- Banks, J. A. (2008). *Diversity and citizenship education: Global perspectives*. Jossey-Bass.
- Black, P., & Wiliam, D. (2001). *Inside the black box: Raising standards through classroom assessment*. Phi Delta Kappan, 80(2), 139-148.
- Boaler, J. (2002). *Experiencing school mathematics: Traditional and reform approaches to teaching and their impact on student learning*. Open University Press.
- Bourdieu, P. (1990). *The logic of practice*. Stanford University Press.
- Brookfield, S. D. (2012). *Teaching for critical thinking: Tools and techniques to help students question their assumptions*. Jossey-Bass.
- Brookfield, S. D. (2017). *Becoming a critically reflective teacher* (2nd ed.). Jossey-Bass.
- Cabero-Almenara, J., & Llorente-Cejudo, M. C. (2020). *La innovación educativa en la sociedad digital: retos y oportunidades*. Revista de Educación a Distancia (RED), 20(63), 1–24.
<https://doi.org/10.6018/red.403151>
- Cabero-Almenara, J., & Llorente-Cejudo, C. (2020). *Tecnologías digitales y transformación educativa*. Editorial Octaedro.

- Campbell, D. T., & Stanley, J. C. (2005). Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social. Amorrortu. (Obra original publicada en 1963).
- Cohen, J. (1988). Statistical power analysis for the behavioral sciences (2nd ed.). Lawrence Erlbaum.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). Research methods in education (8th ed.). Routledge.
- Constitución Política de Colombia. (1991). Artículo 67.
- Cook, T. D., & Reichardt, C. S. (1979). Qualitative and quantitative methods in evaluation research. SAGE
- Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2018). *Designing and conducting mixed methods research* (3rd ed.). SAGE Publications.
- Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2018). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (5th ed.). SAGE Publications.
- Cronbach, L. J. (1951). Coefficient alpha and the internal structure of tests. *Psychometrika*, 16(3), 297–334
- Daniels, H. (2001). Vygotsky and pedagogy. Routledge
- Darling-Hammond, L., & Cook-Harvey, C. (2018). *Educating the whole child: Improving school climate to support student success*. Learning Policy Institute.
<https://learningpolicyinstitute.org/product/educating-whole-child-report>
- Decreto 1075 de 2015. Por el cual se expide el Decreto Único Reglamentario del Sector Educación. Ministerio de Educación Nacional.
- Decreto 1290 de 2009. Por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes. Ministerio de Educación Nacional.

Decreto 1860 de 1994. Por el cual se reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994. Ministerio de Educación Nacional.

DeVellis, R. F. (2017). *Scale development: Theory and applications* (4th ed.). SAGE.

Dewey, J. (1933). *How we think: A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process*. D.C. Heath.

Dewey, J. (1938). *Experience and education*. Kappa Delta Pi

Ennis, R. (1989). *Critical thinking and subject specificity: Clarification and needed research*. *Educational Researcher*, 18(3), 4–10.

Ennis, R. H. (1996). *Critical thinking*. Prentice Hall.

Ernest, P. (2018). *The philosophy of mathematics education today*. Springer.

Ernest, P. (2019). *The social construction of mathematical knowledge*. Routledge. (Original work published 1994).

Facione, P. A. (1990). *Critical thinking: A statement of expert consensus for purposes of educational assessment and instruction*. American Philosophical Association.

Frankenstein, M. (1983). Critical mathematics education. *Science & Society*, 47(4), 466–479.

Frankenstein, M. (2014). Developing a critical mathematical numeracy through real-life data. En O. Skovsmose & B. Greer (Eds.), *Mathematics education, and society: Critical perspectives*. Information Age Publishing.

Freire, P. (1970). *Pedagogía del oprimido*. Siglo XXI Editores.

Freire, P. (1997). *Pedagogía de la autonomía: Saberes necesarios para la práctica educativa*. Siglo XXI Editores.

Freire, P., & Shor, I. (1987). *A pedagogy for liberation: Dialogues on transforming education*. Bergin & Garvey.

- Freire, P., & Shor, I. (2021). *Medo e ousadia: O cotidiano do professor*. Paz e Terra.
- Giroux, H. (2001). *Cultura, política y pedagogía: Ensayos críticos*. Siglo XXI Editores.
- Giroux, H. A. (2011). *On critical pedagogy*. Bloomsbury.
- Gutiérrez, R. (2008). A “gap-gazing” fetish in mathematics education? *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 357–364.
- Gutiérrez, R. (2018). Why mathematics education is critical for democracy? *Annual Perspectives in Mathematics Education*, 1(1), 7–22.
- Halpern, D. F. (1998). Teaching critical thinking for transfer across domains. *American Psychologist*, 53(4), 449–455.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2023). *Metodología de la investigación* (7.^a ed.). McGraw-Hill.
- Hernández-Sampieri, R., & Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta* (2.^a ed.). McGraw-Hill Interamericana.
- ICFES. (2023). Informe nacional de resultados Saber 11. Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación.
- ICFES. (2024). Guía técnica Saber 11. Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación.
- Isaza Maya, Y. L., & Escobar Londoño, J. V. (2024). Análisis de la educación matemática crítica como posible guía para el diseño de estrategias metodológicas. *Revista Interamericana De Investigación Educación Y Pedagogía RIIEP*, 17(1), 351-375.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM -Mathematics Education*, 38(3), 302–310.
- Kerlinger, F. N., & Lee, H. B. (2002). *Foundations of behavioral research* (4th ed.). Holt, Rinehart, and Winston.

- Kollosche, D. (2019). *Critical Mathematics Education*. Springer
- Lawshe, C. H. (1975). A quantitative approach to content validity. *Personnel Psychology*, 28(4), 563–575.
- Ley 115 de 1994. Ley General de Educación. República de Colombia.
- Lipman, M. (2003). *Thinking in education*. Cambridge University Press.
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2020). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (4th ed.). SAGE Publications.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares: Matemáticas*. MEN.
<https://www.mineduacion.gov.co/1759/w3-article-89869.html>
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. MEN.
https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2022). *Informe nacional de calidad educación preescolar, básica y media*. MEN de Colombia.
- Morgan, C. (2005). *Words, definitions, and concepts in mathematics classrooms*. Springer.
- OCDE. (2018). *The future of education and skills 2030*. OECD Publishing.
- OCDE. (2021). *PISA 2021 mathematics framework*. OECD Publishing.
- Paul, R., & Elder, L. (2019). *The mini-guide to critical thinking concepts and tools*. Foundation for Critical Thinking.
- Popper, K. (2005). *La lógica de la investigación científica* (Trad. A. Espinosa). Tecnos. (Obra original publicada en 1959)
- Prince, M. J., & Felder, R. M. (2006). *Active learning: An updated perspective*. *Advances in Engineering Education*, 2(1), 1–18.

- Robson, C., & McCartan, K. (2016). *Real world research: A resource for users of social research methods in applied settings* (3rd ed.). Wiley.
- Rogoff, B. (2003). *The cultural nature of human development*. Oxford University Press.
- Rogoff, B. (2008). *Cognition as a collaborative process*. In W. Damon & R. Lerner (Eds.), *Handbook of child psychology* (pp. 1–44). Wiley.
- Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Springer.
<https://doi.org/10.1007/978-94-017-3556-8>
- Skovsmose, O. (1999). *Towards an inclusive mathematics education*. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1–3), 37–61. <https://doi.org/10.1023/A:1003758213541>
- Skovsmose, O. (2011). *An invitation to critical mathematics education*. Sense Publishers.
<https://doi.org/10.1007/978-94-6091-442-1>
- Skovsmose, O. (2014). *Critical mathematics education: Concerns, notions, and principles*. Sense Publishers.
- Tobón, S. (2010). *Formación basada en competencias: Pensamiento complejo, diseño curricular y didáctica*. ECOE Ediciones.
- UNESCO. (2021). *Reimagining our futures together: A new social contract for education*. UNESCO Publishing.
- UNESCO. (2023). *Global education monitoring report 2023: Technology in education*. UNESCO.
- Valero, P. (2004). Socio-political perspectives on mathematics education. En P. Valero & R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education* (pp. 5–23). Kluwer Academic Publishers.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.

Vygotsky, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Crítica.

Wertsch, J. (1998). *Mind as action*. Oxford University Press.

ANEXOS

ANEXO A Consentimiento informado para padres de familia.



Facultad de Educación

Doctorado en Educación e Innovación

La educación matemática crítica como estrategia para fortalecer el pensamiento reflexivo en estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo de Manizales durante el año 2025

Yo, _____, identificado (a) con c.c. _____ de _____ manifiesto que mi hijo (a) ha sido invitado (a) a participar en la investigación arriba mencionada y que se me ha dado la siguiente información:

Propósito del estudio

Este documento tiene como finalidad brindarle información clara y suficiente para que usted decida, de manera libre y voluntaria, si autoriza o no la participación de su hijo(a) en esta investigación.

Si tiene alguna duda, puede solicitar a la investigadora las aclaraciones necesarias; ella le proporcionará toda la información requerida antes de confirmar su decisión.

El estudio tiene como propósito **diseñar, implementar y evaluar estrategias pedagógicas innovadoras basadas en la Educación Matemática Crítica**, orientadas al fortalecimiento del pensamiento reflexivo en estudiantes de grado noveno durante el año lectivo 2025 en el Colegio de Cristo (Manizales, Colombia).

La investigación incluye actividades de aprendizaje activas, creativas y contextualizadas, así como la aplicación de instrumentos evaluativos antes y después de la intervención pedagógica.

Responsable de la investigación

La investigación es desarrollada por:

MAYBETH JULIETA ROBLES LEAL

Docente investigadora

Estudiante del Doctorado en Educación e Innovación

Facultad de Educación – Universidad de Investigación e Innovación de México

Teléfono de contacto: 3103750809

Riesgos y beneficios

- La investigación no implica riesgos académicos, psicológicos, físicos ni sociales para los estudiantes.
- Las actividades propuestas hacen parte del trabajo pedagógico habitual y buscan enriquecer los procesos de aprendizaje.
- Los resultados podrán aportar al diseño e implementación de estrategias pedagógicas que beneficien los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemáticas.

Confidencialidad

Toda la información recolectada será tratada con estricta confidencialidad. Los datos obtenidos:

- Se utilizarán exclusivamente con fines académicos y científicos
- no afectarán el desempeño escolar del estudiante,
- serán codificados para garantizar su anonimato y protección de identidad,
- serán almacenados de forma segura

Derechos del participante (según Resolución 8430 de 1993)

Como acudiente, usted tiene a derecho a:

- Recibir una copia de este consentimiento informado.
- Hacer preguntas antes, durante y después del proceso investigativo.
- Retirar en cualquier momento a su hijo(a) de la investigación, sin necesidad de firmar ningún documento adicional y sin obligación de justificar su decisión.
- Solicitar información sobre los resultados generales del estudio al finalizar la investigación.

La participación es completamente **libre, voluntaria y no condiona de ninguna manera** los procesos académicos del estudiante.

Declaración de consentimiento

Declaro que he leído (o me ha sido leído) este documento en su totalidad; que comprendí su contenido; que pude formular todas las preguntas que consideré necesarias y que estas fueron respondidas satisfactoriamente.

Por lo tanto, **autorizo la participación de mi hijo (a) de manera LIBRE Y VOLUNTARIA** en esta investigación y permito la aplicación de los instrumentos pedagógicos pertinentes

Nombre y firma del padre, madre o acudiente

c.c.

Fecha

ANEXO B Asentimiento informado para estudiantes.

**ASENTIMIENTO INFORMADO PARA ESTUDIANTES****Facultad de Educación****Doctorado en Educación e Innovación – UIIX****Título del estudio:**

La Educación Matemática Crítica como estrategia para fortalecer el pensamiento reflexivo en estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo de Manizales durante el año 2025.

ASENTIMIENTO INFORMADO PARA ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO

Yo, _____, estudiante del grado noveno del Colegio de Cristo de Manizales, he sido invitado(a) a participar en la investigación mencionada anteriormente. Antes de decidir si deseo o no participar, la investigadora me ha explicado con claridad los puntos que se presentan a continuación:

1. ¿Qué es este estudio?

Este proyecto busca comprender cómo ciertas actividades de matemáticas, basadas en situaciones reales y en la reflexión sobre nuestro entorno, pueden ayudarnos a pensar mejor, argumentar nuestras ideas y tomar decisiones fundamentadas.

2. ¿Qué tendré que hacer si participo?

Si acepto participar, realizaré las siguientes actividades:

- Contestar dos cuestionarios tipo Likert (antes y después de las actividades).
- Participar en algunas clases de matemáticas que incluyen análisis de problemas reales.
- Diligenciar diarios reflexivos sobre mi experiencia.
- Permitir que la investigadora realice observaciones de mi participación en clase.

Todo esto se hará dentro del horario escolar normal.

3. ¿Existe algún riesgo?

No. Las actividades hacen parte de procesos educativos habituales y no representan riesgos físicos, emocionales o académicos. No afectan mis notas ni mi desempeño en el área.

4. ¿Qué beneficios puedo obtener?

Participar puede ayudarme a:

- Mejorar mi capacidad para analizar problemas.
- Fortalecer mi argumentación en matemáticas.
- Expresar mejor mis ideas y decisiones.
- Comprender cómo la matemática se relaciona con situaciones reales.

5. ¿Mi participación es voluntaria?

Sí. Nadie me obligará a participar.

Puedo retirarme cuando lo desee sin que esto afecte mis clases, mis notas o mi relación con la institución.

6. ¿Se guardará mi información?

Sí. Mis respuestas serán confidenciales y solo se usarán con fines académicos.

Mi nombre no aparecerá en ningún informe. Se utilizarán códigos para proteger mi identidad.

7. ¿A quién puedo preguntar si tengo dudas?

Puedo comunicarme con la investigadora:

Maybeth Julieta Robles Leal.

Docente e investigadora responsable del estudio.

mroblesl@colristo.edu.co

DECLARACIÓN DE ASENTIMIENTO

He leído o me han explicado con claridad qué significa participar en este estudio.

He podido hacer preguntas y han sido respondidas de manera comprensible.

Entiendo que mi participación es voluntaria y que puedo retirarme en cualquier momento.

Por lo tanto, **ACEPTO / NO ACEPTO** participar en este estudio.

Nombre del estudiante: _____

Firma del estudiante: _____

Curso: _____ **Fecha:** ____ / ____ / 2025

ANEXO C Aval institucional del Colegio de Cristo.

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO DE CRISTO**

Resolución N° 584 del 21 de Agosto del 2020

Secretaría de Educación de Manizales

NIT: 900.098.488-6 DANE: 317001000075

Manizales, enero 23 de 2025

El suscrito rector del Colegio de Cristo de Manizales, en ejercicio de sus funciones y en coherencia con los lineamientos institucionales sobre investigación educativa, certifica que ha revisado y aprobado la realización del proyecto titulado: ***“La Educación Matemática Crítica como estrategia para fortalecer el pensamiento reflexivo en estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo de Manizales durante el año 2025”***, desarrollado por la docente e investigadora: Maybeth Julieta Robles Leal identificada con el número de documento: 24.347.840, Docente del área de Matemáticas y estudiante del Doctorado en Educación e Innovación de la Universidad de Investigación e Innovación de México – UIIX.

AUTORIZACIÓN:

La institución autoriza la ejecución del estudio en el grado noveno, permitiendo la aplicación de los instrumentos de recolección de datos contemplados en el proyecto, a saber:

- Cuestionarios tipo Likert (pretest y posttest)
- Rúbricas de desempeño
- Guías de observación sistemática
- Diarios reflexivos de estudiantes
- Registros fotográficos o de evidencias (siempre resguardando la confidencialidad)

Dicha autorización se concede bajo el compromiso de garantizar:

- Respeto y protección de los derechos de los estudiantes, en especial la confidencialidad, el uso académico de la información y el cumplimiento de los principios éticos para investigación con menores de edad.
- No interferencia significativa con las actividades académicas regulares del Colegio de Cristo.

Carrera 18 #71-33 | Manizales

Tel: 606 886 4381

colcristo@fmsnor.org

www.colcristo.edu.co



INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO DE CRISTO

Resolución N° 584 del 21 de Agosto del 2020

Secretaría de Educación de Manizales

NIT. 900.098.488-6 DANE: 317001000075

- Presentación del consentimiento informado para padres o acudientes y del asentimiento informado para estudiantes participantes.
- Devolución de resultados generales del estudio a la institución para aportar a sus procesos de mejora educativa.

PERTINENCIA ACADÉMICA:

La Rectoría considera que este proyecto es pertinente, éticamente responsable y coherente con el horizonte institucional, en tanto aporta elementos para:

- Innovar en las prácticas de enseñanza de las matemáticas.
- Promover el desarrollo del pensamiento reflexivo.
- Fortalecer la formación integral de los estudiantes.
- Contribuir al mejoramiento continuo de los procesos pedagógicos.

CONSTANCIA:

Se expide el presente aval institucional a solicitud de la investigadora, para los fines académicos pertinentes.

Atentamente,

HNO. ROBINSON EMILIO MONÁ MONCADA

Rector.

Carrera 18 #71-33 | Manizales
Tel: 606 886 4381
colcristo@fmsnor.org
www.colcristo.edu.co

ANEXO D Matriz de credibilidad y juicio de expertos - Cuestionario Tipo Likert.

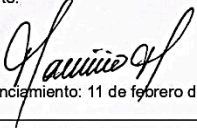
Validación de instrumento Cuestionario Tipo Likert – Pensamiento Reflexivo

Propósito: Validar la pertinencia, claridad y coherencia de los ítems del instrumento mediante juicios de expertos					
Datos del evaluador					
Nombre del experto. Mauricio Henao Echeverry					
Título académico: Ph D. en Educación e Innovación					
Especialidad: Matemáticas y Física					
Teléfono de contacto: 3216250642					
Escala de valoración:					
1= Muy bajo 2=Bajo 3=Aceptable 4=Alto 5=Muy alto					

Matriz de valoración

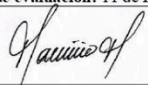
Nº ítem	Enunciado	Pertinencia (1–5)	Claridad (1–5)	Coherencia (1–5)	Observaciones del experto
1	Identifico los datos importantes cuando leo un problema matemático.	5	5	5	Enunciado adecuado y pertinente. Podría especificarse qué se entiende por "datos importantes" para mayor precisión.
2	Comprendo gráficos, tablas o diagramas sin necesidad de ayuda.	5	4	5	Ítem relevante y coherente. Se sugiere reemplazar "sin necesidad de ayuda" por "autónomamente" para mayor formalidad.
3	Distingo claramente qué debo resolver en una situación matemática contextualizada.	5	5	5	Formulación clara y apropiada. Se entiende bien el objetivo; no presenta problemas de interpretación.
4	Relaciono información textual con información numérica o algebraica.	5	5	5	Ítem pertinente y bien redactado. La vinculación entre texto e información numérica se aprecia con claridad.

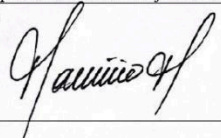
Nº ítem	Enunciado	Pertinencia (1–5)	Claridad (1–5)	Coherencia (1–5)	Observaciones del experto
5	Verifico que entiendo el problema antes de resolverlo.	5	5	5	Enunciado claro y directo. Refuerza un aspecto crucial de la comprensión inicial del problema matemático.
6	Reorganizo información compleja para comprenderla mejor.	5	4	5	Enunciado relevante. El término "información compleja" puede resultar vago; considerar ejemplificar o clarificar.
7	Explico los pasos que sigo en la resolución de problemas.	5	5	5	Ítem adecuado y coherente con la sección. Refleja explícitamente el proceso reflexivo en la solución de problemas.
8	Justifico por qué elijo un procedimiento matemático.	5	4	5	Pertinente y esencial. Sugerencia: reordenar "justifico la elección de un procedimiento matemático" para mayor fluidez.
9	Verifico si mis pasos son válidos y tienen sentido.	5	5	5	Formulación clara y pertinente. Refuerza la revisión crítica interna de la estrategia empleada.
10	Comparo estrategias para elegir la más adecuada.	5	5	5	Enunciado claro y relevante. Impulsa la reflexión sobre distintas maneras de resolver problemas, muy coherente.
11	Identifico errores en mis procedimientos o en los de otros.	5	5	5	Ítem claro y pertinente, fomenta la autoevaluación y la crítica constructiva.
12	Sustento mis respuestas con argumentos claros.	5	5	5	Enunciado adecuado. Refleja la importancia de comunicar justificadamente las soluciones matemáticas.
13	Considero varias estrategias antes de resolver un problema.	5	5	5	Ítem pertinente y bien redactado. Refleja la planificación previa y la apertura a distintas opciones de resolución.
14	Selecciono la estrategia más adecuada según los datos.	5	5	5	Ítem claro y coherente. Aborda la elección informada de la mejor estrategia según la información disponible.

Nº item	Enunciado	Pertinencia (1–5)	Claridad (1–5)	Coherencia (1–5)	Observaciones del experto
15	Evalúo si mi respuesta tiene sentido frente a la situación.	5	4	5	Enunciado relevante. Se sugiere simplificar la redacción ("frente a la situación" o eliminar redundancias).
16	Cambio de estrategia si la inicial no funciona.	5	5	5	Ítem claro y pertinente. Manifiesta flexibilidad cognitiva importante en el pensamiento reflexivo.
17	Justifico mis decisiones y elecciones estratégicas.	4	3	4	Aunque relevante, presenta redundancia ("decisiones" vs. "elecciones estratégicas"). Se sugiere unificar términos.
18	Reviso mis respuestas finales para verificar coherencia.	5	5	5	Ítem adecuado y coherente. Refuerza la reflexión meta-cognitiva final; buena redacción y pertinencia al objetivo.
Dictamen general del experto sobre la validez del instrumento: El instrumento cumple con criterios de validez de contenido; se aprueba su uso, se sugiere implementar las sugerencias mencionadas. Firma del experto:  Fecha de diligenciamiento: 11 de febrero de 2025					

ANEXO E . Matriz de credibilidad y juicio de expertos - Rúbrica de desempeño.

Validación del Instrumento Prueba de Desempeño Contextualizada

Título del Proyecto de Tesis: La educación matemática crítica como estrategia para fortalecer el pensamiento reflexivo en estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo de Manizales durante el año 2025				
Investigadora: Maybeth Julieta Robles Leal				
Denominación del Instrumento: Prueba de desempeño contextualizada				
Objetivo: Validar la pertinencia, claridad y coherencia de los descriptores de la rúbrica de desempeño para evaluar el pensamiento reflexivo en la resolución de tareas matemáticas contextualizadas. Se solicita a los expertos valorar cada descriptor según los criterios establecidos y aportar observaciones cualitativas.				
Escala de valoración 1=Muy bajo 2=Bajo 3=Aceptable 4=Alto 5=Muy alto				
Nombre del experto: Ph D. en Educación e Innovación Mauricio Henao Echeverry				
Institución: Universidad de Investigación e Innovación de México				
Fecha de evaluación: 11 de Febrero de 2025				
Firma: 				
Dimensión / Indicador	Pertinencia	Claridad	Coherencia	Observaciones generales
Comprensión e interpretación de información matemática: Interpreta con precisión todos los datos, símbolos y representaciones; reconoce relaciones, patrones y variables implícitas y explícitas; reformula con sentido crítico el planteamiento del problema.	5	4	5	Considera separar la oración para mejorar la fluidez
Comprensión e interpretación de información matemática: Interpreta correctamente la mayoría de los datos y representaciones; reconoce las relaciones principales y reformula el problema con cierta autonomía.	5	4	4	La redacción es clara y progresiva, "cierta autonomía" puede ser ambiguo.
Comprensión e interpretación de información matemática: Interpreta parcialmente los datos; se limita a reconocer elementos evidentes del enunciado sin profundizar en las relaciones subyacentes.	5	4	5	Considerar unificar "elementos evidentes" con ejemplos o aclaración
Comprensión e interpretación de información matemática: Presenta dificultad para interpretar los datos y símbolos; no comprende adecuadamente el problema; depende totalmente del acompañamiento del docente.	5	5	5	Adecuado para nivel mínimo de logro
Razonamiento y argumentación lógica: Establece conexiones lógicas sólidas entre ideas matemáticas; construye argumentos	5	5	5	Excelente progresión cognitiva

estructurados y coherentes; justifica con rigor cada paso del procedimiento, integrando saberes previos.				
Razonamiento y argumentación lógica: Presenta un razonamiento general coherente; justifica sus procedimientos en términos aceptables, aunque con poca profundidad argumentativa.	5	5	5	Bien ubicado entre los niveles superior e inferior
Razonamiento y argumentación lógica: Su razonamiento es débil, con saltos lógicos o escasa justificación; algunos pasos no son explicados o no tienen relación clara con la solución.	5	4	4	Usar estructuras directas
Razonamiento y argumentación lógica: No logra sostener un razonamiento lógico; los pasos carecen de justificación o están desconectados del problema planteado.	4	5	4	Adecuado para el nivel mas bajo, reformular en positivo para estilo objetivo
Toma de decisiones fundamentadas frente a situaciones reales: Propone soluciones viables y pertinentes al contexto; explica consecuencias, supuestos e implicaciones; toma decisiones matemáticamente informadas con conciencia crítica del problema real.	5	5	5	Muy buen nivel de integración crítico-contextual
Toma de decisiones fundamentadas frente a situaciones reales: Da una solución contextualizada razonablemente válida; reconoce algunos aspectos del entorno, pero con escasa profundización.	4	4	4	Reforzar el carácter formativo de la reflexión
Toma de decisiones fundamentadas frente a situaciones reales: La solución presentada es débilmente conectada con el contexto; no se evidencian decisiones fundamentadas ni análisis crítico.	4	4	5	Adecuado para desempeño limitado
Toma de decisiones fundamentadas frente a situaciones reales: Ofrece una solución descontextualizada o sin relación con la situación real; no considera variables sociales, económicas o culturales pertinentes.	5	5	5	Bien formulado en enfoque crítico
Conclusión del experto: El instrumento se declara válido para su aplicación en contextos escolares, tanto con fines formativos como investigativos, y se recomienda su implementación con los ajustes menores señalados.				
Firma del experto 				

ANEXO F Matriz de credibilidad y juicio de expertos - Prueba de desempeño con situación contextualizada.

Matriz de valoración de instrumento

Nombre del instrumento: Prueba de desempeño con situación contextualizada

Propósito: Evaluar el pensamiento reflexivo frente a una situación real que implica análisis matemático, toma de decisiones y argumentación lógica.

Variable evaluada: Pensamiento reflexivo

Dimensiones:

1. Comprensión e interpretación de información matemática
2. Razonamiento y argumentación lógica
3. Toma de decisiones fundamentadas frente a situaciones reales

Tipo de instrumento: Prueba de desempeño contextualizada

Datos del evaluador

Nombre del experto: Mauricio Henao Echeverry

Título académico: Ph D. en Educación e Innovación

Especialidad: Matemáticas y Física

Teléfono de contacto: 3216250642

Escala de valoración

1 = Muy bajo · 2 = Bajo · 3 = Aceptable · 4 = Alto · 5 = Muy alto

Dimensión	Pregunta de desempeño	Pertinencia	Claridad	Coherencia	Observaciones
Comprensión e interpretación de información matemática	Identifica los datos más relevantes de cada ruta. ¿Qué diferencias observas?	4	3	5	Separar identifica y describe
	¿Cuáles variables deben considerarse para tomar una decisión responsable?	4	4	5	Podría reformularse ¿qué factores deben tenerse en cuenta...?
	¿Qué ruta parece, inicialmente, más ventajosa y por qué?	4	4	4	Apoya la construcción del juicio inicial
Razonamiento y argumentación lógica	Compara cuantitativamente las rutas: tiempos, costos y riesgos.	4	5	4	Bien integrada a la dimensión lógica-matemática
	Explica qué información consideras más determinante y por qué.	5	5	5	Promueve el análisis crítico
	Construye un argumento matemático que respalde cuál ruta sería más eficiente en términos de tiempo y costo.	4	5	5	Evalúa razonamiento formal

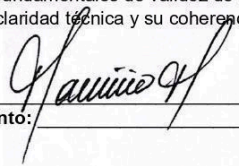
Dimensión	Pregunta de desempeño	Pertinencia	Claridad	Coherencia	Observaciones
Toma de decisiones fundamentadas	Elige una ruta y justifica tu decisión considerando los aspectos sociales, económicos, físicos y de seguridad.	5	5	4	Integra múltiples variables contextualizadas
	¿Cómo podrían cambiar tu decisión si un grupo de estudiantes presenta dificultades de movilidad o requiere acompañamiento?	5	5	5	Conecta con variables éticas y sociales
	¿Qué implicaciones tendría tu decisión sobre la puntualidad y el bienestar de todo el grupo?	5	4	5	Refuerza conciencia crítica

Dictamen general del experto sobre la validez del instrumento:

Cumple con los criterios fundamentales de validez de contenido, definidos por su pertinencia al constructo evaluado, su claridad técnica y su coherencia interna.

Firma del experto: _____

Fecha de diligenciamiento: _____

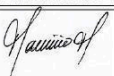


ANEXO G Matriz de credibilidad y juicio de expertos - Diarios Reflexivos

Matriz de valoración de instrumento

Validación del Instrumento: Diarios Reflexivos Estudiantiles

Instrumento cualitativo orientado a recoger percepciones, procesos de pensamiento y aprendizajes subjetivos construidos durante la implementación de la propuesta basada en Educación Matemática Crítica.

Nombre del experto	Mauricio Henao Echeverry
Título académico	Ph D en Educación e Innovación
Especialidad	Matemáticas y Física
Fecha de evaluación	11 de febrero de 2025
Firma	

Criterios de evaluación

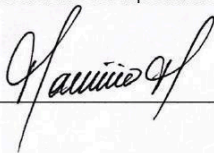
Criterio	Descripción	Valoración (1-5)	Observaciones del experto
Claridad	Las preguntas son comprensibles y adecuadas al nivel educativo.	4	Las preguntas están bien formuladas permitiendo libertad expresiva
Relevancia	El contenido refleja las dimensiones del pensamiento reflexivo desde el enfoque de la Educación Matemática Crítica.	5	El instrumento se fundamenta adecuadamente en la EMC
Pertinencia	El instrumento permite explorar experiencias subjetivas, emociones y razonamientos en actividades contextualizadas.	5	Altamente pertinente
Coherencia	Existe relación clara entre las preguntas orientadoras y las dimensiones del estudio.	5	La progresión temática permite observar como se pasa de la comprensión a la toma de decisiones

Sugerencias de mejora: Sugerir un tiempo aproximado de respuesta y formato de escritura libre: esto puede ayudar a estandarizar la aplicación en el aula y garantizar que los estudiantes comprendan la extensión esperada sin limitar su expresión.

Conclusión del experto:

El instrumento se considera válido en su contenido y pertinente metodológicamente, tras los ajustes sugeridos. Se recomienda su implementación con acompañamiento reflexivo del docente, para asegurar que los estudiantes comprendan el sentido del instrumento y puedan expresarse con libertad y profundidad

Firma del experto:
Fecha: 11 / 02 / 2025



Estudiantiles.

ANEXO H Cuestionario tipo Likert Pretest-Postest.

Nota. Este instrumento fue aplicado en dos momentos del estudio: como pretest al inicio del proceso y como postest al finalizar la intervención, manteniendo la misma estructura para garantizar comparabilidad estadística.

Cuestionario sobre pensamiento reflexivo en el contexto de la Educación Matemática Crítica

El instrumento original aplicado a los estudiantes incluía campos de identificación básica (curso, fecha y código del estudiante) necesarios para la organización y control del proceso investigativo. Sin embargo, estos no se presentan en el presente anexo con el fin de proteger la confidencialidad y el anonimato de los participantes, en cumplimiento de los principios éticos de la investigación educativa y la Ley 1581 de 2012 sobre protección de datos personales en Colombia. Para el análisis estadístico, cada estudiante fue asociado a un código anónimo, sin vinculación directa a su identidad.

Este cuestionario tiene como propósito identificar las percepciones, actitudes y experiencias de los estudiantes frente a su pensamiento reflexivo en situaciones matemáticas contextualizadas, en el marco de la Educación Matemática Crítica. La información obtenida será utilizada únicamente con fines académicos y de investigación.

Instrucciones

Lee con atención cada afirmación y marca en la casilla correspondiente la opción que mejor refleje tu experiencia personal.

No existen respuestas correctas o incorrectas. Responde de manera honesta, utilizando la siguiente escala:

Escala de respuesta

1=Nunca

2=Casi nunca

3 = A veces

4 = Casi siempre

5 = Siempre

SECCIÓN A. Comprensión e interpretación de información matemática

Ítem	Afirmación	1	2	3	4	5
1	Identifico los datos importantes cuando leo un problema matemático.	☐	☐	☐	☐	☐
2	Comprendo gráficos, tablas o diagramas sin necesidad de ayuda.	☐	☐	☐	☐	☐
3	Distingo claramente qué debo resolver en una situación matemática contextualizada.	☐	☐	☐	☐	☐
4	Relaciono información textual con información numérica o algebraica.	☐	☐	☐	☐	☐
5	Verifico que entiendo el problema antes de resolverlo.	☐	☐	☐	☐	☐
6	Reorganizo información compleja para comprenderla mejor.	☐	☐	☐	☐	☐

SECCIÓN B. Razonamiento y argumentación lógica

Ítem	Afirmación	1	2	3	4	5
7	Explico los pasos que sigo en la resolución de problemas.	☐	☐	☐	☐	☐
8	Justifico por qué elijo un procedimiento matemático.	☐	☐	☐	☐	☐

9	Verifico si mis pasos son válidos y tienen sentido.	☐	☐	☐	☐	☐
10	Comparo estrategias para elegir la más adecuada.	☐	☐	☐	☐	☐
11	Identifico errores en mis procedimientos o en los de otros.	☐	☐	☐	☐	☐
12	Sustento mis respuestas con argumentos claros.	☐	☐	☐	☐	☐

SECCIÓN C. Toma de decisiones fundamentada

Ítem	Afirmación	1	2	3	4	5
13	Considero varias estrategias antes de resolver un problema.	☐	☐	☐	☐	☐
14	Selecciono la estrategia más adecuada según los datos.	☐	☐	☐	☐	☐
15	Evalúo si mi respuesta tiene sentido frente a la situación.	☐	☐	☐	☐	☐
16	Cambio de estrategia si la inicial no funciona.	☐	☐	☐	☐	☐
17	Justifico mis decisiones y elecciones estratégicas.	☐	☐	☐	☐	☐
18	Reviso mis respuestas finales para verificar coherencia.	☐	☐	☐	☐	☐

Gracias por tu participación.

Tus respuestas son importantes para comprender cómo aprendes matemáticas y cómo desarrollas tu pensamiento reflexivo en situaciones reales.

ANEXO I Rúbrica de desempeño. Pensamiento reflexivo.

Rúbrica Analítica – Pensamiento Reflexivo

Propósito: Evaluar la calidad del pensamiento reflexivo a partir de tres dimensiones: comprensión e interpretación de información matemática, razonamiento y argumentación lógica, y toma de decisiones fundamentadas frente a situaciones reales.

Dimensión	Insuficiente (1)	Básico (2)	Adecuado (3)	Excelente (4)
Comprensión e interpretación de información matemática	Presenta dificultad para interpretar los datos y símbolos; no comprende adecuadamente el problema; depende totalmente del acompañamiento del docente.	Interpreta parcialmente los datos; se limita a reconocer elementos evidentes del enunciado sin profundizar en las relaciones subyacentes.	Interpreta correctamente la mayoría de los datos y representaciones; reconoce las relaciones principales y reformula el problema con cierta autonomía.	Interpreta con precisión todos los datos, símbolos y representaciones; reconoce relaciones, patrones y variables implícitas y explícitas; reformula con sentido crítico el planteamiento del problema.
Razonamiento y argumentación lógica	No logra sostener un razonamiento lógico; los pasos carecen de justificación o están desconectados del problema planteado.	Su razonamiento es débil, con saltos lógicos o escasa justificación; algunos pasos no son explicados o no tienen relación clara con la solución.	Presenta un razonamiento general coherente; justifica sus procedimientos en términos aceptables, aunque con poca profundidad argumentativa.	Establece conexiones lógicas sólidas entre ideas matemáticas; construye argumentos estructurados y coherentes; justifica con rigor cada paso del procedimiento, integrando saberes previos.
Toma de decisiones fundamentadas frente a situaciones reales	Ofrece una solución descontextualizada o sin relación con la situación real; no considera variables sociales, económicas o culturales pertinentes.	La solución presentada es débilmente conectada con el contexto; no se evidencian decisiones fundamentadas ni análisis crítico.	Da una solución contextualizada razonablemente válida; reconoce algunos aspectos del entorno, pero con escasa profundización.	Propone soluciones viables y pertinentes al contexto; explica consecuencias, supuestos e implicaciones; toma decisiones matemáticamente informadas con conciencia crítica del problema real.

ANEXO J Prueba de desempeño con situación contextualizada.

Propósito: Evaluar el nivel de pensamiento reflexivo de los estudiantes frente a una situación real que requiere análisis matemático, toma de decisiones fundamentadas y argumentación lógica.

Variable evaluada: Pensamiento reflexivo

Dimensiones:

1. Comprensión e interpretación de información matemática
2. Razonamiento y argumentación lógica
3. Toma de decisiones fundamentadas frente a situaciones reales.

Tipo de instrumento: Prueba de desempeño con situación contextualizada

Instrucciones:

A continuación, encontrarás una situación real similar a aquellas que enfrentan ciudadanos en su vida cotidiana. Lee con atención, analiza la información, identifica los datos relevantes y responde las preguntas justificando tu respuesta con procedimientos, explicaciones y argumentos propios.

No hay respuestas “de memoria”. Lo importante es cómo piensas, cómo argumentas y cómo decides

Situación problema

La ruta más conveniente para asistir al encuentro deportivo

El grupo de grado noveno participará en un encuentro deportivo intercolegiado. Para llegar al coliseo, ubicado en otro sector de Manizales, la institución dispone de tres rutas alternativas:

Ruta A (Transporte escolar directo)

- Costo por estudiante: \$4.000
- Tiempo estimado: 18 minutos
- Riesgo de retraso por tráfico: 15%
- No se permiten paradas intermedias.

Ruta B (Bus urbano + caminata)

- Tarifa bus: \$2.800
- Tiempo total estimado: 25 minutos (20 en bus y 5 caminando)
- Riesgo de retraso: 30%

- Ventaja: permite recoger estudiantes en puntos intermedios.

Ruta C (Caminata grupal supervisada)

- Costo: \$0
- Tiempo estimado: 35 minutos
- Riesgo de retraso: 10%
- Requiere organización previa y cumplimiento del ritmo del grupo.

El docente solicita que el grupo elija la opción más conveniente considerando costo, tiempo, riesgos y bienestar del grupo.

PREGUNTAS DE DESEMPEÑO

1. Comprensión e interpretación de la información

- Identifica los datos más relevantes de cada ruta. ¿Qué diferencias observas?
- ¿Cuáles variables deben considerarse para tomar una decisión responsable?
- ¿Qué ruta parece, inicialmente, más ventajosa y por qué?

2. Razonamiento y argumentación lógica

- Compara cuantitativamente las rutas: tiempos, costos y riesgos.
- Explica qué información consideras más determinante y por qué.
- Construye un argumento matemático que respalde cuál ruta sería más eficiente en términos de tiempo y costo.

3. Toma de decisiones fundamentadas

- Elige una ruta y justifica tu decisión considerando los aspectos sociales, económicos, físicos y de seguridad.
- ¿Cómo podrían cambiar tu decisión si un grupo de estudiantes presenta dificultades de movilidad o requiere acompañamiento adicional?
- ¿Qué implicaciones tendría tu decisión sobre la puntualidad y el bienestar de todo el grupo?

ANEXO K Guía de observación sistemática.

Propósito: Registrar evidencias de participación, interacción grupal y calidad del pensamiento reflexivo durante el desarrollo de actividades basadas en Educación Matemática Crítica (EMC)

Nota aclaratoria: La presente guía de observación sistemática fue diseñada para documentar, de manera estructurada, los comportamientos, interacciones y evidencias del pensamiento reflexivo manifestadas por los estudiantes durante las sesiones de la propuesta pedagógica basada en Educación Matemática Crítica.

Permite obtener datos cuantificables a través de una escala tipo Likert y, a la vez, descripciones cualitativas que complementan el análisis interpretativo de la participación estudiantil.

Su aplicación se realizará en distintos momentos del proceso (inicio, desarrollo y cierre), sin interrumpir el ritmo de trabajo del grupo. La escala empleada es de 1 a 4, donde:

1 = Nunca

2 = A veces

3 = Frecuentemente

4 = Siempre

GUÍA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA

Datos del observador:

Nombre del observador: _____

Fecha: _____

Actividad EMC observada: _____

MATRIZ DE OBSERVACIÓN

Dimensión/Categoría	Indicadores observables	1	2	3	4
Participación activa	Interviene espontáneamente en discusiones matemáticas.				
	Formula preguntas relacionadas con la situación problemática				
	Aporta ideas propias que contribuyen al análisis grupal				
Interacción y colaboración	Dialoga con sus compañeros para contrastar ideas				
	Escucha y responde a argumentos de otros de manera respetuosa				
	Participa activamente en la resolución colaborativa de tareas				
Comprensión e interpretación de información matemática	Identifica datos relevantes de la situación				

	Explica con sus palabras el planteamiento del problema				
	Relaciona representaciones (textuales, gráficas, numéricas) con el problema.				
Razonamiento y argumentación lógica	Expone procedimientos o razonamientos de manera coherente				
	Justifica sus respuestas con argumentos matemáticos				
	Reconoce errores propios o del grupo y propone alternativas				
Toma de decisiones fundamentadas	Considera distintas opciones antes de elegir una solución				
	Toma de decisiones en función de datos matemáticos, no intuiciones				
	Explica las implicaciones de su decisión dentro del contexto real planteado				

Registro narrativo complementario

Descripción cualitativa de la sesión (clase): _____

 _____.

Comportamientos emergentes no previstos: _____

 _____.

Observaciones relevantes para el análisis del pensamiento reflexivo: _____

 _____.

Firma del observador: _____

Fecha: _____

ANEXO L Diarios reflexivos estudiantiles.

Propósito: Recoger percepciones, procesos de pensamiento y aprendizajes subjetivos que los estudiantes construyen durante la implementación de la propuesta basada en Educación Matemática Crítica, con el fin de complementar los datos cuantitativos y comprender en profundidad el desarrollo del pensamiento reflexivo.

Nota aclaratoria: El diario reflexivo es un instrumento cualitativo que permite al estudiante expresar, en su propio lenguaje, las experiencias, ideas, emociones y razonamientos que emergen durante las actividades matemáticas contextualizadas.

Aunque su análisis se realiza desde una perspectiva cualitativa descriptiva, los contenidos obtenidos aportan evidencia complementaria sobre las dimensiones del pensamiento reflexivo y fortalecen la triangulación metodológica junto con los demás instrumentos del estudio (cuestionarios, rúbrica de desempeño y guía de observación).

La participación del estudiante es voluntaria y las respuestas serán tratadas de manera confidencial, asegurando anonimato en la presentación de resultados.

FORMATO DEL DIARIO REFLEXIVO

Datos del estudiante (opcional)

Nombre

Fecha

Actividad EMC desarrollada

PREGUNTAS ORIENTADORAS DEL DIARIO

El estudiante debe responder de manera personal, reflexiva y con libertad expresiva, procurando explicar por qué piensa lo que piensa y cómo toma decisiones frente a la actividad matemática presentada.

Comprensión e interpretación de la situación

1. ¿Qué comprendí hoy sobre la situación matemática trabajada?
2. ¿Qué datos, ideas o representaciones me parecieron más importantes?
3. ¿Qué parte del problema me generó dudas o confusión?

Razonamiento y argumentación

4. ¿Qué pasos seguí para resolver la actividad?
5. ¿Cómo expliqué mi respuesta a mis compañeros o al docente?
6. ¿Qué argumentos matemáticos utilicé para defender mi solución?

Toma de decisiones fundamentadas

7. ¿Qué decisiones tomé durante la actividad y por qué?
8. ¿Consideré el contexto real de la situación para resolver el problema?
9. ¿Mi solución podría tener implicaciones en la vida real? ¿Cuáles?

Reflexión personal sobre el aprendizaje

10. ¿Qué aprendí hoy sobre mi forma de pensar y resolver problemas?
11. ¿Qué haría diferente si tuviera que resolver nuevamente la actividad?
12. ¿Qué aportes hicieron mis compañeros a mi manera de entender el problema?

ESPACIO DE RESPUESTAS (para el estudiante)

CIERRE DEL INSTRUMENTO

Firma del docente-investigador: _____

Fecha: ____ / ____ / 2025

ANEXO M Diagrama de Gantt. Proceso de Implementación y Recolección de datos.

(Diagrama de Gantt-Proceso de Implementación y Recolección de Datos)

Fases/Meses	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre
Planificación y alistamiento										
Diagnóstico inicial (Pretest)										
Implementación de EMC										
Seguimiento y sistematización										
Evaluación final (Postest)										
Redacción y cierre										

Nota. El cronograma de trabajo de campo presenta la secuencia de actividades realizadas durante el proceso investigativo, así como los periodos de implementación de los instrumentos, el desarrollo de la propuesta pedagógica basada en Educación Matemática Crítica y la elaboración final del informe de tesis. La información corresponde al plan operativo ejecutado entre febrero y noviembre de 2025

ANEXO N Evidencias fotográficas del trabajo de campo.



Fotografía 1 Aplicación del pretest en la sala de sistemas con los estudiantes de grado noveno

La imagen documenta el momento de administración del instrumento diagnóstico inicial, en el cual se estableció la línea base del pensamiento reflexivo antes de la intervención pedagógica fundamentada en la EMC.



Fotografía 2 Debate estudiantil sobre la interpretación de modelos matemáticos en contexto sociomatemático

La imagen muestra un momento de socialización en el que los estudiantes explican y contrastan sus procedimientos, evidenciando procesos de argumentación y construcción colectiva de significados promovidos por la Educación Matemática Crítica.



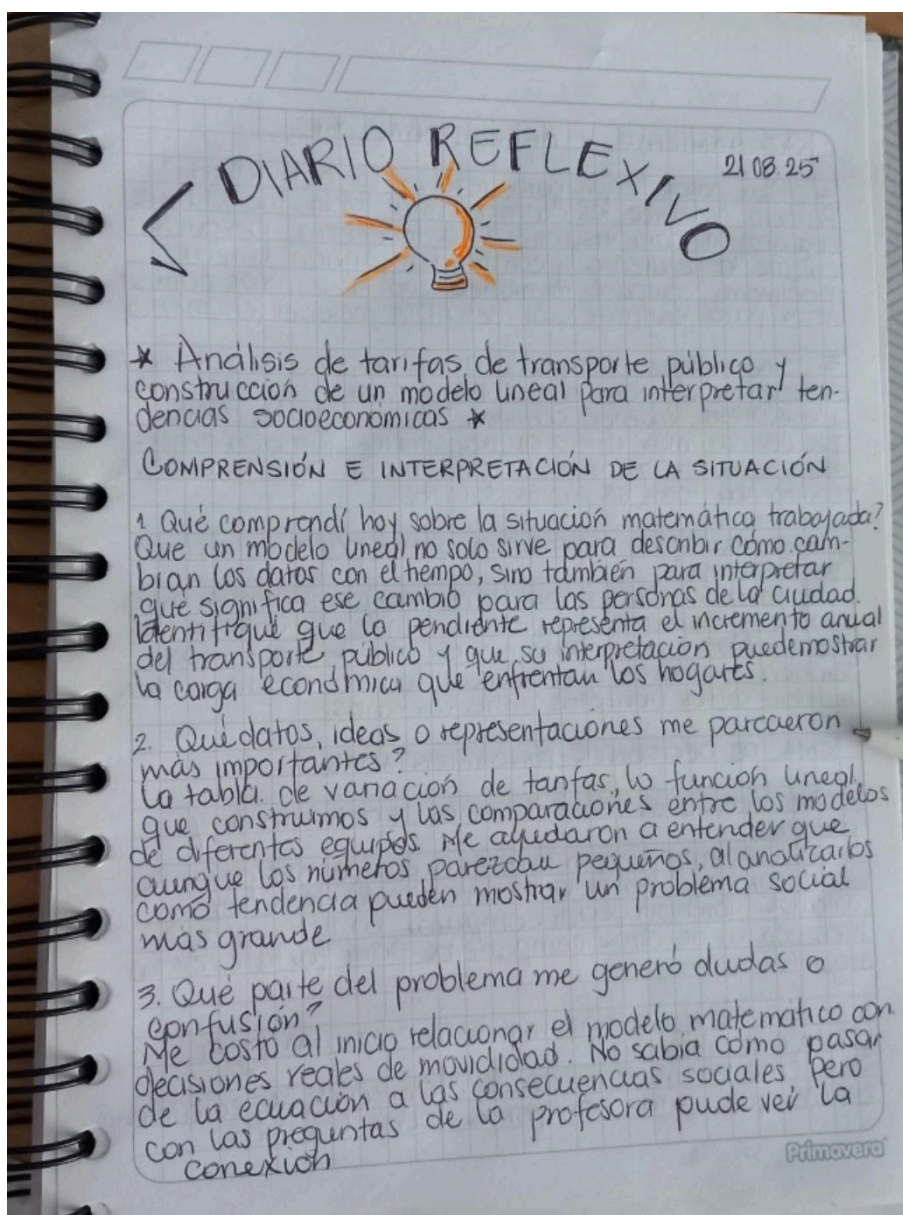
Fotografía 3 Presentación grupal de resultados y defensa oral de estrategias matemáticas empleadas.

La fotografía documenta la exposición de conclusiones por parte de un equipo de trabajo, destacando la articulación entre razonamiento matemático, comunicación oral y toma de decisiones fundamentada.



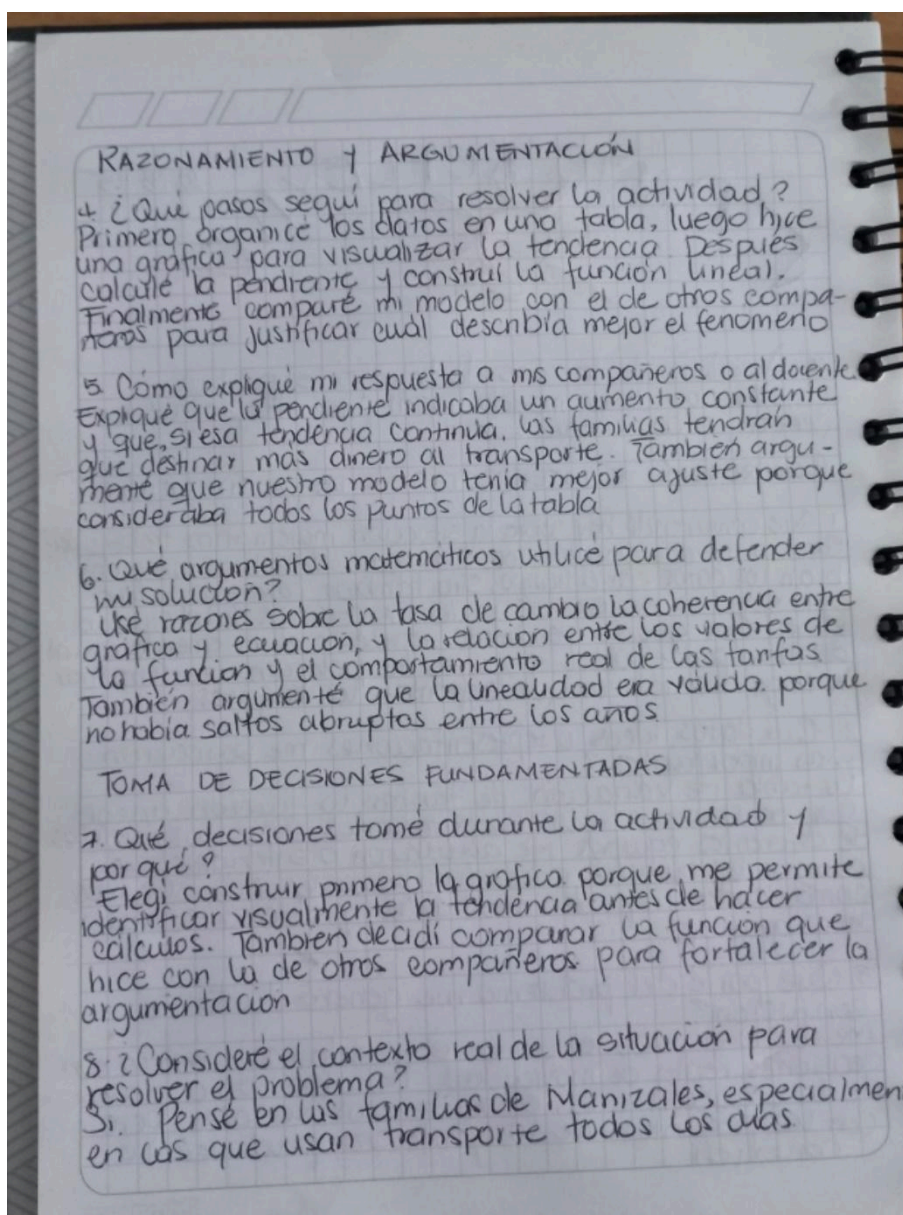
Fotografía 4 Resolución colaborativa de ejercicios matemáticos en el tablero.

La fotografía muestra a dos estudiantes desarrollando procedimientos algebraicos de manera pública, explicando sus pasos y justificando decisiones matemáticas, lo que evidencia procesos de razonamiento y argumentación propios del enfoque de Educación Matemática Crítica.



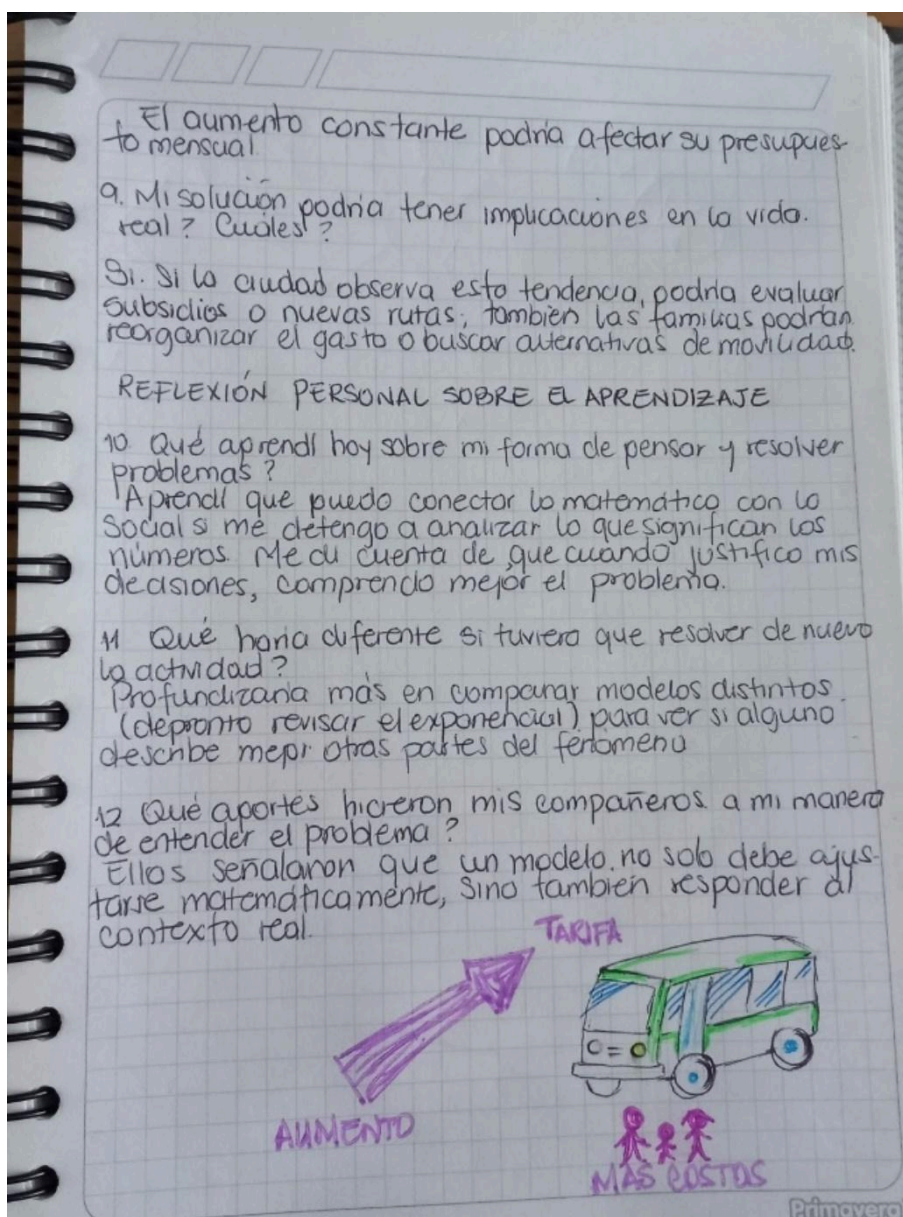
Fotografía 5 Diario reflexivo estudiantil: comprensión e interpretación de información matemática en contexto.

La entrada muestra cómo el estudiante explicita su comprensión de una situación sociomatemática, integrando interpretación de datos y reflexión personal, lo cual constituye evidencia metacognitiva clave para la triangulación cualitativa del estudio.



Fotografía 6 Diario reflexivo estudiantil: razonamiento, argumentación y toma de decisiones fundamentadas.

La entrada evidencia simultáneamente la construcción de argumentos y la elección razonada entre alternativas posibles, articulando análisis matemático, valoración crítica y justificación ética en la resolución de una situación sociomatemática.



Fotografía 7 Diario reflexivo estudiantil: reflexión personal sobre el propio aprendizaje matemático.

La entrada muestra cómo el estudiante analiza su proceso de aprendizaje, identifica avances, reconoce dificultades y evalúa las estrategias empleadas durante la intervención. Esta reflexión metacognitiva constituye evidencia directa del fortalecimiento del pensamiento reflexivo, en la medida en que articula conciencia sobre los procesos cognitivos, valoración crítica del desempeño y autorregulación del aprendizaje.



Fotografía 8 Trabajo en aula durante la implementación de la estrategia pedagógica basada en Educación Matemática Crítica.

La imagen registra a los estudiantes desarrollando actividades matemáticas contextualizadas durante una sesión de clase. Este trabajo escrito evidencia la apropiación de procedimientos, la exploración autónoma de ideas y la puesta en práctica de habilidades de análisis, interpretación y argumentación promovidas por la intervención didáctica. Constituye una evidencia empírica directa del proceso formativo desarrollado en el aula.

ANEXO O Declaración de Originalidad y Propiedad Intelectual.

DECLARACIÓN DE ORIGINALIDAD Y PROPIEDAD INTELECTUAL

Facultad de Educación

Doctorado en Educación e Innovación – UIIX

Yo, Maybeth Julieta Robles Leal, identificada con cédula de ciudadanía No. 24347840, candidata al grado de Doctora en Educación e Innovación de la Universidad de Investigación e Innovación de México – UIIX, declaro bajo la gravedad de juramento que la tesis titulada: “La Educación Matemática Crítica como estrategia para fortalecer el pensamiento reflexivo en estudiantes de básica secundaria del Colegio de Cristo de Manizales durante el año 2025”, es una obra original, inédita y producto de mi trabajo académico e investigativo, elaborada con rigor metodológico, integridad intelectual y respeto por las normas éticas establecidas por la institución y por la legislación vigente.

Declaro que:

La tesis no ha sido presentada previamente para obtener ningún grado académico en otra institución educativa, nacional o extranjera.

Ninguna parte de este documento ha sido copiada, reproducida o traducida sin la debida citación o sin autorización del titular de derechos.

Las ideas, teorías, datos, conceptos y fragmentos textuales tomados de otros autores están debidamente citados conforme a la Norma APA 7ª edición.

No existe plagio, autoplagio, fraude, falsificación ni manipulación de datos.

Conforme a:

- Ley 23 de 1982 (Derecho de Autor – Colombia),
- Ley 44 de 1993,
- Decisión Andina 351 de 1993,
- Ley Federal del Derecho de Autor – México (1996 y actualizaciones),
- Convenio de Berna (1886) y acuerdos de la OMPI,
- Normativas institucionales de la UIIX sobre integridad y propiedad intelectual,

declaro que esta obra es de mi autoría, por lo cual ostento los derechos morales sobre el contenido, la estructura, el análisis, las conclusiones y el aporte teórico resultante.

La Universidad de Investigación e Innovación de México (UIIX) adquiere autorización para:

Reproducir, almacenar, publicar, comunicar y difundir la tesis en medios digitales o impresos.

Incorporarla en repositorios académicos de acceso público.

Sin que esto implique cesión de mis derechos morales, que son inalienables e irrenunciables según la legislación internacional.

Manifiesto que:

La información obtenida de los participantes (estudiantes, acudientes, docentes y directivos) fue recolectada con consentimiento informado y asentimiento correspondiente.

Los datos fueron tratados conforme a la Ley 1581 de 2012 (Protección de Datos Personales – Colombia) y su Decreto 1377 de 2013.

Todos los registros, instrumentos y evidencias cumplen criterios de confidencialidad, anonimato y ética investigativa.

Afirmo que:

Los resultados presentados reflejan fielmente los datos recolectados.

No se han realizado alteraciones, manipulación ni fabricación de información.

El análisis ha sido realizado con transparencia metodológica y coherencia con los objetivos del estudio.

Autorizo a la UIIX a verificar mediante herramientas tecnológicas o procesos institucionales la originalidad y autenticidad de esta obra, de conformidad con las políticas internas de integridad académica.

En fe de lo anterior, firmo la presente declaración:

Manizales, 19 de noviembre de 2025

Maybeth Julieta Robles Leal
Candidata al grado de Doctora en Educación e Innovación
Universidad de Investigación e Innovación de México – UIIX