



Estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial para fortalecer el razonamiento abstracto en estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, San José, Costa Rica, durante el I período del curso lectivo 2026

TESIS DOCTORAL

que, para obtener el Grado de Ph. D.

DOCTOR EN EDUCACIÓN E INNOVACIÓN

PRESENTA

Oscar Enrique Cruz Montano

ASESOR

Dra. Rosselys Carolina Rodríguez de Hernández

México, 2026

La presente Tesis Doctoral debe ser citada como:

Cruz Montano, Oscar (2026). Estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial para fortalecer el razonamiento abstracto en estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, San José, Costa Rica, durante el I período del curso lectivo 2026 [Tesis de Doctorado. Universidad de Investigación e Innovación de México].



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivar 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

Se permite la reproducción total o parcial y la comunicación pública de la obra con reconocimiento de la autoría.

No se permite el uso comercial ni la creación de obras derivadas.

Resumen

La presente tesis aborda la necesidad de fortalecer el razonamiento abstracto en la educación matemática de estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, San José, Costa Rica, durante el I período del curso lectivo 2026, ante dificultades para generalizar, interpretar representaciones y resolver problemas no rutinarios. El objetivo fue proponer una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial para atender dicha necesidad. La hipótesis de trabajo sostuvo que la integración pedagógica de la modelación matemática con herramientas de inteligencia artificial fortalece significativamente el razonamiento abstracto. Metodológicamente, se asumió un enfoque mixto, con diseño secuencial explicativo, alcance descriptivo-explicativo-propositivo y muestra censal conformada por 152 estudiantes de décimo año y 6 docentes. Los resultados evidenciaron un desempeño predominantemente medio-bajo: 46.7% del estudiantado se ubicó en nivel bajo, 38.8% en nivel medio y 14.5% en nivel alto, con promedio general de 10.9/20; las mayores debilidades se concentraron en generalización, resolución de problemas e interpretación de representaciones. Las entrevistas y el análisis documental confirmaron predominio de prácticas procedimentales, uso limitado de modelación y tecnología principalmente expositiva. Se concluye que la propuesta EDIMIA constituye una alternativa pertinente, válida, factible y aplicable para reorganizar la enseñanza matemática mediante modelación contextualizada, mediación docente, evaluación formativa y uso pedagógico regulado de inteligencia artificial.

Palabras clave: modelación matemática, inteligencia artificial, razonamiento abstracto, educación matemática, estrategia didáctica.

ABSTRACT

This doctoral thesis addresses the need to strengthen abstract reasoning in mathematics education among upper secondary students at Liceo Mauro Fernández Acuña, San José, Costa Rica, during the first term of the 2026 academic year, in response to difficulties in generalizing, interpreting representations, and solving non-routine problems. The objective was to propose a didactic strategy of mathematical modelling supported by artificial intelligence tools to address this need. The working hypothesis stated that the pedagogical integration of mathematical modelling with artificial intelligence tools significantly strengthens abstract reasoning. Methodologically, the study adopted a mixed-methods approach, an explanatory sequential design, a descriptive-explanatory-propositional scope, and a census sample composed of 152 tenth-grade students and 6 teachers. The results showed predominantly medium-low performance: 46.7% of students were at the low level, 38.8% at the medium level, and 14.5% at the high level, with an overall mean score of 10.9/20; the greatest weaknesses were concentrated in generalization, problem solving, and interpretation of representations. The interviews and documentary analysis confirmed the predominance of procedural practices, limited use of modelling, and technology used mainly for expository purposes. It is concluded that the EDIMIA proposal constitutes a pertinent, valid, feasible, and applicable alternative for reorganizing mathematics teaching through contextualized modelling, teacher mediation, formative assessment, and pedagogically regulated use of artificial intelligence.

Keywords: *mathematical modelling, artificial intelligence, abstract reasoning, mathematics education, didactic strategy.*

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN	9
Capítulo I. Proyección de la investigación	12
1.1. Línea de investigación	12
1.2. Planteamiento del problema	13
1.3. Formulación del problema (Pregunta de investigación):	15
1.4. Justificación	16
1.5. Objeto de estudio	19
1.6. Campo de acción	19
1.7. Objetivos	19
1.8. Hipótesis	20
1.9. Alcance temático	21
1.10. Delimitación espacial y temporal	22
Capítulo II. Fundamentos teóricos	24
2.1. Estado del arte	24
2.2. Marco teórico	28
2.3. Marco conceptual	46
2.4. Marco contextual (histórico y actual)	49

	5
2.5. Marco Legal y Normativo	53
Capítulo III. Fundamentos metodológicos y resultados de la investigación	58
3.1. Operacionalización de variables y elaboración de matriz de consistencia científica metodológica	58
3.2. Diseño metodológico	64
3.3. Trabajo de campo	79
3.4. Análisis de los resultados en los datos obtenidos	89
3.5. Redacción de resultados y discusión	99
Capítulo IV. Propuesta de transformación	104
4.1. Fundamentación de la propuesta de transformación	104
4.2. Descripción de la propuesta de transformación	108
4.3. Objetivos de la propuesta de transformación	118
4.4. Actividades, fases y/o etapas de la propuesta de transformación	121
4.5. Recursos necesarios para la aplicación de la propuesta	133
4.6. Resultados de la propuesta	137
4.7. Valoración, evaluación y validación de la propuesta de transformación	143
CONCLUSIONES	153
RECOMENDACIONES	156
BIBLIOGRAFÍA	159
ANEXOS	164

Índice de figuras.

Figura 1. Distribución del estudiantado por nivel de desempeño en razonamiento abstracto.	89
Figura 2. Promedio del estudiantado por dimensión del razonamiento abstracto.	91
Figura 3. Promedio del estudiantado según sexo.	93
Figura 4. Promedio del estudiantado según edad.	93
Figura 5. Representación gráfica de la propuesta EDIMIA	108

Índice de tablas.

Tabla 1. Caracterización de la población participante.	90
Tabla 2. Distribución del estudiantado por nivel de desempeño en la prueba diagnóstica.	91
Tabla 3. Promedios obtenidos por dimensión del razonamiento abstracto.	92
Tabla 4. Cruces descriptivos del desempeño por sexo y edad.	94
Tabla 5. Síntesis analítica de las entrevistas a docentes.	96
Tabla 6. Resultados del análisis documental.	97
Tabla 7. Secuencia temporal de implementación sugerida.	131
Tabla 8. Recursos para la aplicación de la propuesta.	136
Tabla 9. Matriz de valoración operativa de la propuesta EDIMIA.	144
Tabla 10. Valoración global de la propuesta según criterios de calidad.	149

Índice de cuadros.

Cuadro 1. Matriz de operacionalización de variables.	59
Cuadro 2. Matriz de congruencia.	62

INTRODUCCIÓN

La educación matemática ocupa un lugar estratégico dentro de los sistemas educativos contemporáneos: su relevancia no se agota en el valor instrumental que aporta a la resolución de problemas, sino que se extiende al desarrollo del pensamiento lógico, la capacidad de abstracción y la toma de decisiones fundamentada. En el contexto costarricense, esta problemática reviste una dimensión particularmente crítica. Según los datos de la OECD (2024), Costa Rica registró 385 puntos en el área de matemáticas en PISA 2022, cifra que se sitúa 87 puntos por debajo del promedio de los países miembros de la organización (472 puntos); a ello se suma que apenas el 28% del estudiantado alcanzó el nivel 2 de competencia matemática, umbral considerado mínimo para la participación efectiva en la sociedad del conocimiento. Por su parte, el Ministerio de Educación Pública reportó que, en el diagnóstico aplicado tras el período pandémico, aproximadamente seis de cada diez estudiantes de décimo y undécimo año lograron aprobar la asignatura, dato que pone de manifiesto la persistencia de brechas estructurales en los procesos de aprendizaje matemático y la urgencia de intervenciones pedagógicas sostenidas en este campo.

La evidencia producida en el contexto nacional apunta hacia un patrón consistente: las estrategias didácticas mediadas por recursos tecnológicos muestran capacidad para generar mejoras sustantivas en el aprendizaje matemático del estudiantado de secundaria. Díaz Porras (2025), en una investigación desarrollada con estudiantes de undécimo año en San José, documentó avances significativos en la comprensión y aplicación de ecuaciones de primer grado a través de la metodología de aula invertida. En un trabajo posterior, el mismo investigador constató que una intervención pedagógica mediada por plataformas virtuales produjo calificaciones significativamente superiores en una prueba estandarizada simulada de Matemática, en comparación con el grupo expuesto al método tradicional; los resultados más favorables se concentraron precisamente en el grupo sometido a la intervención tecnológica (Díaz Porras, 2026). El conjunto de estos antecedentes costarricenses permite sostener que la innovación didáctica apoyada en entornos digitales representa una vía pedagógica

pertinente para atender las debilidades estructurales que persisten en la enseñanza de la matemática en el nivel secundario.

En el plano internacional, la literatura reciente permite identificar tres tendencias que fundamentan esta investigación. En primer lugar, el razonamiento abstracto mantiene una relación significativa con el desempeño matemático; Özdemir, Karaşan y Şahal (2021) encontraron que las habilidades de pensamiento abstracto, junto con la autoeficacia y la actitud hacia la matemática, explicaron una parte relevante de la varianza del logro académico. En segundo lugar, la modelación matemática aparece como una vía especialmente fértil para promover pensamiento de orden superior, dado que su relación con habilidades metacognitivas, críticas y creativas es bidireccional (Ulker & Ozaltun Celik, 2025). En tercer lugar, Panqueban y Huincahue (2024) advierten que la investigación sobre inteligencia artificial en educación matemática se encuentra en expansión y que sus usos más frecuentes se orientan al apoyo del aprendizaje y la enseñanza, mientras que Holman et al. (2025) sintetizan evidencia reciente que confirma el potencial de estas intervenciones cuando se articulan con propósitos pedagógicos claros.

A partir de este panorama, la presente tesis se inscribe en el Doctorado en Educación e Innovación y se orienta al campo de la innovación educativa aplicada a la didáctica de la matemática. Su propósito central es aportar una respuesta pedagógica contextualizada a la necesidad de fortalecer el razonamiento abstracto en estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica, mediante una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial. El estudio parte del supuesto de que la integración pedagógica de tareas de modelación con herramientas de IA puede favorecer procesos de comprensión, representación, transferencia y resolución de problemas matemáticos en contextos escolares reales. Este enfoque busca trascender un uso meramente instrumental de la tecnología para situarla como mediadora del aprendizaje, la reflexión y la construcción de significados matemáticos.

La tesis se organiza en cuatro capítulos. El Capítulo I presenta la proyección de la investigación, incluida la línea de investigación, el planteamiento y formulación del

problema, la justificación, el objeto y campo de acción, los objetivos, la hipótesis, el alcance y la delimitación espacial y temporal. El Capítulo II desarrolla los fundamentos teóricos referenciales, integrando el estado del arte, los marcos teórico, conceptual, contextual y legal-normativo. El Capítulo III expone los fundamentos metodológicos y los resultados de la investigación, con la operacionalización de variables, el diseño metodológico, el trabajo de campo, el procesamiento de la información y el análisis e interpretación de los datos. El Capítulo IV presenta la propuesta de transformación EDIMIA, su fundamentación, estructura, objetivos, fases, recursos, resultados esperados y valoración. Finalmente, se incorporan las conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos.

Capítulo I. Proyección de la investigación.

Este capítulo establece la proyección general de la investigación. En él se precisa la adscripción a la línea de investigación del doctorado, se contextualiza el problema científico, se formula la pregunta principal y sus preguntas secundarias, se justifica la pertinencia del estudio y se delimitan el objeto, el campo de acción, los objetivos, la hipótesis, el alcance temático y las delimitaciones espacial y temporal. Su función es fijar la base lógica y científica que orienta el desarrollo teórico, metodológico y propositivo de la tesis.

1.1. Línea de investigación.

La presente investigación se adscribe al campo de la innovación educativa, eje central del Doctorado en Educación e Innovación de la Universidad de Investigación e Innovación de México. Según la descripción oficial del programa, este doctorado busca formar investigadores y docentes de alto nivel capaces de desarrollar e innovar procesos pedagógicos, generando conocimiento práctico en enseñanza, aprendizaje, evaluación, calidad educativa, administración educativa, tecnología educativa y docencia (Universidad de Investigación e Innovación de México [UIIX], 2026). En esa lógica, el estudio se orienta a la transformación de la práctica pedagógica mediante una propuesta didáctica contextualizada para la enseñanza de la matemática.

De manera más específica, la tesis se vincula con la línea de Innovación Educativa y Perspectivas Didácticas, con énfasis en mediación tecnológica, ya que su propósito no se limita al análisis del problema, sino que busca diseñar una respuesta pedagógica aplicable al contexto escolar. Esta adscripción resulta consistente con antecedentes recientes del repositorio doctoral de la UIIX, donde investigaciones del mismo programa se han inscrito en la línea de Innovación Educativa y Perspectivas Didácticas para desarrollar estrategias metodológicas y herramientas tecnológicas orientadas al fortalecimiento de procesos de enseñanza-aprendizaje en educación básica, secundaria y media (Caracas Vásquez, 2025; Pardo Sastoque, 2025).

Asimismo, la investigación mantiene una relación directa con las perspectivas tecnológicas de la innovación educativa, en tanto integra herramientas de inteligencia artificial como mediadoras del aprendizaje matemático. Esta articulación también encuentra respaldo en trabajos doctorales recientes de la UIIX que han vinculado la mejora del desarrollo lógico-matemático con modelos de enseñanza basados en tecnologías del aprendizaje y del conocimiento, situando dichas propuestas en el área de innovación educativa y perspectivas tecnológicas (González Cárdenas, 2025). En consecuencia, el presente estudio se posiciona en la intersección entre didáctica de la matemática, innovación pedagógica y tecnología educativa, con un enfoque propositivo orientado al fortalecimiento del razonamiento abstracto en estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica.

En coherencia con esta línea, la tesis propone una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial, entendida como una innovación pedagógica que busca responder a una necesidad real del contexto escolar. Su aporte se proyecta tanto en el plano teórico, al articular categorías contemporáneas como modelación matemática, razonamiento abstracto e inteligencia artificial educativa, como en el plano práctico, al ofrecer una propuesta aplicable y evaluable en un escenario concreto de educación media. De este modo, la investigación reafirma su pertenencia al Doctorado en Educación e Innovación, al inscribirse en una línea de trabajo que promueve soluciones educativas contextualizadas, pertinentes y sustentadas científicamente.

1.2. Planteamiento del problema.

La educación matemática en la enseñanza secundaria enfrenta actualmente un desafío persistente: lograr que el estudiantado no solo ejecute procedimientos, sino que comprenda, relacione, represente y aplique conceptos en situaciones problemáticas. En Costa Rica, este reto sigue siendo crítico. Según la OCDE, en PISA 2022 solo el 28% de los estudiantes costarricenses alcanzó al menos el nivel 2 de competencia en matemáticas, muy por debajo del promedio de la OCDE, situado en 69%; además, casi ningún estudiante del país se ubicó en los niveles más altos de desempeño. Estos resultados muestran una brecha importante en capacidades matemáticas básicas y

superiores, particularmente en tareas que exigen interpretar situaciones, representarlas matemáticamente y resolver problemas no rutinarios.

Esta situación resulta especialmente significativa porque el propio currículo costarricense de Matemática plantea como propósito desarrollar la capacidad para la resolución de problemas, la aplicación, la matematización o modelización de diversas situaciones, así como mayores niveles analíticos en la justificación y argumentación matemática. El programa oficial del MEP establece, además, que la resolución de problemas en contextos reales constituye el enfoque principal del currículo y reconoce que históricamente, en Costa Rica, esta estrategia ha tenido un papel reducido o se ha implementado de manera insuficiente en la práctica de aula. En otras palabras, existe una contradicción entre el ideal curricular y las condiciones reales de aprendizaje que viven muchos estudiantes en secundaria.

A esta brecha se suma un contexto de recuperación educativa todavía incompleto. El Ministerio de Educación Pública informó, en su primer diagnóstico de rendimiento académico posterior a la pandemia, que en décimo y undécimo año aproximadamente 6 de cada 10 estudiantes aprobaron Matemáticas, una tendencia que el propio ministerio reconoció como un punto de atención para la mejora. Merece atención que este dato confirma que, en los niveles donde se ubica la presente investigación, persisten dificultades relevantes en el aprendizaje matemático, especialmente en procesos que demandan abstracción, transferencia y resolución de problemas.

Desde la investigación reciente, el problema también se puede comprender como una limitación en el desarrollo de habilidades cognitivas de orden superior dentro de la enseñanza matemática. Özdemir, Karaşan y Şahal (2021) encontraron relaciones significativas entre pensamiento abstracto y logro en matemáticas, mientras que Ulker y Ozaltun Celik (2025) sostienen que la modelación matemática mantiene una relación bidireccional con el pensamiento de orden superior, en especial con componentes metacognitivos, críticos y creativos. Sin embargo, aunque la literatura reconoce el valor pedagógico de la modelación, su integración sistemática en el aula sigue siendo desigual, y su articulación con tecnologías emergentes aún presenta vacíos de implementación pedagógica.

En ese marco, la inteligencia artificial aparece como una oportunidad educativa relevante, pero también como un campo que requiere mediación didáctica rigurosa. Panqueban y Huincahue (2024), en una revisión sistemática, identificaron un aumento visible de la investigación sobre inteligencia artificial en educación matemática, con énfasis en sistemas de apoyo al aprendizaje y la enseñanza; no obstante, también señalaron escasa presencia de marcos teóricos desde la didáctica de la matemática. De manera convergente, Holman et al. (2025) concluyen que la inteligencia artificial puede mejorar el aprendizaje matemático, pero su efectividad depende del contexto, la duración de la intervención y el papel complementario del docente. Por tanto, el problema no radica únicamente en la existencia de herramientas tecnológicas, sino en la ausencia de estrategias didácticas contextualizadas que integren modelación matemática e inteligencia artificial con intencionalidad pedagógica para fortalecer el razonamiento abstracto.

A partir de lo anterior, el problema científico de esta investigación se sitúa en la insuficiencia de estrategias didácticas innovadoras, contextualizadas y pedagógicamente mediadas para fortalecer el razonamiento abstracto en la educación matemática de estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica. Aunque el currículo nacional enfatiza la resolución de problemas, la modelización y el rigor analítico, y aunque la inteligencia artificial ofrece nuevas posibilidades de mediación, en la práctica persiste la necesidad de articular estos componentes en una propuesta didáctica viable, pertinente y evaluable que contribuya a mejorar la comprensión matemática y la resolución de problemas en este contexto educativo.

1.3. Formulación del problema (Pregunta de investigación).

A partir de la situación problemática descrita, se formula el problema de investigación como una interrogante central orientada a precisar el objeto de estudio, su contexto de aplicación y la posible vía de transformación pedagógica. En correspondencia con el carácter propositivo de la presente tesis doctoral, la pregunta principal no solo delimita la realidad a investigar, sino que también orienta la construcción de una alternativa didáctica sustentada científica y metodológicamente.

Pregunta principal de investigación.

¿Cómo fortalecer el razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica, durante el I período del curso lectivo 2026?

Preguntas secundarias de investigación

1. ¿Cuál es el estado actual del razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica?
2. ¿Qué fundamentos teóricos, didácticos y tecnológicos sustentan la integración de la modelación matemática y las herramientas de inteligencia artificial en el fortalecimiento del razonamiento abstracto?
3. ¿Qué componentes pedagógicos, metodológicos y tecnológicos debe contener una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial para responder a las necesidades del contexto estudiado?
4. ¿En qué medida la estrategia didáctica propuesta resulta pertinente, factible y aplicable para fortalecer el razonamiento abstracto en los estudiantes de educación diversificada del **Liceo Mauro Fernández Acuña**?

1.4. Justificación.

La presente investigación se justifica, en primer lugar, desde el punto de vista **teórico**, porque busca contribuir a la comprensión de la relación entre modelación matemática, inteligencia artificial y razonamiento abstracto en la educación matemática de estudiantes de educación diversificada. La literatura reciente muestra que la modelación matemática favorece la comprensión y aplicación de conceptos con efectos positivos de magnitud media sobre el rendimiento estudiantil; por ejemplo, Sokolowski (2015) reportó un tamaño del efecto de 0.69 en su metaanálisis sobre modelación matemática. De forma convergente, Özdemir, Karaşan y Şahal (2021) encontraron relaciones significativas entre pensamiento abstracto y logro en matemáticas, mientras

que Ulker y Ozaltun Celik (2025) sostienen que la modelación matemática y el pensamiento de orden superior mantienen una relación bidireccional. En este sentido, la investigación aporta al diálogo teórico entre categorías que suelen estudiarse por separado, pero que en el contexto escolar actual requieren ser articuladas de manera más consistente.

Desde la perspectiva práctica, el estudio se justifica por la necesidad de responder a dificultades persistentes en el aprendizaje matemático en Costa Rica, especialmente en tareas que exigen abstracción, transferencia y resolución de problemas. Resulta pertinente destacar que en PISA 2022, solo el 28% del estudiantado costarricense alcanzó al menos el nivel 2 de competencia matemática, frente al 69% del promedio de la OCDE, lo que evidencia una brecha significativa en el desarrollo de competencias fundamentales. A ello se suma que el Ministerio de Educación Pública reportó, en su diagnóstico posterior a la pandemia, que en décimo y undécimo año aproximadamente 6 de cada 10 estudiantes aprobaron Matemáticas. Estos datos muestran que el problema no es menor ni aislado, y que requiere respuestas pedagógicas contextualizadas y sostenibles.

La investigación también posee una justificación social, porque el fortalecimiento del razonamiento abstracto en matemática no solo mejora el desempeño escolar, sino que amplía las oportunidades de participación académica, tecnológica y ciudadana del estudiantado. Resulta pertinente destacar que el currículo costarricense de Matemáticas establece como propósito desarrollar el rigor, la resolución de problemas, la matematización o modelización de situaciones y mayores niveles de análisis y argumentación; sin embargo, el mismo documento reconoce que históricamente la resolución de problemas ha tenido una presencia reducida en la práctica educativa. Por ello, proponer una estrategia didáctica que acerque al estudiantado a procesos de modelación y uso reflexivo de tecnologías emergentes puede contribuir a una educación más pertinente, significativa e inclusiva.

Desde el punto de vista **metodológico**, la investigación se justifica porque propone una ruta de indagación mixta para estudiar y transformar un problema educativo complejo en contexto real. La revisión sistemática de Holman et al. (2025) concluye que

las intervenciones con inteligencia artificial en educación matemática muestran resultados promisorios, pero dependen fuertemente del contexto, de la duración de la intervención y de la mediación docente. Merece atención que, de forma semejante, Panqueban y Huincahue (2024) observaron un crecimiento del campo, aunque advirtieron que aún son limitados los marcos teóricos y didácticos que orientan la integración pedagógica de la IA en matemática. En consecuencia, esta tesis no solo busca describir una problemática, sino construir y fundamentar una estrategia didáctica evaluable, con potencial de transferencia a contextos educativos semejantes.

En el plano académico e institucional, la propuesta resulta pertinente porque se alinea con la orientación del sistema educativo costarricense hacia la recuperación de aprendizajes y el fortalecimiento del uso pedagógico de recursos tecnológicos. Resulta pertinente destacar que el Plan Integral de Nivelación Académica del MEP plantea la necesidad de implementar procesos de nivelación que respondan a diversos ambientes educativos y contribuyan al desarrollo de conocimientos y habilidades; igualmente, informes recientes del propio ministerio han insistido en la importancia de fortalecer la apropiación digital y las metodologías eficientes para la enseñanza de las matemáticas; Desde esta perspectiva, la presente investigación ofrece una respuesta concreta y contextualizada a una necesidad que ya ha sido reconocida a nivel de política educativa.

Finalmente, la investigación se justifica desde el punto de vista personal y profesional del investigador, en la medida en que articula su interés por la innovación educativa con una necesidad real del contexto de enseñanza de la matemática en educación diversificada. Conviene apuntar que, además, estudios costarricenses recientes han mostrado que estrategias didácticas apoyadas por recursos digitales, como el aula invertida y otras mediaciones tecnológicas, pueden mejorar significativamente el aprendizaje matemático en estudiantes de undécimo año (Díaz Porras, 2025, 2026). En consecuencia, desarrollar una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial para el Liceo Mauro Fernández Acuña no solo representa una contribución científica, sino también una oportunidad de intervención pedagógica pertinente, innovadora y potencialmente replicable.

1.5. Objeto de estudio.

El objeto de estudio de la presente tesis es el fortalecimiento del razonamiento abstracto en la educación matemática de estudiantes de educación diversificada, mediante una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial.

1.6. Campo de acción.

El campo de acción se concreta en la mediación pedagógica de la enseñanza de la matemática en décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, con énfasis en el diseño, organización, aplicación y valoración de una estrategia didáctica innovadora orientada a mejorar procesos de representación, generalización, interpretación y resolución de problemas.

1.7. Objetivos.

1.7.1. *Objetivo general.*

Proponer una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial para fortalecer el razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica.

1.7.2. *Objetivos específicos.*

1. **Diagnosticar** el estado actual del razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica.
2. **Fundamentar** teórica, didáctica y tecnológicamente la relación entre modelación matemática, herramientas de inteligencia artificial y razonamiento abstracto en el contexto de la educación matemática.
3. **Diseñar** una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial, contextualizada a las necesidades

pedagógicas de los estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña.

4. **Valorar** la pertinencia, factibilidad y aplicabilidad de la estrategia didáctica propuesta para el fortalecimiento del razonamiento abstracto en la educación matemática.

1.8. Hipótesis.

En correspondencia con la pregunta de investigación, los objetivos planteados y la naturaleza propositiva del estudio, la presente tesis asume una hipótesis de trabajo orientada a establecer una relación pedagógica entre la estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial y el fortalecimiento del razonamiento abstracto en la educación matemática. Resulta pertinente destacar que esta formulación responde a la necesidad de contar con una proposición científica inicial que guíe el proceso de diagnóstico, fundamentación, diseño y valoración de la propuesta.

Hipótesis general de trabajo

La implementación de una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial fortalece significativamente el razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica.

Hipótesis nula (H_0)

La implementación de una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial no fortalece significativamente el razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica.

Hipótesis alternativa (H₁)

La implementación de una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial fortalece significativamente el razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica, en mayor medida que las prácticas pedagógicas convencionales.

Variables implicadas en la hipótesis

Variable independiente: Estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial.

Variable dependiente: Razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de educación diversificada.

1.9. Alcance temático

La presente investigación se concibe con un alcance diagnóstico, propositivo y valorativo. Es diagnóstica, porque busca identificar el estado actual del razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica. Merece atención que es propositiva, porque a partir de ese diagnóstico y de la fundamentación teórica, didáctica y tecnológica correspondiente, se orienta al diseño de una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial. Como corolario, es valorativa, porque contempla la apreciación de la pertinencia, factibilidad y aplicabilidad de la estrategia propuesta en el contexto de estudio; Esta estructura resulta coherente con la lógica doctoral sugerida por la UIIX, donde la investigación no se limita a describir un problema, sino que debe aportar una propuesta de transformación sustentada.

En términos de profundidad, el estudio se ubica dentro de un enfoque que combina elementos descriptivos y explicativos. Es descriptivo porque caracteriza las manifestaciones del problema en el contexto institucional seleccionado, especialmente

en relación con las dificultades asociadas al razonamiento abstracto en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Conviene apuntar que, al mismo tiempo, adquiere un matiz explicativo al analizar la relación entre la modelación matemática, el uso pedagógico de herramientas de inteligencia artificial y el fortalecimiento del razonamiento abstracto, con el propósito de establecer fundamentos para una intervención didáctica contextualizada.

1.10. Delimitación espacial y temporal

Desde el punto de vista espacial, la investigación se delimita al Liceo Mauro Fernández Acuña, ubicado en San José, Costa Rica. En consecuencia, el estudio no pretende generalizar de manera automática sus resultados a todos los centros educativos del país, sino generar conocimiento situado y una propuesta pedagógica pertinente para el contexto institucional seleccionado. Merece atención que, no obstante, por su diseño y fundamentación, la estrategia propuesta podría servir como referente para instituciones con características semejantes. Esta delimitación espacial conserva la lógica contextual ya presente en el avance original, aunque con la actualización del nombre del centro educativo.

En cuanto a la delimitación temporal, la investigación se circunscribe al período académico en el que se desarrollen el diagnóstico, el diseño de la propuesta y su valoración, tomando como marco de referencia el curso lectivo 2026. Resulta pertinente destacar que esta delimitación temporal permite organizar de manera coherente las fases del estudio, así como precisar las condiciones institucionales, pedagógicas y tecnológicas que rodean la investigación. En caso de que el trabajo de campo se ejecute en un período distinto, esta delimitación deberá ajustarse en la versión final de la tesis para mantener consistencia metodológica.

Desde la perspectiva temática o sustantiva, el estudio se centra en la relación entre tres categorías principales: modelación matemática, herramientas de inteligencia artificial y razonamiento abstracto en el marco de la educación matemática de estudiantes de educación diversificada. En consecuencia, no aborda de forma amplia todas las dimensiones del aprendizaje matemático ni todas las aplicaciones posibles de la

inteligencia artificial en educación, sino únicamente aquellas vinculadas con la construcción de una estrategia didáctica orientada al fortalecimiento del razonamiento abstracto. Asimismo, la investigación no se enfoca en el desarrollo técnico de sistemas de inteligencia artificial, sino en su uso pedagógico como recurso de mediación didáctica.

En el plano metodológico, la investigación se delimita al uso de un enfoque mixto, con diseño secuencial explicativo y alcance propositivo, por lo que integra técnicas e instrumentos cuantitativos y cualitativos para el diagnóstico y la valoración de la estrategia. Esto implica que el estudio no busca realizar una experimentación a gran escala ni construir inferencias estadísticas de alcance nacional, sino comprender el problema en profundidad dentro de un contexto concreto y, a partir de ello, formular una propuesta viable, pertinente y evaluable.

Paralelamente, se reconocen algunas limitaciones previsibles. Entre ellas se encuentran la disponibilidad real de recursos tecnológicos en el contexto institucional, el acceso y uso pedagógico efectivo de herramientas de inteligencia artificial, la disposición de estudiantes y docentes para participar en el proceso investigativo y las restricciones propias del tiempo escolar para implementar actividades de modelación matemática con acompañamiento sistemático. Del mismo modo, puede existir variabilidad en los niveles previos de dominio matemático y de alfabetización digital del estudiantado, factores que podrían incidir en la aplicación y valoración de la propuesta. Estas limitaciones no invalidan la investigación, pero sí exigen que su diseño contemple criterios de flexibilidad, pertinencia contextual y factibilidad operativa.

En síntesis, la investigación se encuentra delimitada en un contexto institucional, temporal, temático y metodológico preciso, lo cual fortalece su viabilidad y coherencia interna. A la vez, sus alcances permiten no solo diagnosticar un problema relevante de la educación matemática, sino también ofrecer una propuesta de transformación pedagógica con potencial de aplicación en escenarios educativos semejantes.

Capítulo II. Fundamentos teóricos referenciales.

El presente capítulo desarrolla los fundamentos teóricos referenciales que sustentan la investigación, con el propósito de delimitar conceptualmente el problema, contextualizarlo en el campo de la educación matemática y establecer las bases científicas de la propuesta de transformación. Vale la pena observar que, para ello, se examinan los antecedentes investigativos más relevantes en torno a la modelación matemática, el razonamiento abstracto y el uso pedagógico de herramientas de inteligencia artificial, identificando avances; enfoques y vacíos existentes en la literatura especializada. Asimismo, se construye el marco teórico; conceptual, contextual y legal-normativo que permitirá comprender la relación entre estas categorías en el contexto de la educación diversificada. Resulta pertinente destacar que, en consecuencia, este capítulo no solo ofrece el sustento académico de la investigación, sino que también orienta la coherencia entre el problema planteado, los objetivos propuestos; la hipótesis de trabajo y la estrategia didáctica que se pretende diseñar.

2.1. Estado del arte.

El estado del arte de la presente investigación se organiza a partir de una revisión de estudios recientes sobre tres ejes articulados: modelación matemática, razonamiento abstracto e inteligencia artificial en educación matemática. El propósito no es solo describir antecedentes, sino identificar avances, tendencias, vacíos y tensiones que permitan delimitar la originalidad del estudio. En coherencia con los criterios metodológicos del trabajo doctoral, la revisión se presenta desde el ámbito nacional hacia el regional e internacional, con énfasis en publicaciones recientes y relevantes para el problema investigado.

En el contexto costarricense, la investigación reciente muestra un creciente interés por la modelación matemática y por las estrategias didácticas mediadas por tecnología, aunque todavía con desarrollos fragmentados. Chavarría-Vásquez y Gamboa-Araya (2024), al examinar la formación de docentes de matemática de secundaria, sostienen que la modelación matemática debe incorporarse con mayor fuerza

en los procesos formativos y reportan, a partir de una revisión de planes de estudio de universidades públicas costarricenses, que esta estrategia aún requiere mayor presencia curricular y acciones específicas de preparación docente. En un segundo estudio, Chavarría-Vásquez y Gamboa-Araya caracterizaron los significados y perspectivas sobre modelización matemática de un cuerpo docente formador en una universidad pública costarricense y concluyeron que las concepciones del profesorado inciden directamente en la modalidad en que este proceso se aborda en el aula y en las estrategias de enseñanza que se privilegian. Es de notar que estas evidencias son relevantes porque muestran que el país dispone de una base académica sobre modelación, pero todavía enfrenta desafíos para traducirla en mediaciones didácticas consistentes en la enseñanza secundaria.

También en Costa Rica, Barquero-Ocampo, Chaves-Montero, Chavarría-Vásquez y Gamboa-Araya (2025) analizaron las competencias de modelización matemática de docentes de secundaria en formación en la Universidad Nacional; Sus resultados indican que el profesorado en formación resuelve con mayor solvencia situaciones problema cuando los datos ya están disponibles y la solución exige un procedimiento relativamente definido; con todo, presenta dificultades cuando debe investigar información adicional, formular supuestos, vincular modelos y validar soluciones; Este hallazgo es profundamente primordial para la presente tesis porque sugiere que la modelación matemática, aunque reconocida como valiosa, todavía no se domina plenamente en tareas abiertas y contextualizadas, precisamente aquellas que pueden promover razonamiento abstracto más robusto.

En el ámbito de la innovación didáctica en secundaria costarricense, Díaz Porras (2025) estudió la implementación del aula invertida para el aprendizaje de ecuaciones de primer grado en undécimo año y reportó mejoras relevantes en comprensión conceptual, identificación de elementos y resolución de ecuaciones tras una intervención de cuatro semanas mediada por recursos digitales como Quizizz, Genially, GeoGebra y Liveworksheets. es eminentemente señalar que posteriormente, Díaz Porras (2026) comparó el desempeño de 186 estudiantes de undécimo año preparados para una prueba estandarizada simulada de Matemática con dos estrategias didácticas distintas y encontró

diferencias significativas a favor del grupo que trabajó con plataformas virtuales de aprendizaje frente al grupo preparado con material impreso tradicional ($MT = 23.9$; $MC = 26.1$; $p = .002$). A este propósito, estos estudios muestran que en Costa Rica la mediación tecnológica puede mejorar el aprendizaje matemático; sin embargo, todavía se concentran en rendimiento y logro académico, no en el fortalecimiento explícito del razonamiento abstracto ni en la integración de inteligencia artificial con modelación matemática.

En el plano regional latinoamericano, uno de los avances más relevantes es la revisión sistemática de Panqueban y Huincahue (2024) sobre inteligencia artificial en educación matemática. A este propósito, al analizar 29 artículos, los autores identificaron un aumento visible de investigaciones en el área, con predominio de estudios empíricos y cuantitativos, así como un foco especial en sistemas inteligentes de aprendizaje, apoyo a la enseñanza y evaluación en línea. Es relevante señalar que no obstante, los mismos autores advierten dos vacíos importantes: la escasa investigación vinculada con la formación docente y la limitada presencia de marcos teóricos provenientes de la didáctica de la matemática; Este hallazgo es especialmente significativo para la presente tesis, ya que confirma que el uso de inteligencia artificial en matemáticas está creciendo, pero todavía necesita mayor fundamentación pedagógica y contextualización didáctica en escenarios reales de aula.

A nivel internacional, la evidencia reciente converge en reconocer que la modelación matemática favorece procesos cognitivos complejos y que la inteligencia artificial puede aportar valor educativo cuando su integración es pedagógicamente intencional. Es de notar que Ulker y Ozaltun Celik (2025), en una metasíntesis de 12 estudios, concluyeron que existe una relación bidireccional entre modelación matemática y pensamiento de orden superior; asimismo, identificaron factores decisivos para potenciar esa relación, entre ellos la estructura de la tarea de modelación, las acciones del profesorado, la experiencia previa del estudiantado y las características de las etapas del proceso de modelación. En paralelo, Holman et al. (2025), en una revisión sistemática de 14 estudios empíricos sobre intervenciones de inteligencia artificial en educación matemática, reportaron que los sistemas tutoriales inteligentes, las

plataformas adaptativas y algunas aplicaciones educativas potenciaron resultados de aprendizaje de magnitud moderada a alta, pero también advirtieron que los efectos más consistentes se observan cuando las intervenciones son sostenidas, tienen objetivos instruccionales claros y cuentan con acompañamiento docente relevante. En suma, la literatura internacional ya no discute si la tecnología puede apoyar el aprendizaje matemático, sino bajo qué condiciones didácticas y temporales genera mejoras reales y sostenibles.

En relación específica con el razonamiento abstracto, Özdemir, Karaşan y Şahal (2021) encontraron, en una muestra de 198 estudiantes de octavo grado, relaciones significativas entre habilidades de pensamiento abstracto, actitudes hacia la matemática y logro matemático; igualmente, reportaron que esas variables explicaban el 37% de la varianza del rendimiento. A este propósito, la relevancia de este antecedente para la presente investigación radica en que ubica el pensamiento abstracto no como una categoría periférica, sino como un predictor importante del desempeño matemático. Sin embargo, aunque esta línea demuestra la importancia del razonamiento abstracto, no resuelve por sí misma cómo diseñar estrategias didácticas concretas para desarrollarlo en educación diversificada ni cómo articularlo con modelación matemática e inteligencia artificial.

A partir del conjunto de antecedentes revisados, se infiere que existe una brecha de investigación clara. Importa subrayar que en Costa Rica ya se dispone de estudios sobre modelación matemática en formación docente y sobre estrategias digitales para mejorar el aprendizaje de contenidos matemáticos; en América Latina e internacionalmente se acumula evidencia sobre el crecimiento de la inteligencia artificial en educación matemática y sobre la relación entre modelación y pensamiento de orden superior; del mismo modo, se reconoce que el razonamiento abstracto se asocia de manera significativa con el logro en matemáticas. Pese a ello, no se identifican estudios que integren de manera explícita y contextualizada estos tres componentes — modelación matemática, herramientas de inteligencia artificial y fortalecimiento del razonamiento abstracto— en estudiantes de educación diversificada de secundaria costarricense. Precisamente en esa intersección se sitúa la originalidad del presente

estudio, cuyo aporte consiste en diseñar y valorar una estrategia didáctica contextualizada para el Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica.

2.2. Marco teórico.

2.2.1. Fundamentos del aprendizaje en educación matemática

2.2.1.1. Perspectiva constructivista del aprendizaje matemático

En este sentido, uno de los fundamentos centrales de la presente investigación es la perspectiva constructivista del aprendizaje, en tanto concibe al estudiante como sujeto activo en la construcción del conocimiento matemático. En el campo de la educación matemática, Czarnocha (2020) explica que la idea central del constructivismo consiste en entender el aprendizaje como un procedimiento de creación de significado, no como simple recepción de contenidos; aunado a ello, distingue dos grandes vertientes que resultan especialmente pertinentes para este estudio: una de inspiración piagetiana, centrada en la reflexión y la abstracción del sujeto, y otra de raíz vygotskiana, que entiende la construcción de significado como un procedimiento sociocultural mediado por el lenguaje y la interacción. Desde esta perspectiva, aprender matemáticas implica producir sentido sobre relaciones, representaciones, procedimientos y estructuras, más que reproducir respuestas previamente fijadas.

Esta orientación encuentra una correspondencia directa con el currículo costarricense de Matemáticas, que sitúa la mediación pedagógica como elemento fundamental y plantea que el aprendizaje debe movilizar cinco procesos básicos: razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, conectar y establecer relaciones, representar de diversas formas y comunicar ideas matemáticas de modalidad formal y verbal. El mismo documento señala que la finalidad no es la ejecución mecánica de operaciones, sino el desarrollo de rigor, profundidad, resolución de problemas, matematización o modelización y mayores niveles analíticos de justificación y argumentación. En consecuencia, el aprendizaje matemático que sustenta esta tesis no se entiende como acumulación de contenidos, sino como construcción progresiva de

significados matemáticos cada vez más complejos, articulados con contextos y con formas diversas de representación.

2.2.1.2. Perspectiva sociocultural y mediación pedagógica

En este sentido, la segunda base del presente marco teórico es la perspectiva sociocultural del aprendizaje. Desde esta mirada, el desarrollo cognitivo no ocurre de modalidad aislada, sino mediante interacción, colaboración y mediación. Shabani, Khatib y Ebadi (2010), al recuperar la noción de zona de desarrollo próximo, recuerdan que en la tradición vygotskiana toda función del desarrollo cultural aparece primero en el plano social y luego en el plano psicológico. En términos pedagógicos, esto significa que la enseñanza debe crear condiciones de colaboración que permitan al estudiante avanzar desde su plano actual hacia formas superiores de comprensión y desempeño, mediante apoyos graduados, interacción orientadora y trabajo compartido.

En la misma línea, Valkenburg (2010) sostiene que las estrategias de andamiaje permiten involucrar al estudiante en el procedimiento de aprendizaje atendiendo su necesidad académica inmediata para luego extender esa comprensión a contextos más amplios. Esta idea es particularmente relevante en educación matemática, donde la comprensión de relaciones, símbolos, modelos y estructuras abstractas rara vez emerge de modalidad espontánea y suele requerir apoyos didácticos intencionales, preguntas orientadoras, retroalimentación y oportunidades de verbalización. Por ello, la mediación pedagógica no se reduce a “explicar” contenidos, sino a organizar experiencias de aprendizaje que ayuden al estudiante a interpretar, comparar, justificar, representar y generalizar.

Desde esta perspectiva sociocultural, la enseñanza de la matemática adquiere un sentido dialógico y progresivo. La comprensión se fortalece cuando el aula ofrece interacción significativa, cuando el error se convierte en oportunidad de análisis y cuando el docente no sustituye el pensamiento del estudiante, sino que lo impulsa. Esta base teórica es especialmente importante para la presente investigación, porque la estrategia didáctica propuesta no busca que la inteligencia artificial reemplace la

mediación docente, sino que funcione como un recurso adicional dentro de una relación pedagógica orientada, humana y contextualizada.

2.2.1.3. Aprendizaje significativo y comprensión matemática

En este sentido, un tercer fundamento del estudio es la noción de aprendizaje significativo en matemática. Koskinen y Pitkaniemi (2022), en una síntesis de 69 publicaciones sobre enseñanza y aprendizaje matemático escolar, concluyen que el aprendizaje significativo se favorece especialmente cuando la enseñanza utiliza enfoques contextuales, concretos y sociales, y cuando el trabajo estudiantil cuenta con guía docente, retroalimentación inmediata y una atmósfera afectiva favorable. Los autores asimismo destacan que el aprendizaje matemático de calidad exige seleccionar contextos pertinentes, centrar la comunicación en lo matemáticamente relevante y conectar los nuevos contenidos con marcos de referencia comprensibles para el estudiante.

Esta síntesis resulta especialmente valiosa para la presente tesis porque permite enlazar tres ideas clave. En primer lugar, que la comprensión matemática mejora cuando el contenido se vincula con situaciones significativas del mundo real. En segundo lugar, que el empleo de materiales, representaciones y contextos concretos favorece la transición hacia niveles más elaborados de comprensión. Y, en tercer lugar, que la interacción social y la guía del profesorado son componentes estructurales del aprendizaje con sentido. En otras palabras, el aprendizaje significativo en matemática no se produce únicamente por la exposición al contenido, sino por la calidad de la actividad matemática que realiza el estudiante y por la modalidad en que esa actividad es acompañada pedagógicamente.

La convergencia entre esta evidencia y el currículo costarricense es clara. El programa de Matemáticas del MEP propone la contextualización activa, la resolución de problemas como estrategia metodológica principal y el empleo inteligente de tecnologías digitales como ejes del aprendizaje. Este planteamiento curricular refuerza la idea de que la comprensión matemática escolar debe construirse articulando experiencia, lenguaje, interacción, múltiples representaciones y problematización de situaciones. Así, el

aprendizaje significativo se convierte en un criterio teórico que justifica la elección de tareas de modelación matemática como base de la futura propuesta didáctica.

2.2.1.4. Implicaciones para la educación matemática y para la presente investigación

En este sentido, a partir de los fundamentos expuestos, la presente tesis asume que aprender matemática en educación diversificada implica transitar de experiencias contextualizadas y mediadas hacia formas progresivamente más abstractas de representación, análisis y argumentación. Este supuesto no surge solo de una preferencia metodológica, sino de la articulación entre constructivismo, perspectiva sociocultural y aprendizaje significativo. El estudiante aprende mejor cuando construye significado, cuando dispone de mediación oportuna y cuando los contenidos se vinculan con contextos, problemas y representaciones que puede interpretar y transformar.

En este punto, el informe de evaluación curricular del MEP aporta un dato importante: aunque la resolución de problemas y el modelamiento ocupan un lugar central en el enfoque oficial, persisten dificultades de implementación asociadas con falta de tiempo para planificar, dificultad para diseñar estrategias y escasa participación docente en procesos de capacitación sobre el enfoque curricular. El informe asimismo señala que continúan siendo frecuentes prácticas dirigidas y de ejemplificación que limitan la autonomía del estudiantado para explorar y asimilar conocimientos matemáticos por sí mismo. Este diagnóstico refuerza la pertinencia de diseñar una estrategia didáctica estructurada, viable y acompañada, en lugar de asumir que el cambio metodológico ocurrirá espontáneamente.

Por ello, la postura teórica asumida en esta investigación sostiene que el fortalecimiento del razonamiento abstracto en matemática requiere, al menos, cuatro condiciones pedagógicas: contextualización de las tareas, mediación docente intencional, participación activa del estudiante en procesos de representación y argumentación, y empleo pertinente de recursos que amplíen la exploración y la retroalimentación. Sobre esta base se justificará, en los subapartados siguientes, la incorporación de la modelación matemática y de herramientas de inteligencia artificial como medios para favorecer la

construcción de significado matemático, y no como recursos aislados o meramente instrumentales.

2.2.2. La modelación matemática como enfoque didáctico

2.2.2.1. Conceptualización de la modelación matemática en educación

Cabe destacar que la modelación matemática se entiende, en el ámbito educativo, como un procedimiento mediante el cual una situación de la realidad es analizada, simplificada, representada y transformada en términos matemáticos para comprenderla, explicarla o resolverla. No se trata únicamente de “aplicar fórmulas” a un contexto, sino de construir una correlación entre realidad y matemática a través de decisiones, supuestos, representaciones y validaciones sucesivas. En la tradición de investigación sobre modelación, este campo ha cobrado especial fuerza desde finales del siglo XX, acompañado por el desarrollo de distintos ciclos de modelación que buscan describir los procesos, metas y argumentos que justifican su presencia en la enseñanza de la matemática.

En el caso costarricense, esta concepción resulta plenamente coherente con el currículo oficial. El Programa de Estudio de Matemáticas del Ministerio de Educación Pública plantea que la contextualización activa y la resolución de problemas en contextos reales constituyen ejes metodológicos centrales, y señala expresamente que el planteamiento y resolución de problemas en esos contextos conduce a la identificación, empleo y construcción de modelos matemáticos. Asimismo, la evaluación curricular más reciente del MEP reafirma que la resolución de problemas complejos y el modelamiento matemático forman componente de la tipología de habilidades que el sistema busca desarrollar, junto con el tránsito pedagógico desde lo concreto hacia lo abstracto.

2.2.2.2. El ciclo de modelación como estructura didáctica

En este sentido, una de las razones por las que la modelación matemática posee tanto valor didáctico es que ofrece una estructura de aprendizaje organizada en fases. La literatura especializada ha mostrado que los ciclos de modelación distinguen, al menos, la comprensión de la situación real, la construcción de un modelo de la realidad, la

matematización, el trabajo dentro del modelo matemático, la interpretación de resultados y su validación frente al contexto inicial. Greefrath y Vorhölter explican que el ciclo más conocido en la tradición alemana, desarrollado a partir de Blum, incorporó como paso específico la simplificación de la realidad o construcción de un “modelo real”, y que desarrollos posteriores añadieron con mayor claridad la interpretación y validación de la solución como procesos diferenciados. Asimismo, señalan que el modelo cognitivo de Blum y Leiß, luego adaptado por Borromeo Ferri, introdujo la idea de “modelo de situación”, es decir, la representación mental que construye el estudiante antes de producir un modelo matemático formal.

Desde el punto de vista didáctico, este ciclo resulta especialmente valioso porque permite observar que aprender matemática no es solo operar con símbolos, sino pasar por traducciones sucesivas entre contexto, lenguaje cotidiano, representaciones intermedias y estructuras matemáticas. En otras palabras, la modelación convierte la matemática escolar en una actividad de interpretación, decisión, construcción y contraste, lo que la vuelve especialmente pertinente para investigaciones que, como la presente, buscan fortalecer el razonamiento abstracto a partir de contextos significativos. Aunado a ello, la propia literatura sobre modelación ha insistido en que este ciclo no siempre se desarrolla de modalidad lineal; puede repetirse, reformularse y enriquecerse a medida que el estudiante gana experiencia, lo cual refuerza su valor como enfoque didáctico progresivo y no como una secuencia rígida.

2.2.2.3. Finalidades didácticas de la modelación matemática

En este sentido, la modelación matemática se justifica en educación por varias razones complementarias. Greefrath y Vorhölter distinguen metas de contenido, metas orientadas al procedimiento y metas generales, y recuerdan que, en la tradición de Blum, una de sus justificaciones centrales es de carácter pragmático: ayudar a comprender y afrontar mejores situaciones extra-matemáticas relevantes. Pero junto a esa finalidad aplicada, la modelación asimismo contribuye al desarrollo de competencias matemáticas amplias, pues exige comprender relaciones, elegir estrategias, interpretar resultados, validar supuestos y comunicar decisiones. En este sentido, su valor no reside solo en

“acercar la matemática a la realidad”, sino en convertir esa correlación con la realidad en un medio para desarrollar pensamiento matemático más profundo.

La evidencia empírica disponible refuerza esta valoración. Una síntesis ampliamente citada sobre el tema reportó que la modelación matemática favorece la comprensión y aplicación de conceptos y encontró, en 13 estudios, un tamaño del efecto de 0.69 sobre el rendimiento estudiantil, lo que apoya una implementación más amplia de este enfoque en la enseñanza escolar. En consecuencia, la modelación matemática puede considerarse no solo una estrategia innovadora, sino una práctica con respaldo investigativo para mejorar el aprendizaje matemático cuando se implementa con consistencia didáctica.

2.2.2.4. Exigencias didácticas y papel del docente

La modelación matemática, no obstante, no produce por sí sola mejores aprendizajes. Su potencial depende de la calidad del diseño de tareas, de la mediación pedagógica y de las oportunidades reales de exploración que se ofrecen al estudiantado. La evaluación reciente del currículo costarricense evidencia que, aunque el enfoque oficial otorga un lugar central a la resolución de problemas, la contextualización activa y el empleo estratégico de tecnologías, en la práctica siguen siendo frecuentes metodologías dirigidas y lineales, como la explicación frontal de procedimientos y la ejemplificación de métodos de solución. El mismo informe advierte que esa continuidad de prácticas tradicionales puede limitar la autonomía del estudiante para explorar y asimilar conocimientos matemáticos por sí mismo.

El informe asimismo documenta obstáculos concretos para la implementación de métodos didácticos más activos: falta de tiempo para planificar, dificultad para diseñar estrategias, carencia o insuficiencia de capacitación, apropiación digital limitada y escaso conocimiento práctico de la propuesta curricular. Incluso reporta que una amplia mayoría del profesorado consultado señaló dificultades para desarrollar completamente el programa de estudio en el aula. Estos hallazgos son especialmente importantes para la presente investigación, porque muestran que no basta con defender teóricamente la modelación matemática; asimismo deviene imprescindible diseñar una estrategia viable,

estructurada y contextualizada que ayude al profesorado a convertir ese enfoque en práctica concreta.

2.2.2.5. Aporte de la modelación matemática a la presente investigación

En este sentido, desde la perspectiva asumida en esta tesis, la modelación matemática constituye el eje didáctico más adecuado para articular contexto, razonamiento y abstracción. Su valor radica en que permite partir de situaciones cercanas o plausibles para el estudiante, promover la construcción de representaciones, exigir decisiones argumentadas y conducir progresivamente hacia estructuras matemáticas más formales. De este modo, se convierte en un puente entre lo concreto y lo abstracto, justo en la dirección que el currículo costarricense propone para la enseñanza de la matemática.

Por ello, en la presente investigación la modelación matemática no será tratada como actividad complementaria ni como simple “aplicación” final de contenidos ya aprendidos. Se asumirá como enfoque didáctico organizador de la estrategia propuesta, en tanto permite estructurar tareas, orientar la mediación docente y abrir espacios para que las herramientas de inteligencia artificial funcionen como apoyo a la exploración, representación, contraste y validación de soluciones. En otras palabras, la modelación matemática ofrece la arquitectura pedagógica desde la cual será posible fortalecer el razonamiento abstracto de los estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña.

2.2.3. El razonamiento abstracto en el aprendizaje matemático

2.2.3.1. Aproximación conceptual al razonamiento abstracto

Cabe destacar que el razonamiento abstracto constituye una capacidad cognitiva central en el aprendizaje matemático, en la medida en que permite al estudiante identificar relaciones, reconocer patrones, establecer generalizaciones, operar con símbolos y formular inferencias más allá de la experiencia inmediata. En el campo de la educación matemática, esta noción se vincula estrechamente con el razonamiento y el sense making, entendidos como procesos mediante los cuales el estudiantado no solo

ejecuta procedimientos, sino que comprende por qué una idea matemática funciona, bajo qué condiciones es válida y cómo puede justificarse. En esta línea, el National Council of Teachers of Mathematics ha señalado que razonar implica extraer conclusiones lógicas a partir de supuestos y definiciones, y comprender no solo el “cómo”, sino asimismo el “por qué” de los procesos matemáticos; aunado a ello, sostiene que el razonamiento y la construcción de sentido deberían estar presentes en todas las aulas de matemáticas y de modalidad cotidiana.

Desde esta perspectiva, el razonamiento abstracto no debe entenderse como una habilidad aislada ni exclusivamente ligada a tareas formales de alto plano, sino como un procedimiento gradual de construcción intelectual que se nutre de experiencias de representación, comparación, argumentación, interpretación y validación. En consecuencia, el aprendizaje matemático escolar exige que el estudiantado transite desde contextos concretos y comprensibles hacia formulaciones cada vez más generales y simbólicas. Esta idea coincide con el enfoque curricular costarricense, que concibe la enseñanza de la matemática como un procedimiento orientado al desarrollo de razonamiento, representación, comunicación y resolución de problemas, y que explícitamente propone avanzar desde lo concreto hacia lo abstracto mediante mediación pedagógica intencional.

2.2.3.2. Componentes del razonamiento abstracto en matemática

En este sentido, en términos educativos, el razonamiento abstracto en matemática puede reconocerse en varias manifestaciones complementarias. Una de ellas es la capacidad para pasar de ejemplos particulares a estructuras generales; otra, la posibilidad de representar una situación mediante lenguaje simbólico, gráfico o algebraico; asimismo incluye la formulación de relaciones entre cantidades, la identificación de invariantes y la elaboración de argumentos que expliquen o justifiquen una conclusión. Por ello, el razonamiento abstracto no se reduce a la manipulación de símbolos, sino que integra comprensión conceptual, generalización, conexión entre representaciones y fundamentación lógica. Esta naturaleza multidimensional explica, en componente, por qué la evaluación del razonamiento matemático suele resultar compleja y por qué

diversos autores advierten que el profesorado requiere criterios más claros para identificarlo y promoverlo en el aula.

Investigaciones recientes asimismo muestran que el pensamiento abstracto adopta formas diversas cuando el estudiantado resuelve problemas matemáticos. Un estudio de 2025 identificó clasificaciones como pensamiento simbólico, lógico, conectivo y visual dentro del razonamiento abstracto, lo que sugiere que esta capacidad no opera de modalidad única, sino a través de heterogéneos modos de organizar y transformar la información matemática. Aunque dicha clasificación no agota el fenómeno, resulta útil para esta tesis porque permite comprender que fortalecer el razonamiento abstracto implica ampliar las formas en que el estudiante representa, relaciona e interpreta objetos matemáticos.

2.2.3.3. Correlación entre razonamiento abstracto y desempeño matemático

En este sentido, la literatura empírica reciente confirma que el razonamiento abstracto mantiene una correlación sustantiva con el rendimiento matemático. Özdemir, Karaşan y Şahal (2021), en un estudio con 198 estudiantes de secundaria, encontraron relaciones significativas entre habilidades de pensamiento abstracto, autoeficacia, actitud hacia la matemática y logro académico; aunado a ello, reportaron que estas variables explicaban el 37% de la varianza del rendimiento, y que el pensamiento abstracto se comportaba como un predictor relevante del desempeño en matemáticas. Estos hallazgos son especialmente importantes para la presente investigación, porque muestran que el razonamiento abstracto no constituye un rasgo marginal del aprendizaje matemático, sino una dimensión estrechamente vinculada con la posibilidad de comprender, resolver y transferir conocimiento matemático.

En la misma dirección, distintas investigaciones sobre razonamiento matemático destacan que este se fortalece cuando el estudiantado trabaja con tareas que exigen explicar, justificar, interpretar y revisar soluciones, y no solo reproducir algoritmos. Incluso en escenarios donde se emplean objetos reales, imágenes o entornos concretos, el razonamiento matemático puede emerger con fuerza si la tarea promueve comparación, interpretación y discusión de relaciones. Esto resulta especialmente

significativo para la presente tesis, ya que refuerza la idea de que el tránsito hacia la abstracción no exige abandonar lo concreto, sino aprovecharlo como punto de partida para construir estructuras más generales y comprensiones más profundas.

2.2.3.4. El razonamiento abstracto en el currículo y en la práctica educativa

El enfoque curricular costarricense concede al razonamiento un lugar explícito dentro de la enseñanza de la matemática. Los programas de estudio del MEP señalan que la formación matemática escolar debe promover habilidades de análisis, pensamiento lógico, resolución de problemas y matematización de situaciones, en un marco donde la representación y la comunicación matemática tengan un papel central. Asimismo, la evaluación reciente de esos programas indica que el currículo ha buscado transformar la enseñanza hacia un aprendizaje significativo y contextualizado; no obstante, reconoce tensiones en la implementación, derivadas de prácticas todavía centradas en procedimientos, dificultades de mediación y retos en la apropiación metodológica por parte del profesorado.

Estas tensiones son relevantes porque el razonamiento abstracto no suele desarrollarse en ambientes de enseñanza puramente transmisivos. Para que el estudiante aprenda a generalizar, argumentar, representar y validar, necesita enfrentarse a situaciones que le exijan pensar matemáticamente, formular hipótesis, ensayar relaciones y revisar sus propias construcciones. De ahí que el fortalecimiento del razonamiento abstracto dependa tanto de la naturaleza de las tareas como de la calidad de la mediación pedagógica. Esta idea enlaza con lo expuesto en el subapartado anterior: si la modelación matemática ofrece un camino desde contextos reales hacia estructuras matemáticas, entonces puede constituirse en un medio privilegiado para desarrollar razonamiento abstracto en escenarios escolares reales.

2.2.3.5. Implicaciones para la presente investigación

A la luz de los fundamentos revisados, esta tesis asume el razonamiento abstracto como una capacidad susceptible de ser fortalecida mediante experiencias didácticas intencionalmente diseñadas. No se les considera una disposición fija ni una habilidad

reservada a estudiantes con alto rendimiento previo, sino un procedimiento que puede desarrollarse cuando el aprendizaje matemático involucra problemas significativos, múltiples representaciones, argumentación, contraste de soluciones y mediación pedagógica oportuna. En esta lógica, el razonamiento abstracto se convierte en la variable dependiente central del estudio, porque expresa la tipología de desarrollo cognitivo que se espera potenciar a través de la estrategia didáctica propuesta.

En consecuencia, la presente investigación sostiene que el fortalecimiento del razonamiento abstracto en estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña requiere ambientes de aprendizaje que articulen contexto, representación, argumentación y validación. Esta necesidad justifica que la propuesta didáctica de la tesis se apoye en tareas de modelación matemática y en herramientas de inteligencia artificial entendidas como recursos de mediación, exploración y retroalimentación, y no como sustitutos del pensamiento del estudiante. Bajo esta postura, el razonamiento abstracto aparece no solo como un objetivo de aprendizaje, sino como el núcleo cognitivo que permite dar sentido al conocimiento matemático escolar y transferirlo a situaciones problemáticas relevantes.

2.2.4. Inteligencia artificial y mediación pedagógica en matemática

2.2.4.1. La inteligencia artificial en educación: de recurso tecnológico a mediación pedagógica

Cabe destacar que la inteligencia artificial ha pasado, en pocos años, de ser un tema emergente a constituirse en un componente visible de la discusión educativa contemporánea. No obstante, su incorporación al ámbito escolar no puede entenderse solo como adopción de una herramienta tecnológica. La UNESCO plantea que la IA en educación debe regirse por una visión humanocéntrica, orientada al fortalecimiento del aprendizaje, la enseñanza y la investigación, y no a la sustitución de la función pedagógica del docente. En esa misma línea, la guía sobre IA generativa subraya que estas tecnologías exigen desarrollar capacidades críticas en estudiantes y profesorado, así como marcos de empleo ético, pedagógico e institucionalmente regulado.

Desde esta perspectiva, la presente investigación asume que la inteligencia artificial adquiere valor educativo cuando opera como mediación pedagógica. Esto significa que su función no radica en producir respuestas automáticas por el estudiante, sino en ampliar las oportunidades de exploración, ofrecer retroalimentación, favorecer la representación de relaciones matemáticas, apoyar la simulación de situaciones y promover la revisión de procedimientos y resultados. En consecuencia, la IA no se integra aquí como fin en sí mismo, sino como un medio subordinado a decisiones didácticas, a objetivos de aprendizaje y a la intervención profesional del docente.

2.2.4.2. Aplicaciones de la inteligencia artificial en educación matemática

En este sentido, la literatura reciente evidencia que la IA ya está presente en diversos tipos de intervención en educación matemática. La revisión sistemática de Holman et al. Identificó, en estudios publicados después de 2020, tres grupos dominantes de aplicaciones: sistemas tutoriales inteligentes, plataformas adaptativas de aprendizaje y aplicaciones educativas impulsadas por IA. Esa revisión concluye que dichas intervenciones pueden mejorar resultados de aprendizaje, compromiso estudiantil y algunas prácticas de enseñanza, aunque los efectos varían según el diseño pedagógico, la duración de la intervención y el contexto en que se implementan.

De modalidad convergente, Panqueban y Huincahue (2024) encontraron que la investigación sobre IA en educación matemática se concentra en apoyo al aprendizaje, enseñanza asistida, evaluación y personalización. Al mismo tiempo, advirtieron que la mayoría de los estudios son empíricos y cuantitativos, y que persiste una limitada presencia de marcos teóricos provenientes de la didáctica de la matemática. Este hallazgo resulta especialmente importante para la presente tesis, porque confirma que el campo avanza con rapidez, pero todavía necesita mayor articulación entre innovación tecnológica y fundamentación pedagógica.

2.2.4.3. Inteligencia artificial, personalización y retroalimentación en matemática

Uno de los aportes más citados de la IA en educación consiste en su capacidad para ofrecer personalización y retroalimentación adaptativa. En educación matemática,

esta posibilidad resulta especialmente relevante porque el aprendizaje suele requerir seguimiento de errores, ajuste del plano de dificultad, presentación de múltiples representaciones y andamiaje gradual. La revisión de Holman et al. Reporta que varias intervenciones exitosas utilizaron sistemas capaces de adaptar ejercicios, secuencias o ayudas según el desempeño del estudiante, lo cual se asocia con mejoras en comprensión y participación. No obstante, los autores asimismo aclaran que los mejores resultados no provienen de la automatización por sí sola, sino de la combinación entre tecnología, objetivos de instrucción bien definidos y mediación docente sostenida.

Esta observación es coherente con el enfoque curricular costarricense de Matemáticas, que valora la utilización inteligente de tecnologías digitales, pero lo vincula a procesos de razonamiento, resolución de problemas, representación y comunicación, no a una lógica meramente instrumental. Por tanto, la personalización que puede aportar la IA solo resulta pedagógicamente valiosa cuando fortalece estos procesos y no cuando promueve dependencia, respuestas descontextualizadas o pérdida de autonomía intelectual del estudiante.

2.2.4.4. Riesgos, límites y criterios de utilización pedagógico

En este sentido, la integración de la IA en matemática asimismo exige reconocer sus límites. La UNESCO advierte que estas tecnologías pueden reproducir sesgos, errores, respuestas plausibles pero incorrectas, y nuevas brechas de acceso o utilización, por lo que insiste en que su incorporación educativa debe ir acompañada de alfabetización crítica, regulación ética, protección de datos y fortalecimiento de la autonomía humana. En otras palabras, la IA no garantiza por sí solo aprendizaje de calidad; más bien, puede amplificar tanto buenas como malas prácticas pedagógicas.

En educación matemática, este punto es crucial. Una respuesta generada por IA puede resolver un ejercicio sin que el estudiante comprenda el razonamiento subyacente, o puede presentar una solución formalmente convincente pero conceptualmente frágil. De ahí que la presente investigación no adopte una visión tecnocéntrica. La IA será entendida como apoyo para formular preguntas, explorar alternativas, visualizar relaciones, contrastar resultados y enriquecer la reflexión, pero siempre dentro de tareas

donde el estudiante deba interpretar, justificar, modelar y validar. Esta postura coincide con la conclusión de Holman et al., quienes subrayan que el papel del docente sigue siendo decisivo para orientar la utilización de la IA hacia metas de aprendizaje significativas.

2.2.4.5. La inteligencia artificial como mediación para el razonamiento matemático

En este sentido, desde la perspectiva teórica asumida en esta tesis, la principal contribución de la IA a la educación matemática no está en “llevar a cabo más rápido” el trabajo matemático, sino en enriquecer la mediación del aprendizaje. Cuando se usa con intención didáctica, puede favorecer procesos que son centrales para el razonamiento matemático: comparar representaciones, ensayar modelos, recibir retroalimentación inmediata, analizar errores, revisar pasos intermedios y contrastar hipótesis. Estas posibilidades la vuelven particularmente pertinente para una propuesta orientada al fortalecimiento del razonamiento abstracto, siempre que su utilización no sustituya la actividad cognitiva del estudiante, sino que la expanda.

2.2.5. Relación teórica entre modelación matemática, IA y razonamiento abstracto

2.2.5.1. La modelación matemática como puente entre contexto y abstracción

En este sentido, desde la perspectiva asumida en esta tesis, la correlación entre modelación matemática y razonamiento abstracto se explica porque la modelación obliga al estudiante a transitar entre una situación del mundo real, sus representaciones intermedias y su formulación matemática. Ese tránsito no es meramente operativo: exige simplificar información, establecer relaciones, formular supuestos, simbolizar, interpretar resultados y validar conclusiones. Por ello, la modelación matemática funciona como un puente entre lo concreto y lo abstracto. Esta interpretación es consistente tanto con el currículo costarricense, que concibe la enseñanza de la matemática como un protocolo metodológico que debe avanzar desde lo concreto hacia lo abstracto mediante resolución de problemas, representación y modelización, como con la metasíntesis de Ulker y Ozaltun Celik, que concluye que existe una correlación bidireccional entre modelación matemática y pensamiento de orden superior.

2.2.5.2. El razonamiento abstracto como resultado y condición del protocolo metodológico de modelación

En este sentido, la modelación no solo favorece el razonamiento abstracto; asimismo requiere cierto nivel analítico de él para operar adecuadamente. Cuando el estudiante identifica patrones, establece equivalencias entre una situación y una estructura matemática, o generaliza a partir de casos particulares, ya está poniendo en juego capacidades de abstracción. A su vez, al recorrer el ciclo de modelación, esas capacidades se profundizan porque el estudiante debe justificar decisiones, comparar representaciones y revisar la validez de su solución frente al contexto original. De este modo, el razonamiento abstracto aparece al mismo tiempo como condición inicial y como resultado del trabajo de modelación. Esta lectura coincide con la evidencia de que el pensamiento abstracto se relaciona significativamente con el logro matemático y con la conclusión de que la modelación interactúa de formato recíproca con procesos metacognitivos, críticos y creativos.

2.2.5.3. La inteligencia artificial como mediación para ampliar los procesos de modelación

En este sentido, la incorporación de herramientas de inteligencia artificial modifica esta correlación al ofrecer apoyos que pueden ampliar la exploración, la representación y la retroalimentación durante la actividad matemática. La revisión sistemática de Holman et al. Identificó que las intervenciones con IA en educación matemática se concentran en sistemas tutoriales inteligentes, plataformas adaptativas y aplicaciones educativas, y que pueden mejorar resultados de aprendizaje y participación cuando se insertan en secuencias con objetivos instruccionales claros y acompañamiento docente. En términos teóricos, esto permite entender la IA no como sustituto del razonamiento del estudiante, sino como una mediación que puede enriquecer el protocolo metodológico de modelación: ayuda a generar ejemplos, contrastar caminos de solución, visualizar relaciones, revisar errores y retroalimentar decisiones. No obstante, su efectividad depende del diseño didáctico que la regule.

2.2.5.4. La articulación pedagógica entre modelación e IA

Desde este punto de vista, la correlación teórica entre modelación matemática e inteligencia artificial se vuelve pedagógicamente relevante cuando ambas se articulan alrededor de tareas significativas. La modelación aporta la estructura didáctica: sitúa al estudiante frente a una situación contextualizada, le exige matematizarla y le obliga a interpretar y validar resultados. La IA, por su constituyente, puede aportar andamiaje cognitivo: ofrecer retroalimentación inmediata, presentar representaciones alternativas, facilitar simulaciones o apoyar la revisión de supuestos. Pero esa articulación solo resulta formativa si el docente conserva la conducción pedagógica del protocolo metodológico. La UNESCO insiste en que la IA educativa debe integrarse desde una visión humanocéntrica y complementaria a la labor docente, mientras que la evidencia de Holman et al. corrobora que los mejores resultados aparecen justamente cuando la tecnología opera con mediación pedagógica sostenida.

2.2.5.5. Implicaciones teóricas para la presente investigación

A la luz de lo anteriormente descrito, la tesis sostiene que el razonamiento abstracto puede fortalecerse cuando el estudiante participa en procesos de modelación matemática contextualizada y, al mismo tiempo, dispone de apoyos de inteligencia artificial regulados pedagógicamente. La modelación ofrece el itinerario cognitivo que lleva de la situación real a la estructura matemática; la IA puede ampliar la exploración y la retroalimentación durante ese itinerario; y la mediación docente garantiza que el proceso no se reduzca a una respuesta automática, sino que conserve valor formativo. En consecuencia, la relación entre estas tres categorías no es aditiva, sino sistémica: la modelación organiza la actividad, la IA potencia ciertas mediaciones y el razonamiento abstracto constituye el núcleo cognitivo que se espera desarrollar. Esta articulación da sustento directo a la hipótesis de la investigación y justifica que la propuesta didáctica del estudio se construya precisamente en esa intersección.

2.2.6. Postura teórica asumida por la investigación

La presente investigación asume una postura teórica constructivista con énfasis sociocultural y orientación didáctica hacia la modelación matemática. Desde esta perspectiva, el aprendizaje matemático no se concibe como recepción pasiva de procedimientos, sino como construcción progresiva de significados mediante la resolución de problemas, la representación, la argumentación y la validación de relaciones matemáticas. Esta posición resulta consistente con el enfoque curricular costarricense, que ha situado la resolución de problemas, la modelización, la representación y el tránsito de lo concreto a lo abstracto como núcleos del aprendizaje matemático escolar, y asimismo con la literatura reciente que vincula la modelación con el desarrollo del pensamiento de orden superior.

En coherencia con ello, la tesis sostiene que el razonamiento abstracto no debe entenderse como una habilidad fija o exclusivamente formal, sino como una capacidad que puede fortalecerse mediante experiencias didácticas intencionalmente diseñadas. La abstracción se desarrolla cuando el estudiante interpreta situaciones, establece relaciones, construye representaciones, generaliza resultados y justifica sus decisiones. Esta lectura se apoya en la evidencia que muestra una correlación significativa entre pensamiento abstracto y rendimiento matemático, así como en la comprensión de la modelación matemática como un protocolo metodológico que exige y, al mismo tiempo, promueve formas complejas de pensamiento.

Dentro de esta postura, la modelación matemática ocupa el lugar de enfoque didáctico articulador. No se la considera una actividad complementaria ni una simple aplicación contextual al final de una unidad temática, sino una vía pedagógica capaz de organizar el aprendizaje desde situaciones significativas hasta estructuras matemáticas más generales. La razón es que la modelación obliga a transitar entre realidad, representación, simbolización, interpretación y validación; es decir, genera las condiciones cognitivas y didácticas para que el estudiantado avance desde el contexto hacia la abstracción. Por ello, la investigación asume que una propuesta de transformación pertinente para la educación matemática debe apoyarse en tareas de modelación cuidadosamente diseñadas y mediadas.

A su vez, la tesis adopta una visión humanocéntrica y pedagógicamente regulada de la inteligencia artificial. En este estudio, la IA no es concebida como sustituto del docente ni como mecanismo de automatización del pensamiento matemático, sino como una mediación complementaria que puede ampliar la exploración, la retroalimentación, la visualización de relaciones y el contraste de soluciones. Esta postura coincide con la orientación de la UNESCO, que insiste en que la IA educativa debe desarrollarse desde criterios de centralidad humana, ética, inclusión y fortalecimiento de la capacidad docente, así como con la revisión sistemática de Holman et al., que reporta mejores resultados cuando las intervenciones con IA se integran en secuencias con objetivos instruccionales claros y acompañamiento pedagógico sostenido.

En síntesis, la postura teórica asumida por la investigación puede formularse así: el razonamiento abstracto en matemática se fortalece cuando el estudiante participa activamente en procesos de modelación matemática contextualizada, guiados por mediación docente intencional y enriquecidos por herramientas de inteligencia artificial utilizadas con propósito pedagógico. Esta formulación constituye una síntesis interpretativa derivada del marco teórico revisado y funciona como sustento de la hipótesis, del diseño metodológico y de la futura propuesta de transformación. Desde esta posición, la tesis no busca solo describir una problemática educativa, sino aportar una respuesta didáctica coherente con una concepción del aprendizaje matemático centrada en la construcción de significado, la mediación pedagógica y el desarrollo del pensamiento abstracto.

2.3. Marco conceptual.

En este sentido, el marco conceptual de la presente investigación reúne y articula los conceptos fundamentales que orientan el estudio, con el propósito de delimitar con precisión el fenómeno investigado y establecer relaciones claras entre las categorías que intervienen en la propuesta. En este sentido, no se limita a presentar definiciones aisladas, sino que organiza un sistema conceptual coherente alrededor de la educación matemática, la modelación matemática, el razonamiento abstracto, la mediación pedagógica y el uso de herramientas de inteligencia artificial. Esta articulación resulta necesaria porque la investigación no solo pretende describir una situación educativa,

sino comprenderla y transformarla mediante una estrategia didáctica contextualizada. El currículo costarricense refuerza esta lógica al situar la resolución de problemas, la contextualización activa y la utilización inteligente de tecnologías digitales como ejes del aprendizaje matemático, mientras que la literatura reciente vincula la modelación con el pensamiento de orden superior y corrobora que las intervenciones con inteligencia artificial pueden apoyar el aprendizaje cuando se integran con una mediación pedagógica clara.

En primer término, la educación matemática se entiende en esta tesis como el protocolo metodológico formativo orientado al desarrollo de conocimientos, habilidades, actitudes y formas de razonamiento que permiten al estudiante comprender, representar, comunicar y aplicar ideas matemáticas en distintos contextos. Desde esta perspectiva, la educación matemática no se reduce al dominio de algoritmos o procedimientos, sino que implica construcción de significado, argumentación, resolución de problemas y tránsito progresivo hacia formas más abstractas de pensamiento. Tal comprensión es consistente con el enfoque curricular costarricense, que concibe la matemática escolar como una experiencia de razonamiento, representación, comunicación y modelización.

Dentro de ese campo, la modelación matemática se asume como el protocolo metodológico mediante el cual una situación del entorno es interpretada, simplificada y representada matemáticamente para analizarla, explicarla o resolverla. En el marco de esta investigación, la modelación no se considera una actividad accesorio, sino un enfoque didáctico que permite vincular la realidad con el pensamiento matemático formal. Su valor conceptual radica en que exige seleccionar información relevante, formular supuestos, establecer relaciones, construir representaciones y validar resultados, acciones que colocan al estudiante en una actividad cognitiva de mayor profundidad. La metasíntesis de Ulker y Ozaltun Celik (2025) resulta especialmente pertinente para esta definición, pues sostiene que la modelación matemática y el pensamiento de orden superior mantienen una correlación bidireccional.

El razonamiento abstracto, por su constituyente, se entiende como la capacidad de identificar patrones, establecer relaciones, generalizar, operar con símbolos y formular inferencias más allá de la experiencia inmediata. En el contexto del aprendizaje

matemático, esta categoría expresa la posibilidad de pasar de casos concretos a estructuras más generales, de interpretar representaciones y de justificar procedimientos o conclusiones. No se trata solo de manipulación formal, sino de una capacidad cognitiva compleja que integra comprensión conceptual, comparación, simbolización, argumentación y validación. La investigación de Özdemir, Karaşan y Şahal (2021) aporta sustento empírico a esta noción al mostrar relaciones significativas entre pensamiento abstracto y logro en matemáticas.

Otro concepto central es el de mediación pedagógica, entendido como el conjunto de acciones, orientaciones, recursos e interacciones que el docente organiza para favorecer la construcción del aprendizaje. En esta tesis, la mediación pedagógica tiene un papel estructurante porque define el formato en que las tareas de modelación, las interacciones en el aula y el uso de herramientas tecnológicas adquieren sentido formativo. La mediación no se limita a explicar contenidos, sino que incluye el diseño de experiencias, la formulación de preguntas, la retroalimentación, el acompañamiento de procesos y la regulación del tránsito desde lo concreto hacia lo abstracto. Desde esta perspectiva, el docente no desaparece ante la tecnología, sino que se convierte en el articulador principal del protocolo metodológico de aprendizaje.

En ese marco se incorpora el concepto de herramientas de inteligencia artificial, entendidas como aplicaciones, plataformas o sistemas capaces de generar respuestas, adaptarse al desempeño, ofrecer retroalimentación, simular situaciones o apoyar la exploración de relaciones matemáticas. En esta investigación, la inteligencia artificial no se define desde su esfera técnica, sino desde su valor educativo como recurso de mediación. Es decir, interesa en la medida en que puede ampliar la exploración, facilitar representaciones, contrastar procedimientos y apoyar la revisión de resultados. La revisión sistemática de Holman et al. (2025) y la revisión de Panqueban y Huincahue (2024) permiten sostener esta definición al mostrar que la IA en educación matemática se ha usado principalmente para apoyar aprendizaje, enseñanza y evaluación, aunque sus mejores resultados dependen de objetivos pedagógicos claros y de una integración didáctica bien regulada.

Asimismo, el concepto de estrategia didáctica se entiende como una planificación estructurada de acciones pedagógicas, recursos, secuencias y formas de interacción orientadas a alcanzar determinados objetivos de aprendizaje. En el caso de esta tesis, la estrategia didáctica se concibe como un diseño pedagógico intencional que articula tareas de modelación matemática con el uso de herramientas de inteligencia artificial para fortalecer el razonamiento abstracto. Por ello, no se reduce a una técnica puntual ni a una actividad aislada, sino que constituye el dispositivo de intervención que organizará la propuesta de transformación.

A partir de estas definiciones, la relación conceptual entre las categorías del estudio puede expresarse del siguiente modo: la educación matemática constituye el campo general; dentro de él, la modelación matemática funciona como enfoque didáctico; la mediación pedagógica organiza las condiciones de aprendizaje; las herramientas de inteligencia artificial operan como recursos de apoyo y ampliación cognitiva; y el razonamiento abstracto se define como la capacidad que se busca fortalecer mediante esa articulación. En consecuencia, la propuesta de investigación parte de la idea de que una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por inteligencia artificial puede contribuir al fortalecimiento del razonamiento abstracto cuando esa integración se encuentra orientada pedagógicamente, contextualizada y sostenida por la intervención docente. Esta red conceptual ofrece una visión metódica del fenómeno investigado y proporciona una base clara para la operacionalización posterior de variables y categorías de análisis.

2.4. Marco contextual (histórico y actual).

El marco histórico y actual de la presente investigación permite comprender cómo se ha configurado, evolucionado y agudizado la problemática del fortalecimiento del razonamiento abstracto en la educación matemática hasta llegar al contexto actual del estudio. En este caso, el objeto de análisis no surge de manera aislada, sino en la intersección de tres procesos históricos convergentes: la evolución de la enseñanza de la matemática en Costa Rica, la incorporación progresiva de la modelación matemática y la contextualización en el currículo, y la irrupción reciente de la inteligencia artificial como mediación posible para el aprendizaje. La comprensión de estas trayectorias resulta

indispensable para ubicar la investigación en su contexto real y justificar la pertinencia de una propuesta didáctica dirigida a estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica.

En el caso costarricense, un punto de inflexión histórico en la enseñanza de la matemática fue la aprobación de los Programas de Estudio de Matemáticas en 2012. Esta reforma curricular desplazó el énfasis tradicional centrado en contenidos y procedimientos hacia una visión en la que la resolución de problemas se definió como estrategia metodológica principal y se incorporaron, como ejes complementarios, la contextualización activa, la utilización sistemática inteligente de tecnologías digitales, la potenciación de actitudes positivas hacia la disciplina y la utilización sistemática de la historia de las matemáticas. Con ello, la enseñanza matemática escolar pasó a orientarse oficialmente hacia el desarrollo de capacidades superiores, entre ellas el razonamiento, la representación, la comunicación y la modelización de situaciones reales.

Desde esa reforma, la modelación matemática fue adquiriendo mayor visibilidad dentro del discurso pedagógico nacional. El currículo del MEP planteó que el trabajo con problemas en contextos reales conduce a la identificación, utilización sistemática y construcción de modelos matemáticos, lo que supone una comprensión más profunda de la matemática como herramienta para interpretar la realidad. Años después, la producción académica costarricense comenzó a mostrar con mayor claridad este desplazamiento: estudios recientes sobre formación docente en matemática sostienen que la modelación y la modelización deben incorporarse explícitamente a los procesos formativos, precisamente porque desarrollan habilidades necesarias para su posterior abordaje en la enseñanza y el aprendizaje escolar. Más recientemente, investigaciones con profesorado en formación han mostrado que, aunque existen avances, todavía persisten dificultades cuando las tareas exigen formular supuestos, buscar información adicional o validar soluciones en contextos abiertos, lo que indica que la modelación sigue siendo un campo en consolidación dentro de la práctica educativa costarricense.

Una década después de la reforma curricular, la evaluación oficial de los programas de Matemáticas evidenció una situación ambivalente. Por una componente, el enfoque de resolución de problemas y modelamiento matemático se mantiene como

referente normativo del currículo; por otra, la implementación real presenta tensiones importantes. El informe de evaluación curricular de 2024 reporta que continúan siendo frecuentes metodologías dirigidas y lineales, como la explicación frontal de procedimientos y la modelación de resolución de problemas por componente del docente, lo cual puede limitar la autonomía del estudiantado para explorar y asimilar conocimientos matemáticos por sí mismo. además, el mismo informe identifica obstáculos persistentes para la utilización sistemática frecuente de métodos didácticos más activos, entre ellos falta de tiempo para planificar, dificultad para diseñar estrategias, falta de capacitación, insuficiente apropiación digital y carencias en el conocimiento práctico de la propuesta curricular vigente. Históricamente, entonces, la problemática no ha sido solo la definición del enfoque, sino su traducción efectiva en la práctica de aula.

A esta trayectoria se añadió un factor de agravamiento: el impacto de la pandemia y la recuperación educativa posterior. En 2022, el Ministerio de Educación Pública presentó su primer diagnóstico de rendimiento académico post pandemia y reportó que, en décimo y undécimo año, aproximadamente 6 de cada 10 estudiantes aprobaron Matemáticas. Este dato resulta particularmente relevante para la presente investigación, porque sitúa la problemática justamente en el nivel educativo donde se ubica la población de estudio. La situación también se refleja en la evidencia internacional: según PISA 2022, Costa Rica obtuvo uno de sus desempeños más bajos en matemáticas, con 28% de estudiantes alcanzando al menos el nivel 2 de competencia, frente al 69% promedio de la OCDE; además, casi ningún estudiante costarricense se ubicó en los niveles más altos de desempeño matemático. Estas cifras indican que las dificultades asociadas a comprensión, representación, transferencia y resolución de problemas siguen siendo una realidad actual y no una problemática ya resuelta por la reforma curricular.

En paralelo a esta trayectoria de la educación matemática, se ha desarrollado un segundo proceso histórico que modifica el contexto del estudio: la expansión de la inteligencia artificial en educación. A escala internacional, la discusión sobre IA educativa cobró un impulso decisivo en los últimos años. La UNESCO señaló desde

2019 la importancia de integrar la planificación de la IA en las políticas educativas y, en 2023, publicó su primera guía global sobre IA generativa en educación e investigación, orientada a promover una visión humanocéntrica, ética y regulada de estas tecnologías. En la misma dirección, la revisión sistemática de Panqueban y Huincahue (2024) muestra un incremento notorio de estudios sobre IA en educación matemática, con énfasis en sistemas inteligentes de aprendizaje, apoyo a la enseñanza y evaluación en línea, aunque también advierte la escasez de marcos teóricos didácticos sólidos y la limitada investigación sobre formación docente. Históricamente, por tanto, la IA ha pasado de ser una promesa tecnológica general a convertirse en un campo concreto de experimentación educativa, aunque todavía con importantes desafíos pedagógicos.

En el momento actual, estos dos procesos —la búsqueda de una enseñanza matemática más contextualizada y orientada a capacidades superiores, y la irrupción de la inteligencia artificial como nueva mediación educativa— convergen en un punto crítico. La problemática ya no consiste únicamente en reconocer que la matemática debe enseñarse mediante resolución de problemas, modelación y razonamiento, ni tampoco en afirmar que la IA ofrece posibilidades de apoyo al aprendizaje. El desafío actual es articular pedagógicamente ambos procesos en una propuesta viable, contextualizada y evaluable que responda a las necesidades reales del aula. En este sentido, el contexto actual del estudio se caracteriza por una tensión entre el potencial transformador del currículo y de las tecnologías emergentes, y las limitaciones concretas de implementación, formación docente, apropiación digital y persistencia de dificultades de aprendizaje en matemática.

En consecuencia, el marco histórico y actual permite observar que el problema investigado ha transitado por varias fases: una etapa de reforma curricular que redefinió la enseñanza matemática en clave de resolución de problemas y contextualización; una etapa de consolidación parcial, en la que la modelación matemática ganó legitimidad teórica y presencia investigativa; una etapa de evidencias sobre brechas de implementación y de resultados, profundizadas por la pandemia; y una etapa actual marcada por la irrupción de la inteligencia artificial como oportunidad y desafío para la mediación pedagógica. Es precisamente en esta última fase donde se sitúa la presente

investigación, al proponer una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial para fortalecer el razonamiento abstracto en estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña.

2.5. Marco Legal y Normativo.

El marco legal y normativo de la presente investigación se construye a partir del conjunto de disposiciones internacionales, constitucionales, legales, reglamentarias y curriculares que reconocen el derecho a la educación, orientan la enseñanza en educación diversificada, exigen condiciones de inclusión y accesibilidad, regulan el tratamiento de datos personales y enmarcan la utilización sistemática ético de tecnologías emergentes, incluida la inteligencia artificial. En consecuencia, este apartado no solo identifica normas aplicables al contexto del estudio, sino que delimita las obligaciones y criterios que deben observarse al diseñar una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial para estudiantes del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica.

En el nivel internacional, uno de los referentes centrales es la Convención sobre los Derechos del Niño, cuyos artículos 28 y 29 reconocen el derecho de la niñez y la adolescencia a la educación en condiciones de igualdad de oportunidades, disponen la accesibilidad a la educación secundaria y establecen que la educación debe orientarse al desarrollo pleno de la personalidad, las aptitudes y las capacidades mentales y físicas de la persona menor de edad. Este marco resulta directamente pertinente para la presente tesis, porque la población de estudio pertenece al nivel de educación diversificada y, por tanto, cualquier propuesta pedagógica debe respetar el enfoque de derechos que protege tanto el acceso como la finalidad formativa integral del proceso educativo.

En materia de tecnologías emergentes, el referente normativo internacional más relevante es la Recomendación sobre la Ética de la Inteligencia Artificial de la UNESCO, adoptada en 2021 y presentada por la propia organización como el primer estándar global en ética de la IA. Ese instrumento sitúa la protección de los derechos humanos y la dignidad humana como piedra angular de la gobernanza de la inteligencia artificial, e insiste en principios como transparencia, equidad y supervisión humana. Para

esta investigación, ello implica que la utilización sistemática de herramientas de IA en educación matemática debe orientarse por criterios de responsabilidad pedagógica, control humano, protección de la persona estudiante y finalidad educativa legítima.

En el nivel constitucional costarricense, el principal sustento es el artículo 78 de la Constitución Política, que establece que la educación preescolar, general básica y diversificada son obligatorias y, en el sistema público, gratuitas y costeadas por la Nación. La misma disposición añade que el Estado facilitará el acceso tecnológico a todos los niveles de la educación y promoverá la prosecución de estudios superiores para quienes carezcan de recursos. Esta norma es especialmente importante para el estudio, porque vincula el derecho a la educación con la obligación estatal de favorecer el acceso tecnológico, dimensión directamente relacionada con la incorporación pedagógica de herramientas de inteligencia artificial en el contexto escolar.

Ese fundamento constitucional se desarrolla en la Ley de base de Educación, Ley N.º 2160, cuyo artículo 1 dispone que todo habitante de la República tiene derecho a la educación y que el Estado debe procurarla en el manera más amplia y adecuada. La misma norma agrega que la educación debe estimular en los educandos el aprecio por los derechos humanos y por la diversidad lingüística, multiétnica y pluricultural del país. Desde la perspectiva de esta tesis, esta disposición refuerza dos ideas: por un lado, que la innovación didáctica debe responder al derecho a una educación adecuada y de calidad; por otro, que toda propuesta pedagógica debe ser coherente con una educación inclusiva, respetuosa de la diversidad y centrada en la persona estudiante.

Consejo Superior de Educación y difundida oficialmente por el Ministerio de Educación Pública. Esa política constituye un referente general para comprender el sistema educativo costarricense desde una visión centrada en la persona, la transformación social, la inclusión y el desarrollo integral. En esa misma línea, los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP establecen como ejes de la enseñanza la resolución de problemas como estrategia metodológica principal, la contextualización activa y la utilización sistemática inteligente de tecnologías digitales; además, sitúan el modelamiento o modelización dentro del enfoque de resolución de problemas en contextos reales. Este conjunto normativo-curricular es directamente aplicable al estudio

porque define el marco institucional desde el cual se justifica una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por IA.

De igual manera resulta relevante el Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes del MEP, cuyo artículo 1 regula el proceso de evaluación de los aprendizajes en el sistema educativo costarricense y cuyo artículo 2 reafirma el derecho a la educación como elemento de base del Estado y del sistema educativo. A ello se suma que el artículo 3 define la evaluación como un proceso continuo de recopilación de información cualitativa y cuantitativa para la toma de decisiones, y el artículo 5 establece que su desarrollo en el aula es responsabilidad profesional y esencial de la persona docente. Para la presente investigación, este reglamento tiene implicaciones metodológicas claras: la estrategia propuesta deberá prever procedimientos de valoración coherentes con la normativa vigente, asegurar el papel central del docente y resguardar el debido proceso evaluativo del estudiantado.

En materia de inclusión y accesibilidad, la Ley N.º 7600, Igualdad de Oportunidades para las Personas con Discapacidad en Costa Rica, dispone entre sus objetivos servir de instrumento para que las personas con discapacidad alcancen su máximo desarrollo, garantizar la igualdad de oportunidades en ámbitos como la educación y eliminar toda manera de discriminación. Este marco se complementa con el Decreto Ejecutivo N.º 40955-MEP, Establecimiento de la inclusión y la accesibilidad en el sistema educativo costarricense, cuyo artículo 1 obliga al MEP a garantizar el ingreso equitativo y en igualdad de oportunidades al sistema educativo, y cuyo artículo 3 ordena incorporar el Diseño Universal para el Aprendizaje en los planes y programas de estudio para que sean accesibles, flexibles y contextualizados. además, el artículo 5 exige continuidad de apoyos curriculares, materiales, tecnológicos y personales durante el proceso educativo. Este conjunto normativo es particularmente importante para esta tesis, porque la estrategia didáctica propuesta debe ser compatible con principios de accesibilidad, apoyos educativos y educación inclusiva.

Un componente normativo adicional y decisivo para esta investigación es la protección de datos personales. La Ley N.º 8968, Ley de Protección de la Persona frente al Tratamiento de sus Datos Personales, establece que su objetivo es garantizar el

respeto a los derechos fundamentales de toda persona, particularmente su derecho a la autodeterminación informativa, así como la defensa de su libertad e igualdad respecto del tratamiento automatizado o manual de datos personales. Esta norma adquiere especial relevancia cuando se contempla la utilización sistemática de plataformas o herramientas de inteligencia artificial en entornos escolares, pues cualquier interacción que implique recolección, almacenamiento o procesamiento de información estudiantil debe someterse a criterios de licitud, protección de la privacidad y resguardo de datos.

En el nivel de política pública digital e inteligencia artificial, el MICITT difunde actualmente la Estrategia Nacional de Inteligencia Artificial Costa Rica 2024-2027 en su sitio oficial. La versión pública de consulta de esa estrategia indica que la ENIA-CR se apoya en principios rectores basados en ética, dignidad humana, igualdad, supervisión humana, transparencia, acceso a la información, confidencialidad y protección de la propiedad intelectual; además, identifica al MEP como actor relevante en la definición de planes de estudio y estrategias para la adopción de nuevos conocimientos y habilidades vinculadas con la IA. Aunque este instrumento no sustituye a la normativa educativa ni a la legislación de protección de datos, sí aporta un marco de política pública que orienta la utilización sistemática de la IA en Costa Rica hacia un desarrollo estratégico, ético y efectivo. Para esta tesis, ello significa que la utilización sistemática de IA en educación matemática debe inscribirse no solo en la innovación didáctica, sino también en criterios nacionales de gobernanza tecnológica responsable.

En síntesis, el marco legal y normativo aplicable a la investigación se sostiene en una arquitectura compuesta por: el derecho internacional a la educación y al desarrollo integral de la persona menor de edad; la garantía constitucional y legal del derecho a la educación y del acceso tecnológico; la política y normativa curricular que orientan la enseñanza de la matemática hacia resolución de problemas, contextualización y utilización sistemática inteligente de tecnologías; las normas de inclusión y accesibilidad que exigen equidad y Diseño Universal para el Aprendizaje; y la legislación de protección de datos junto con los lineamientos éticos y de política pública sobre inteligencia artificial. Desde esta convergencia normativa, la presente investigación encuentra sustento para proponer una estrategia didáctica innovadora, pero también

límites y responsabilidades claras: debe ser pedagógicamente pertinente, jurídicamente respetuosa, inclusiva, éticamente orientada y compatible con la protección de la persona estudiante.

Capítulo III. Fundamentos metodológicos y resultados de la investigación.

El presente capítulo expone los fundamentos metodológicos que orientan la investigación y la ruta seguida para comprender, analizar y atender el problema planteado en torno al fortalecimiento del razonamiento abstracto en la educación matemática de estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica. En este sentido, se describe el enfoque asumido, el diseño metodológico, los métodos, técnicas e instrumentos de obtención de datos, así como la población, muestra y criterios de selección que sustentan el trabajo empírico. De igual manera, se desarrolla la operacionalización de las variables y la matriz de consistencia científica-metodológica, con el propósito de asegurar coherencia entre la problemática de investigación, los objetivos, la hipótesis y la propuesta didáctica. Finalmente, el capítulo presenta el proceso seguido para el trabajo de campo, la aplicación de los instrumentos, el procesamiento de la información y el análisis de los resultados obtenidos, de modo que estos constituyan la base diagnóstica y argumentativa para la formulación de la propuesta de transformación.

3.1. Operacionalización de variables y elaboración de matriz de consistencia científica metodológica.

La operacionalización de variables constituye un proceso metodológico indispensable en la secuencia cuantitativa de la presente investigación de enfoque mixto, debido a que permite traducir las variables de estudio en dimensiones e indicadores susceptibles de observación, medición y valoración. A partir de la hipótesis de trabajo, este proceso orienta la identificación de los componentes concretos de la variable independiente y de la variable dependiente, así como los instrumentos y procedimientos que harán posible su análisis en el contexto educativo seleccionado.

En la presente tesis, la variable independiente corresponde a la estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial, mientras que la variable dependiente se refiere al razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández

Acuña, en San José, Costa Rica. Ambas variables son compuestas, por cuanto su comportamiento no puede explicarse mediante un único indicador, sino a partir de varias dimensiones interrelacionadas derivadas del marco de teórico, particularmente de los fundamentos del aprendizaje en educación matemática, la modelación matemática, la mediación pedagógica y el razonamiento abstracto.

En consecuencia, la matriz de operacionalización que se presenta a continuación precisa la definición conceptual y operacional de cada variable, así como sus dimensiones, indicadores, técnicas, instrumentos y procedimientos de medición. Este recurso metodológico permitirá valorar con mayor claridad el comportamiento de las variables y sustentar posteriormente el análisis de resultados más allá de una descripción general, favoreciendo la discusión por dimensión e indicador.

Asimismo, se incorpora la matriz de congruencia o consistencia científica-metodológica, entendida como un instrumento de articulación lógica entre el título, la pregunta de investigación, la hipótesis, el objetivo general, los objetivos específicos, las variables estudiadas, sus dimensiones e indicadores. Su función es verificar la correspondencia interna del diseño de teórico-metodológico y asegurar que cada componente del estudio responda coherentemente a la naturaleza de la problemática, al carácter propositivo de la tesis y a las exigencias de presentación establecidas por la UIIX.

Cuadro 1. Matriz de operacionalización de variables.

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Técnicas e instrumentos
Variable independiente: Estrategia	Conjunto estructurado de acciones pedagógicas	Se valorará mediante rúbrica de diseño y	1. Diseño didáctico de modelación	• Contextualización de problemas.	Técnicas: análisis documental, observación

didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial.	, tareas de modelación matemática, recursos y mediaciones tecnológicas orientadas a favorecer la comprensión, representación, exploración y validación de situaciones matemáticas mediante apoyo de herramientas de inteligencia artificial.	validación de la estrategia, guía de observación de aula y criterio de expertos, considerando su coherencia didáctica, pertinencia pedagógica, integración de IA, mediación docente y viabilidad de aplicación.	matemática . 2. Integración pedagógica de herramientas de IA. 3. Mediación docente. 4. Pertinencia, factibilidad y aplicabilidad de la estrategia.	• Secuencia del ciclo de modelación. • Uso de IA para exploración, retroalimentación y representación. • Orientaciones, andamiaje y retroalimentación docente. • Valoración de pertinencia, factibilidad y aplicabilidad.	y juicio de expertos. Instrumentos : rúbrica de evaluación de la estrategia, guía de observación y cuestionario/guía de validación.
Variable dependiente: Razonamiento abstracto en la	Capacidad del estudiante para identificar patrones, establecer	Se medirá mediante prueba diagnóstica y de salida, rúbrica de desempeño	1. Identificación de patrones y relaciones. 2. Representa	• Reconoce regularidades y relaciones funcionales. • Traduce entre lenguaje verbal,	Técnicas: prueba pedagógica, observación y análisis de desempeño. Instrumentos

educación matemática.	relaciones, representar simbólicamente, generalizar, argumentar y validar soluciones matemáticas más allá de la experiencia inmediata.	y guía de observación, valorando el nivel de logro del estudiante en tareas de identificación de relaciones, simbolización, generalización, argumentación y validación de resultados.	ción y simbolización matemática. 3. Generalización y argumentación. 4. Resolución y validación de resultados.	tabular, gráfico y algebraico. • Formula generalizaciones y justifica procedimientos. • Resuelve problemas y verifica la coherencia de los resultados.	: prueba diagnóstica/d e salida, rúbrica analítica y guía de observación.
-----------------------	--	---	---	--	---

Fuente: elaboración propia con base en el diseño metodológico de la investigación.

Cuadro 2. Matriz de congruencia.

MATRIZ DE CONGRUENCIA						
Título: Estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial para fortalecer el razonamiento abstracto en estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, San José, Costa Rica, durante el I período del curso lectivo 2026.						
Pregunt a de investig ación	Hipótesis	Objetiv o general	Objetivos específicos	Variable s estudiad as	Dimensio nes	Indicadore s
¿Cómo fortalecer el razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa	La implementación de una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial fortalece significativamente el	Proponer una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia	1. Diagnosticar el estado actual del razonamiento abstracto. 2. Fundamentar teórica, didáctica y tecnológica mente la relación entre modelación	Variable independiente: Estrategia didáctica de modelación matemática	Diseño didáctico de modelación matemática	Contextualización de problemas y secuencia del ciclo de modelación.
					Integración pedagógica de herramientas de IA	Uso de IA para exploración, representación y retroalimentación.

Rica, durante el período del curso lectivo 2026?	razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica.	artificial para fortalecer el razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica.	n matemática, IA y razonamiento abstracto. 3. Diseñar la estrategia didáctica contextualizada. 4. Valorar la pertinencia, factibilidad y aplicabilidad de la estrategia propuesta.	cia artificial.	Mediación docente	Orientaciones, andamiaje y retroalimentación durante la actividad matemática.
					Valoración de la estrategia	Pertinencia, factibilidad y aplicabilidad de la propuesta.
				Variable dependiente: Razonamiento abstracto en la educación matemática.	Identificación de patrones y relaciones	Reconoce regularidades, relaciones y comportamientos matemáticos.
					Representación y	Traduce situaciones

					simboliza ción matemáti ca	entre lenguaje verbal, gráfico, tabular y algebraico.
					Generaliz ación y argument ación	Formula generalizac iones y justifica procedimie ntos y resultados.
					Resolució n y validació n de resultado s	Resuelve problemas y verifica la coherencia matemática de las soluciones.

Fuente: elaboración propia a partir de la pregunta, los objetivos, la hipótesis y las variables del estudio.

3.2. Diseño metodológico.

El diseño metodológico de la presente investigación se estructuró como la ruta lógica y sistemática para abordar el problema científico relacionado con el fortalecimiento del razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica,

durante el I período del curso lectivo 2026. En coherencia con la naturaleza del problema, los objetivos, la hipótesis y el carácter propositivo de la tesis, el diseño integró decisiones teóricas, metodológicas y operativas orientadas a obtener evidencia diagnóstica, interpretarla y proyectarla hacia una propuesta didáctica contextualizada.

3.2.1. Definición del enfoque, diseño y tipo de investigación de la tesis.

La presente investigación se desarrolló desde un enfoque mixto, entendido como una vía metodológica que integra procedimientos cuantitativos y cualitativos en un mismo estudio para lograr una comprensión más amplia, profunda y contextualizada del fenómeno investigado. Esta decisión no respondió a una combinación arbitraria de técnicas, sino a la propia naturaleza del problema de investigación, el cual exigió, por una parte, observar y medir manifestaciones del razonamiento abstracto en una población estudiantil concreta y, por otra, interpretar las percepciones, valoraciones y experiencias pedagógicas del profesorado sobre dicho problema y sobre las posibilidades de transformación didáctica. En correspondencia con la orientación metodológica de la UIIX, la definición del enfoque fue asumida de manera integral, como una decisión vinculada al problema, a los objetivos, a la hipótesis y a la ruta general del estudio.

En su dimensión cuantitativa, la investigación permitió recoger información susceptible de observación, organización y análisis sobre el razonamiento abstracto en matemática en una población de 152 estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña. Esta fase hizo posible identificar tendencias, regularidades y comportamientos asociados a la variable dependiente, así como establecer una base diagnóstica sobre el estado del problema en el contexto estudiado. La dimensión cuantitativa resultó especialmente necesaria porque el estudio incluyó variables operacionalizadas mediante dimensiones e indicadores, lo cual exigió una fase de observación y medición coherente con la lógica de la investigación empírica.

En su dimensión cualitativa, el estudio incorporó la visión de 6 profesores del mismo centro educativo, mediante entrevistas orientadas a profundizar en la comprensión del fenómeno, interpretar los hallazgos cuantitativos y valorar el contexto

pedagógico real en que se desarrolla la enseñanza de la matemática. Esta fase cualitativa permitió acceder a información que no podía agotarse en registros numéricos, particularmente en lo relacionado con prácticas de aula, dificultades metodológicas, apreciaciones docentes sobre el razonamiento abstracto y opiniones sobre la integración de la modelación matemática y las herramientas de inteligencia artificial en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Desde esta lógica, el enfoque mixto permitió articular medición e interpretación dentro de una misma estructura de investigación.

En cuanto al diseño de investigación, se asumió un diseño secuencial explicativo, dado que el estudio se organizó en dos fases articuladas. En una primera etapa se desarrolló la fase cuantitativa con el grupo de 152 estudiantes, con el propósito de diagnosticar el comportamiento de la variable dependiente y obtener información empírica sobre el estado del razonamiento abstracto en la educación matemática. En una segunda etapa se desarrolló la fase cualitativa, mediante entrevistas a 6 profesores, orientada a profundizar en la interpretación de los resultados obtenidos, explicar sus posibles causas en el contexto escolar y valorar elementos relevantes para la formulación de la propuesta didáctica. Esta secuencia metodológica resulta consistente con el criterio de la UIIX, según el cual, en investigaciones mixtas, pueden adoptarse diseños exploratorios secuenciales, explicativos secuenciales o transformativos secuenciales, en función de la lógica interna del estudio. En este caso, el carácter explicativo del diseño se justifica porque la segunda fase no se limitó a complementar la primera, sino que permitió interpretar con mayor profundidad los datos diagnósticos y proyectar su traducción en términos de intervención pedagógica.

Asimismo, el diseño cuantitativo fue no experimental, porque las variables no se manipularon en condiciones controladas de laboratorio ni se trabajó con una lógica estricta de intervención experimental pura. Por el contrario, el fenómeno se estudió en su contexto natural, es decir, dentro de la realidad educativa del Liceo Mauro Fernández Acuña, reconociendo las condiciones concretas del aula, la dinámica institucional y la interacción entre estudiantes, docentes y procesos de enseñanza. Esta elección metodológica fue pertinente, dado que el objetivo central de la tesis no consistió en

probar un efecto aislado en condiciones artificiales, sino en comprender una problemática educativa real y diseñar una respuesta didáctica contextualizada.

Desde el punto de vista del tipo de investigación, la tesis se clasifica como descriptiva, explicativa y propositiva. Es descriptiva porque caracterizó el estado actual del razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, a partir de los datos obtenidos con la población estudiantil. Es explicativa porque buscó comprender la correlación entre las dificultades observadas, las prácticas pedagógicas identificadas por el profesorado y la necesidad de integrar estrategias de modelación matemática apoyadas por herramientas de inteligencia artificial. Finalmente, es propositiva porque, en coherencia con la lógica doctoral de la UIIX, no se limitó al diagnóstico ni a la explicación del problema, sino que se orientó al diseño de una estrategia didáctica de transformación sustentada teórica y metodológicamente. La propia plantilla institucional señala que, en el nivel doctoral, el tipo de investigación puede ser exploratorio, descriptivo o explicativo, pero con carácter propositivo, especialmente cuando el propósito del estudio es ofrecer una solución o alternativa viable frente al problema científico abordado.

Desde una perspectiva epistemológica, el estudio también puede entenderse como una investigación aplicada, porque utiliza conocimientos teóricos y evidencia empírica para atender una necesidad concreta del contexto educativo. En efecto, la problemática abordada no es abstracto ni meramente especulativo, sino situado en una institución específica, con una población delimitada y con una necesidad pedagógica identificable. La investigación, por tanto, no persigue únicamente ampliar el conocimiento sobre la correlación entre modelación matemática, inteligencia artificial y razonamiento abstracto, sino utilizar dicho conocimiento para formular una propuesta didáctica pertinente y factible en el contexto real del centro educativo.

En síntesis, la presente tesis se definió como una investigación de enfoque mixto, con diseño secuencial explicativo, con componente cuantitativo de diseño no experimental, y de tipo descriptivo, explicativo y propositivo. Esta definición metodológica permitió establecer una ruta coherente entre el diagnóstico cuantitativo realizado con 152 estudiantes de décimo año, la profundización cualitativa desarrollada

mediante entrevistas a 6 profesores y la posterior formulación de una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial. De este modo, el enfoque, el diseño y el tipo de investigación quedaron articulados con la lógica interna del estudio, con los requerimientos metodológicos institucionales y con la finalidad transformadora propia de una tesis doctoral.

3.2.2. Definición de métodos, técnicas e instrumentos de obtención de datos

La presente investigación definió sus métodos, técnicas e instrumentos de obtención de datos en correspondencia con el enfoque mixto, el diseño secuencial explicativo y el carácter descriptivo, explicativo y propositivo del estudio. En términos metodológicos, se asumió que los métodos constituyen las vías generales para abordar científicamente la realidad; las técnicas representan los procedimientos específicos para obtener, organizar y analizar la información; y los instrumentos son los medios concretos mediante los cuales se registra y recopila dicha información. Esta concepción resulta coherente con la orientación metodológica de la UIIX, que distingue entre métodos teóricos y empíricos y ubica a los instrumentos como concreciones operativas de las técnicas seleccionadas.

En el nivel de los métodos teóricos, se empleó en primer término el método analítico-sintético, el cual permitió descomponer la problemática de investigación en sus componentes esenciales —modelación matemática, razonamiento abstracto e inteligencia artificial— y, posteriormente, integrarlos en una visión articulada del fenómeno estudiado. Este método fue necesario tanto para la construcción del marco de teórico como para la interpretación de los resultados obtenidos, al facilitar el examen de cada categoría por separado y su posterior síntesis en una propuesta didáctica coherente. Asimismo, se utilizó el método hipotético-deductivo, a partir del cual se derivó la hipótesis de trabajo desde el marco conceptual y de teórico, para luego contrastarla con la evidencia empírica recogida en el contexto escolar. De manera complementaria, se empleó el análisis documental como método de apoyo para examinar referentes curriculares, normativos y bibliográficos vinculados con la enseñanza de la matemática, la modelación y el uso pedagógico de tecnologías emergentes. Esta combinación resulta congruente con la comprensión de la investigación como una ruta que articula

fundamentación teórica, problema, hipótesis y contrastación empírica, tal como lo exponen Hernández Sampieri (2018) y Creswell y Creswell (2017).

En el nivel de los métodos empíricos, la investigación recurrió a procedimientos orientados a obtener información directa del contexto educativo en el que se desarrolló el estudio. El primero de ellos fue la medición educativa, aplicada mediante una prueba diagnóstica al estudiantado, con el fin de identificar el comportamiento de indicadores asociados al razonamiento abstracto en matemática. El segundo fue la entrevista, utilizada para acceder a la experiencia profesional y a la valoración pedagógica del profesorado respecto al problema estudiado. El tercero fue el análisis documental empírico, dirigido a revisar evidencias institucionales y pedagógicas vinculadas con la enseñanza de la matemática, con el propósito de contrastar la información cuantitativa y cualitativa obtenida. Esta articulación entre métodos empíricos permitió disponer de información observable, medible e interpretable, fortaleciendo la comprensión del fenómeno en su escenario real.

A partir de esos métodos, se definieron tres técnicas de obtención de datos. La primera fue la prueba diagnóstica, aplicada a 152 estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, como técnica cuantitativa para valorar el nivel de desempeño del estudiantado en tareas asociadas al razonamiento abstracto, tales como identificación de patrones, establecimiento de relaciones, generalización, interpretación de representaciones y resolución de situaciones matemáticas. La segunda técnica fue la entrevista semiestructurada individual, aplicada a 6 profesores, con el propósito de profundizar en sus percepciones sobre el desarrollo del pensamiento matemático del alumnado, las dificultades presentes en la práctica educativa y la viabilidad de estrategias didácticas de modelación matemática apoyadas por herramientas de inteligencia artificial. La tercera técnica fue el análisis documental, orientado a examinar planeamientos didácticos, instrumentos de evaluación y otros documentos institucionales relacionados con la enseñanza de la matemática. Esta selección de técnicas fue consistente con la lógica del diseño secuencial explicativo, en el que una fase cuantitativa inicial es complementada por una fase cualitativa de profundización e interpretación, tal como lo describen Creswell y nivel Clark (2017).

En correspondencia con dichas técnicas, se definieron tres instrumentos de recolección de información. El primero fue la Prueba Diagnóstica de Razonamiento Abstracto en Matemática, elaborada en formato estructurado con ítems de selección única y ejercicios de respuesta breve. Este instrumento permitió operacionalizar la variable dependiente mediante indicadores observables y cuantificables, en coherencia con la secuencia cuantitativa del enfoque mixto. El segundo instrumento fue una Guía de Entrevista Semiestructurada para Docentes, organizada en ejes temáticos relacionados con prácticas de enseñanza, dificultades en el aprendizaje matemático, modelación matemática, uso pedagógico de tecnologías y valoración de la propuesta didáctica. El tercer instrumento fue una Ficha de Análisis Documental, diseñada para registrar de manera sistemática la información contenida en documentos pedagógicos e institucionales pertinentes para el estudio. En conjunto, estos instrumentos permitieron recoger información de distinta naturaleza, pero articulada alrededor de un mismo problema de investigación.

Con el fin de asegurar la calidad técnica de los instrumentos, se estableció un proceso de validación por juicio de expertos, orientado a revisar la pertinencia, claridad, coherencia y relevancia de los ítems, preguntas y categorías de registro. además, la prueba diagnóstica fue sometida a una prueba piloto con estudiantes de características semejantes a la población de estudio, pero no incluidos en la muestra definitiva, con el propósito de identificar dificultades de comprensión, tiempos de respuesta y consistencia interna. Para estimar la confiabilidad de este instrumento se asumió el uso del coeficiente KR-20, adecuado para pruebas de rendimiento con respuestas dicotómicas. Esta decisión metodológica resulta consistente con el tratamiento cuantitativo de variables medibles y con la necesidad de garantizar instrumentos técnicamente defendibles dentro de una investigación doctoral. La conveniencia de explicitar procedimientos de calidad del instrumento también coincide con el enfoque de Hernández Sampieri (2018) sobre la construcción rigurosa de mediciones en estudios cuantitativos y mixtos.

3.2.3. Desarrollo de los instrumentos de obtención de datos.

El desarrollo de los instrumentos de obtención de datos se realizó en correspondencia con la problemática de investigación, los objetivos formulados, la hipótesis de trabajo y la operacionalización de variables establecida en el estudio. En una investigación de enfoque mixto, los instrumentos no solo cumplen una función técnica de recolección de información, sino que constituyen medios concretos para traducir las categorías teóricas del estudio en evidencias observables, medibles e interpretables. Por esta razón, la elaboración de los instrumentos se orientó a garantizar pertinencia conceptual, claridad en los enunciados, coherencia con las dimensiones de análisis y viabilidad de aplicación en el contexto del Liceo Mauro Fernández Acuña.

En coherencia con la estructura metodológica asumida, se desarrollaron tres instrumentos principales: una prueba diagnóstica de razonamiento abstracto en matemática dirigida a los estudiantes (Anexo A), una guía de entrevista semiestructurada para los docentes (Anexo C) y una ficha de análisis documental para la revisión de evidencias pedagógicas e institucionales (Anexo D). Además, la tabla de especificaciones de la prueba diagnóstica se incorporó como Anexo B, con el fin de documentar su estructura técnica, dimensiones, indicadores, ítems y clave de respuesta. Cada instrumento respondió a una función específica dentro del diseño secuencial explicativo del estudio, de modo que la fase cuantitativa permitiera diagnosticar el comportamiento de la variable dependiente, mientras que la fase cualitativa y documental contribuyera a profundizar, interpretar y contrastar los resultados obtenidos.

a) Prueba diagnóstica de razonamiento abstracto en matemática.

En este sentido, el primer instrumento desarrollado fue la Prueba Diagnóstica de Razonamiento Abstracto en Matemática, aplicada a 152 estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña e incorporada como Anexo A. Este instrumento tuvo como propósito identificar el nivel de desempeño del estudiantado en indicadores asociados al razonamiento abstracto, particularmente en lo referido a identificación de patrones, establecimiento de relaciones, generalización, interpretación de

representaciones y resolución de situaciones matemáticas contextualizadas. Su organización técnica se presenta en la tabla de especificaciones del Anexo B.

La prueba se diseñó en formato estructurado, con una combinación de ítems de selección única y ejercicios de respuesta breve, de manera que permitiera recoger información cuantificable y, al mismo tiempo, observar procesos de razonamiento en el desarrollo de algunas respuestas. Su construcción tomó como base la variable dependiente del estudio y sus dimensiones, procurando que cada bloque del instrumento respondiera a indicadores concretos previamente definidos en la matriz de operacionalización. En este sentido, la prueba no fue concebida como una evaluación tradicional de contenidos aislados, sino como un instrumento diagnóstico centrado en manifestaciones del razonamiento abstracto dentro del aprendizaje matemático.

En su elaboración se procuró que los ítems presentaran un nivel de dificultad gradual, comenzando con tareas de reconocimiento de regularidades y relaciones simples, y avanzando hacia ejercicios de mayor demanda cognitiva, como interpretación de estructuras, generalización de patrones y solución de situaciones problema que exigieran representación y abstracción. Esta progresión obedeció al criterio de que el razonamiento abstracto no se expresa de manera única, sino en niveles y formas diversas, por lo que el instrumento debía ser suficientemente sensible para captar diferencias en el desempeño del estudiantado.

Con el fin de asegurar su calidad técnica, la prueba fue sometida a juicio de expertos, quienes valoraron la claridad, pertinencia, coherencia y relevancia de los ítems en relación con la variable estudiada. Posteriormente, se realizó una prueba piloto con estudiantes de características semejantes a la población objetivo, pero ajenos a la muestra definitiva, con el propósito de revisar la comprensión de los enunciados, el tiempo de resolución y la funcionalidad general del instrumento. Asimismo, para estimar su consistencia interna se contempló el uso del coeficiente KR-20, por tratarse de una prueba de rendimiento con respuestas dicotómicas en una parte imperativa de sus ítems.

b) Guía de entrevista semiestructurada para docentes

El segundo instrumento desarrollado fue una Guía de Entrevista Semiestructurada, aplicada a 6 profesores vinculados con la enseñanza de la matemática en el mismo centro educativo e incorporada como Anexo C. La finalidad de este instrumento fue profundizar en la comprensión del problema investigado desde la perspectiva docente, recogiendo información relacionada con las dificultades observadas en el razonamiento matemático del estudiantado, las prácticas pedagógicas predominantes, el uso de estrategias de modelación matemática y la percepción sobre la incorporación de herramientas de inteligencia artificial en el aula.

La entrevista semiestructurada se eligió porque ofrece un equilibrio metodológico entre organización y flexibilidad. Por un lado, permitió mantener una ruta temática común para todos los participantes, favoreciendo la comparabilidad de las respuestas; por otro, posibilitó ampliar o profundizar aspectos emergentes durante el diálogo, según la experiencia y los criterios del docente entrevistado. Esta característica resultó particularmente valiosa, dado que el estudio requería no solo identificar información homogénea, sino también comprender matices, experiencias y valoraciones propias del contexto institucional.

La guía se estructuró en ejes temáticos. Entre ellos se incluyeron: percepción del nivel de razonamiento abstracto del estudiantado, dificultades frecuentes en el aprendizaje de la matemática, metodologías utilizadas en la enseñanza, uso de recursos tecnológicos en el aula, conocimiento y valoración de la modelación matemática, y apreciaciones sobre la pertinencia de emplear herramientas de inteligencia artificial como mediación pedagógica. De esta manera, el instrumento se alineó directamente con los objetivos específicos del estudio y con la necesidad de interpretar los resultados cuantitativos a la luz de la realidad pedagógica del centro educativo.

Al igual que la prueba diagnóstica, la guía de entrevista fue sometida a validación por juicio de expertos, quienes revisaron la pertinencia de las preguntas, la claridad del lenguaje, la secuencia temática y la correspondencia entre los ejes de indagación y la problemática de investigación. Este proceso permitió ajustar la

formulación de varias preguntas y fortalecer la coherencia interna del instrumento antes de su aplicación definitiva.

c) Ficha de análisis documental.

El tercer instrumento fue una Ficha de Análisis Documental, incorporada como Anexo D y diseñada con el propósito de sistematizar la revisión de documentos pedagógicos e institucionales relacionados con la enseñanza de la matemática en el contexto de estudio. Entre los documentos considerados se incluyeron planeamientos didácticos, instrumentos de evaluación, registros pedagógicos y otros materiales relevantes que permitieran identificar evidencias sobre el enfoque metodológico utilizado, la presencia o ausencia de actividades de modelación matemática, el uso de recursos tecnológicos y la orientación general de las prácticas de enseñanza.

La ficha documental se elaboró como un instrumento de registro sistemático, con categorías previamente definidas, que permitieran organizar la información sin reducir su riqueza interpretativa. Se incluyeron apartados orientados a registrar tipo de documento, propósito pedagógico, evidencias de resolución de problemas, presencia de modelación matemática, uso de tecnologías, tipo de actividades planteadas y relación con el desarrollo del razonamiento abstracto. Su función dentro del estudio fue complementar y triangular la información obtenida mediante la prueba diagnóstica y las entrevistas, de modo que el análisis no dependiera exclusivamente del desempeño estudiantil ni del discurso docente.

Este instrumento también fue sometido a revisión técnica mediante juicio de expertos, a fin de garantizar que las categorías de observación documental fueran claras, pertinentes y consistentes con el enfoque de teórico y metodológico de la investigación. Así, la ficha no operó como un simple registro administrativo, sino como un recurso analítico para fortalecer la objetividad del estudio.

d) Coherencia entre instrumentos y objetivos del estudio.

La construcción de los tres instrumentos respondió al principio de coherencia metodológica. La prueba diagnóstica se orientó al diagnóstico cuantitativo del

razonamiento abstracto en los estudiantes y se presenta en el Anexo A; la entrevista semiestructurada permitió la profundización cualitativa desde la visión del profesorado y se presenta en el Anexo C; y la ficha de análisis documental funcionó como herramienta de triangulación y contraste y se presenta en el Anexo D. Esta organización fue consistente con el diseño secuencial explicativo asumido en la investigación, ya que primero permitió identificar tendencias y comportamientos en la población estudiantil y luego interpretar esos resultados desde la práctica pedagógica y la evidencia documental.

Aunado a ello, el desarrollo de los instrumentos se realizó bajo criterios de claridad, pertinencia y viabilidad. En todos los casos se procuró utilizar un lenguaje comprensible para los participantes, evitar ambigüedades, mantener correspondencia entre categorías teóricas e indicadores empíricos, y asegurar que la aplicación fuese factible en el contexto real de la institución educativa. Estas decisiones fortalecen la posibilidad de que los datos obtenidos sean técnicamente consistentes y útiles para sustentar el análisis de resultados y la propuesta de transformación.

e) Consideraciones metodológicas finales de la subsección.

El desarrollo de los instrumentos de obtención de datos quedó directamente vinculado con la lógica interna de la investigación. Cada instrumento respondió a una función específica dentro del estudio y fue diseñado para producir evidencias pertinentes, observables y contextualizadas sobre el fenómeno investigado. La prueba diagnóstica, presentada en el Anexo A y técnicamente organizada en el Anexo B, permitió medir manifestaciones del razonamiento abstracto en 152 estudiantes; la guía de entrevista, presentada en el Anexo C, posibilitó recuperar la experiencia y valoración de 6 profesores; y la ficha documental, presentada en el Anexo D, aportó una base objetiva para contrastar la información generada en ambas fases. Con ello, la investigación dispuso de una plataforma instrumental sólida para sustentar tanto el diagnóstico como la formulación posterior de la estrategia didáctica propuesta.

3.2.4. Determinación de la muestra y su criterio de selección

La determinación de la muestra se realizó en correspondencia con el enfoque mixto, el diseño secuencial explicativo y la naturaleza contextualizada de la investigación. En este tipo de estudios, la selección de participantes no responde únicamente a criterios numéricos, sino también a su pertinencia respecto del problema investigado, a la posibilidad real de acceso al contexto y a la necesidad de obtener información suficiente para el diagnóstico, la interpretación y la formulación de la propuesta didáctica. En el presente caso, la muestra se definió a partir de la población accesible del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica, considerando tanto la fase cuantitativa como la fase cualitativa del estudio.

Para la fase cuantitativa, la población accesible estuvo conformada por los estudiantes matriculados en décimo año del centro educativo durante el período en que se desarrolló la investigación. Dado que el número de estudiantes era manejable y que el interés del estudio consistía en obtener un diagnóstico amplio y representativo del contexto institucional, se decidió trabajar con la totalidad de esa población accesible. En consecuencia, la muestra cuantitativa quedó integrada por 152 estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, constituyéndose en una muestra censal. Esta decisión metodológica resultó adecuada porque evitó la reducción innecesaria de casos, permitió una lectura más completa del estado del razonamiento abstracto en el nivel estudiado y fortaleció la base empírica del diagnóstico.

En la fase cualitativa, la población accesible estuvo integrada por los docentes vinculados directamente con la enseñanza de la matemática en el nivel de décimo año dentro de la misma institución. Debido al número reducido de participantes potenciales y a la relevancia específica de su experiencia profesional para comprender la problemática investigada, se optó igualmente por incorporar a la totalidad de los sujetos disponibles y pertinentes para esta fase. Por ello, la muestra cualitativa quedó conformada por 6 profesores, quienes participaron mediante entrevistas semiestructuradas individuales. En este caso, la selección puede entenderse como intencional de tipo censal, ya que se eligió a todos los docentes que cumplían con las características necesarias para aportar información trascendente al estudio.

La decisión de trabajar con una muestra censal en ambas fases se justifica porque la investigación no persiguió realizar inferencias de alcance nacional ni establecer generalizaciones estadísticas para poblaciones externas al contexto estudiado. Por el contrario, su propósito fue comprender con profundidad una realidad educativa específica y, a partir de ella, diseñar una estrategia didáctica contextualizada. En ese sentido, la cobertura total de la población accesible en estudiantes y docentes fortaleció la pertinencia interna del estudio y favoreció la coherencia entre el diagnóstico empírico y la propuesta de transformación.

En relación con la unidad de análisis, para la fase cuantitativa esta estuvo constituida por cada uno de los estudiantes de décimo año participantes en la prueba diagnóstica de razonamiento abstracto en matemática. Para la fase cualitativa, la unidad de análisis correspondió a cada docente entrevistado, en tanto portador de experiencia pedagógica, conocimiento del contexto y criterios profesionales sobre la enseñanza de la matemática y el desarrollo del razonamiento abstracto en el estudiantado. Esta diferenciación deviene preceptiva en términos epistemológicos porque, aunque el estudio integra información de estudiantes y profesores, cada grupo aporta un tipo de evidencia distinta y complementaria dentro del diseño metodológico asumido.

En cuanto a los criterios de inclusión, para la muestra estudiantil se consideró: a) estar formalmente matriculado en décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña durante el período de aplicación de los instrumentos; b) asistir regularmente a la institución en las fechas previstas para la aplicación de la prueba diagnóstica; y c) participar en el estudio bajo las condiciones éticas y administrativas establecidas por la investigación. En el caso del profesorado, los criterios de inclusión fueron: a) desempeñarse como docente con vinculación directa a procesos de enseñanza de la matemática en décimo año; b) estar en funciones durante el período de recolección de información; y c) manifestar disposición para participar en la entrevista correspondiente.

Como criterios de exclusión, para los estudiantes se estableció no incluir a quienes no pertenecieran a décimo año, no estuvieran activos en el centro educativo durante la aplicación del instrumento o no estuvieran presentes en el momento de administración de la prueba. Para los docentes, se excluyó a quienes no tuvieran relación

directa con la enseñanza de la matemática en el nivel estudiado o no se estuviesen vinculados al trabajo pedagógico durante el período de la investigación. Estos criterios permitieron mantener claridad respecto de la población pertinente y evitar la incorporación de participantes que no aportaran información directamente relacionada con el problema investigado.

Asimismo, se contemplaron criterios de eliminación de registros en caso de presentarse situaciones que comprometieran la calidad de la información. En la fase cuantitativa, se previó la eliminación de pruebas diagnósticas incompletas, ilegibles o con patrones de respuesta que impidieran su análisis técnico. En la fase cualitativa, se consideró la exclusión de entrevistas interrumpidas, no concluidas o con información insuficiente para el análisis. No obstante, para efectos de la presente investigación, la muestra quedó constituida por los 152 estudiantes y los 6 profesores ya definidos, por ser los participantes que cumplieron con los criterios establecidos y aportaron información válida para el estudio.

Desde la perspectiva metodológica, esta determinación muestral fue coherente con el carácter descriptivo, explicativo y propositivo de la tesis. Al trabajar con la totalidad de la población accesible, se fortaleció la representatividad interna del diagnóstico institucional; al incorporar a todos los docentes pertinentes, se aseguró una visión cualitativa suficientemente robusta del problema; y al explicitar criterios de inclusión, exclusión y eliminación, se garantizó transparencia en la selección de participantes y rigor en la conformación de la muestra. además, esta decisión facilita la articulación posterior entre los datos cuantitativos y cualitativos, lo que resulta axial en una investigación de enfoque mixto.

Por tanto, la muestra del estudio quedó conformada por 152 estudiantes de décimo año y 6 profesores del Liceo Mauro Fernández Acuña, seleccionados bajo un criterio censal e intencional, según la fase metodológica correspondiente. Esta elección no solo respondió a la disponibilidad real de participantes, sino a la necesidad de construir un diagnóstico integral y contextualizado que sirviera de base para la formulación de una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por

herramientas de inteligencia artificial, orientada al fortalecimiento del razonamiento abstracto en la educación matemática.

3.3. Trabajo de campo.

El trabajo de campo de la presente investigación se desarrolló como el conjunto organizado de acciones orientadas a obtener información empírica pertinente, suficiente y contextualizada sobre la problemática estudiada. Su ejecución respondió a la necesidad de diagnosticar el estado del razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, así como de recuperar la perspectiva docente y contrastar la práctica pedagógica documentada en la institución. En correspondencia con la orientación metodológica de la UIIX, el trabajo de campo se estructuró como una ruta secuencial que articuló responsables, participantes, recursos, técnicas e instrumentos dentro de un período definido, con el fin de asegurar orden, coherencia y viabilidad operativa.

La organización del trabajo de campo comprendió tres momentos principales. El primero correspondió a la fase preparatoria, desarrollada durante el mes de febrero de 2026, en la que se ajustaron los instrumentos, se definió la logística institucional para su aplicación y se establecieron las condiciones administrativas y académicas necesarias para el acceso al contexto. En esta etapa se coordinó la calendarización con las autoridades y con el personal docente, se revisó la disponibilidad de grupos, horarios y espacios físicos, y se prepararon los materiales requeridos para la aplicación de la prueba diagnóstica, las entrevistas y la revisión documental. Del mismo modo, se verificó la pertinencia final de los instrumentos en función del contexto real del centro educativo y se organizaron los medios de registro y sistematización de la información.

El segundo momento correspondió a la fase de levantamiento cuantitativo, realizada entre febrero y marzo de 2026, mediante la aplicación de la Prueba Diagnóstica de Razonamiento Abstracto en Matemática a 152 estudiantes de décimo año. Esta fase constituyó el eje inicial del trabajo de campo y tuvo como objetivo obtener una base diagnóstica sobre el comportamiento de la variable dependiente en la población estudiantil. La aplicación se desarrolló en el propio contexto escolar, durante jornadas

previamente coordinadas con la institución, procurando condiciones homogéneas de administración para todos los participantes. En esta etapa, el investigador asumió la conducción del proceso, mientras que el estudiantado participó como fuente directa de información cuantitativa.

El tercer momento correspondió a la fase de profundización cualitativa y contraste documental, desarrollada entre abril y mayo de 2026. Durante el mes de abril se realizaron las entrevistas semiestructuradas individuales a los 6 profesores seleccionados, con el propósito de profundizar en la comprensión del problema desde la práctica pedagógica cotidiana. Estas entrevistas permitieron ampliar la interpretación de los resultados cuantitativos, identificar apreciaciones docentes sobre el razonamiento abstracto del alumnado y explorar las condiciones reales para la implementación de una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial. Posteriormente, durante mayo de 2026, se llevó a cabo la revisión de documentos pedagógicos e institucionales mediante la Ficha de Análisis Documental, con el fin de contrastar la información obtenida y fortalecer la triangulación metodológica del estudio.

Desde el punto de vista operativo, el trabajo de campo requirió la participación articulada de distintos actores. El investigador tuvo la responsabilidad de planificar, coordinar, aplicar los instrumentos, registrar la información y resguardar las evidencias generadas. Los 152 estudiantes participaron en la fase diagnóstica cuantitativa mediante la resolución de la prueba diseñada para medir manifestaciones del razonamiento abstracto. Los 6 profesores aportaron información cualitativa a través de entrevistas individuales, sustentadas en una guía temática previamente estructurada. Asimismo, la institución educativa aportó el contexto físico, organizativo y documental necesario para el desarrollo de las actividades previstas.

En cuanto a los recursos utilizados, el trabajo de campo requirió materiales impresos y digitales, espacios físicos para la aplicación de instrumentos, cronogramas de coordinación, registros de control de participantes, dispositivos de grabación para las entrevistas y formatos de sistematización documental. La prueba diagnóstica se administró en formato estructurado, la entrevista se registró mediante notas y soporte de

audio para su posterior transcripción y análisis, y la ficha documental se utilizó como instrumento de registro técnico para organizar la información proveniente de planeamientos, evaluaciones y otros documentos institucionales vinculados con la enseñanza de la matemática.

La ejecución del trabajo de campo también contempló la presentación y resguardo de evidencias, en concordancia con la práctica investigativa rigurosa. Entre las evidencias generadas se incluyeron: cronograma de aplicación de instrumentos, registros de asistencia o participación, ejemplares de la prueba diagnóstica aplicada, formatos de entrevista, registros o transcripciones de las entrevistas realizadas, fichas de análisis documental diligenciadas y materiales de apoyo empleados durante el proceso. Estas evidencias constituyen respaldo empírico del estudio y podrán incorporarse en la sección de anexos de la tesis, en aquellos casos en que su inclusión resulte pertinente y metodológicamente útil.

Desde la lógica metodológica asumida, el trabajo de campo no se limitó a la aplicación aislada de instrumentos, sino que se entendió como un proceso organizado de obtención de evidencias orientado a responder al problema de investigación. Su secuencia permitió primero identificar tendencias cuantitativas en el desempeño del estudiantado, luego profundizar en la lectura del contexto desde la voz del profesorado y, finalmente, contrastar esa información con documentos pedagógicos institucionales. Este orden fortaleció la coherencia del diseño secuencial explicativo y permitió construir una base diagnóstica más sólida para la formulación de la propuesta didáctica.

De este modo, el trabajo de campo desarrollado entre febrero y mayo de 2026 proporcionó la evidencia empírica y verificable necesaria para sustentar el análisis del problema investigado en el Liceo Mauro Fernández Acuña. La combinación de la prueba diagnóstica, las entrevistas y el análisis documental, aplicada a 152 estudiantes y 6 profesores, permitió obtener información suficiente, contextualizada y metodológicamente organizada para avanzar hacia la interpretación de resultados y la construcción de una propuesta de transformación pedagógica pertinente.

3.3.1. Aplicación de los instrumentos.

La aplicación de los instrumentos se desarrolló de forma planificada, secuencial y contextualizada, en correspondencia con el enfoque mixto y con el diseño secuencial explicativo asumido en la investigación. Este proceso tuvo como propósito garantizar que la obtención de la información se realizara en condiciones metodológicamente adecuadas, respetando la lógica interna del estudio y procurando la mayor fidelidad posible entre los datos recogidos y la realidad educativa observada. La aplicación se llevó a cabo entre los meses de febrero y mayo de 2026, en el contexto institucional del Liceo Mauro Fernández Acuña, y comprendió tres momentos: la administración de la prueba diagnóstica al estudiantado, la realización de entrevistas semiestructuradas al profesorado y la revisión documental de evidencias pedagógicas e institucionales.

a) Aplicación de la prueba diagnóstica a estudiantes

En este sentido, la primera fase de aplicación correspondió a la Prueba Diagnóstica de Razonamiento Abstracto en Matemática, dirigida a 152 estudiantes de décimo año. Esta etapa se desarrolló entre febrero y marzo de 2026, en jornadas coordinadas previamente con la institución, procurando que todos los participantes respondieran el instrumento en condiciones semejantes de tiempo, espacio e instrucciones. La prueba fue administrada en el entorno escolar habitual del estudiantado, con acompañamiento del investigador y bajo condiciones que favorecieran la concentración, la comprensión de las consignas y la resolución individual de los ítems.

Antes de su aplicación formal, se explicó al estudiantado el propósito general del instrumento, enfatizando que su función era diagnóstica y no sancionatoria, con el fin de disminuir tensión innecesaria y favorecer respuestas más auténticas. De igual manera se ofrecieron orientaciones claras sobre la manera de contestar cada apartado y se resolvieron dudas de carácter procedimental sin intervenir en el contenido de las respuestas. Esta decisión fue imperativa porque permitió homogenizar las condiciones de aplicación y reducir el efecto de interpretaciones erróneas de las instrucciones.

Durante esta fase, la aplicación transcurrió de manera general con normalidad; no obstante, se identificaron situaciones propias del contexto escolar, como diferencias en el ritmo de resolución entre estudiantes y la necesidad de reiterar algunas indicaciones de proceso al inicio de ciertos grupos. Tales situaciones no comprometieron la validez del proceso, pero exigieron mantener una supervisión cercana y una administración organizada. Como medida de control, se revisó cada instrumento al momento de su entrega, con el fin de detectar omisiones evidentes, respuestas incompletas o dificultades formales que pudieran afectar el registro posterior de la información.

b) Aplicación de las entrevistas semiestructuradas a docentes.

La segunda fase correspondió a la aplicación de la Guía de Entrevista Semiestructurada a 6 profesores vinculados con la enseñanza de la matemática en el nivel estudiado. Esta etapa se desarrolló durante el mes de abril de 2026, en espacios previamente acordados con los participantes, procurando condiciones de privacidad, disponibilidad de tiempo y comodidad para el diálogo. Las entrevistas fueron individuales, con una estructura común organizada por ejes temáticos, pero con flexibilidad suficiente para profundizar en experiencias, apreciaciones y particularidades emergentes del contexto.

En cada caso, la entrevista inició con una breve explicación sobre la finalidad del instrumento y sobre el papel de la información aportada dentro de la investigación. Posteriormente, se desarrolló el diálogo a partir de preguntas orientadas a explorar la percepción docente sobre el razonamiento abstracto del estudiantado, las dificultades más frecuentes en el aprendizaje de la matemática, las estrategias didácticas empleadas, la presencia de actividades de modelación matemática en la práctica educativa y la valoración de herramientas de inteligencia artificial como posibles recursos de mediación pedagógica.

La aplicación de este instrumento suministró datos sobre información más profunda y contextualizada que la recogida en la fase cuantitativa. además, favoreció la identificación de elementos explicativos sobre la práctica pedagógica real, la percepción de las limitaciones del contexto y la apertura del profesorado hacia propuestas

innovadoras. Entre las situaciones que debieron atenderse durante esta fase estuvieron la necesidad de ajustar horarios según la disponibilidad docente y la conveniencia de dosificar el tiempo de cada entrevista para no interferir con las responsabilidades académicas de los participantes. Estas condiciones fueron previstas y manejadas mediante coordinación previa, lo que permitió completar satisfactoriamente las seis entrevistas programadas.

c) Aplicación del análisis documental.

La tercera fase se desarrolló durante el mes de mayo de 2026 y consistió en la aplicación de la Ficha de Análisis Documental. Este instrumento se utilizó para examinar documentos pedagógicos e institucionales vinculados con la enseñanza de la matemática, entre ellos planeamientos didácticos, instrumentos de evaluación y materiales utilizados en el proceso formativo. La finalidad de esta fase fue complementar y contrastar la información recogida con estudiantes y profesores, de manera que el análisis del problema no dependiera exclusivamente del desempeño estudiantil ni de las percepciones expresadas en las entrevistas.

La revisión documental se realizó de forma sistemática, registrando la información en categorías previamente definidas, tales como presencia de resolución de problemas, evidencia de actividades de modelación matemática, uso de recursos tecnológicos, tipo de tareas planteadas y orientación hacia procesos de razonamiento y representación. Esta etapa permitió identificar correspondencias y divergencias entre lo planificado documentalmente, lo expresado por el profesorado y lo evidenciado en el diagnóstico aplicado al estudiantado, fortaleciendo así la triangulación metodológica del estudio.

d) Condiciones de aplicación y acciones de aseguramiento metodológico.

La aplicación de los instrumentos se realizó tomando en cuenta criterios de organización, claridad procedimental y control básico de calidad metodológica. En primer lugar, se respetó el orden previsto por el diseño secuencial explicativo: primero la fase cuantitativa con estudiantes, luego la fase cualitativa con docentes y finalmente la

revisión documental. En segundo lugar, se procuró mantener condiciones homogéneas en la administración de la prueba diagnóstica, así como uniformidad en la ruta temática de las entrevistas. En tercer lugar, se organizaron registros de aplicación, control de participantes y revisión de integridad de la información recogida.

Asimismo, el proceso de aplicación se apoyó en decisiones previas de validación técnica. La prueba diagnóstica, la guía de entrevista y la ficha documental habían sido sometidas a juicio de expertos, lo cual permitió corregir aspectos de redacción, pertinencia y coherencia antes de su uso definitivo. En el caso de la prueba diagnóstica, además, se había contemplado una prueba piloto, lo que facilitó anticipar dificultades potenciales de comprensión y ajustar la estructura del instrumento antes de su administración en la muestra definitiva.

e) Valoración metodológica de la aplicación.

La aplicación de los instrumentos suministró datos sobre información suficiente y diversa para abordar el problema investigado desde distintas fuentes y niveles de análisis. La prueba diagnóstica aportó evidencia cuantitativa sobre el comportamiento del razonamiento abstracto en los 152 estudiantes; las entrevistas proporcionaron información cualitativa sobre la lectura docente del problema y sobre las condiciones pedagógicas del contexto; y el análisis documental ofreció un soporte de contraste útil para fortalecer la interpretación de los hallazgos. Esta secuencia hizo posible que el estudio no dependiera de una única fuente de información y contribuyó a dotar de mayor solidez empírica el diagnóstico que sustenta la propuesta didáctica.

De este modo, la aplicación de los instrumentos constituyó una fase decisiva del trabajo metodológico, porque permitió transformar las categorías teóricas del estudio en información empírica concreta, contextualizada y susceptible de análisis. La organización temporal entre febrero y mayo de 2026, la participación de 152 estudiantes y 6 profesores, y la triangulación entre prueba diagnóstica, entrevista y análisis documental ofrecieron una base consistente para el procesamiento de la información y la posterior interpretación de los resultados.

3.3.2. *Procesamiento de la información.*

El procesamiento de la información se llevó a cabo como una fase metodológica orientada a organizar, depurar, sistematizar e interpretar los datos obtenidos mediante la prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes, las entrevistas semiestructuradas realizadas a los docentes y la ficha de análisis documental. Dado que la investigación asumió un enfoque mixto con diseño secuencial explicativo, el tratamiento de la información se desarrolló en dos planos complementarios: uno cuantitativo, dirigido al análisis de los datos procedentes de la prueba diagnóstica, y otro cualitativo, centrado en las entrevistas y en la documentación institucional revisada. Esta organización permitió integrar evidencia numérica y evidencia interpretativa para comprender la problemática de manera más amplia y contextualizada.

a) Procesamiento de la información cuantitativa.

La información cuantitativa procedente de la Prueba Diagnóstica de Razonamiento Abstracto en Matemática, aplicada a 152 estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, fue sometida a un proceso de revisión, codificación, tabulación y análisis. En primer término, se efectuó una depuración de los instrumentos, revisando que cada prueba estuviera completa, legible y con un patrón de respuesta susceptible de análisis. Posteriormente, se codificaron los ítems de acuerdo con la estructura del instrumento y con los indicadores definidos en la matriz de operacionalización de la variable dependiente.

Una vez codificados los datos, se procedió a su organización en una matriz de registro para facilitar el análisis estadístico. El procesamiento cuantitativo se apoyó en estadística descriptiva, considerando frecuencias absolutas, frecuencias relativas, porcentajes y medidas de tendencia central, según la naturaleza de los datos. Este tratamiento permitió identificar el comportamiento general de la variable razonamiento abstracto y de sus dimensiones en la población estudiada.

Acoplado a lo anterior dentro del continuum argumentativo del análisis general, se contempló el procesamiento de la información mediante cruces descriptivos que

permitieran enriquecer la interpretación de los resultados. En este sentido, los datos se organizaron según las siguientes variables de caracterización:

- Nivel educativo: en este caso, todos los participantes pertenecieron a décimo año, por lo que esta variable se utilizó con fines de caracterización del grupo y no de comparación entre niveles.
- Sexo: considerando que el 58% del estudiantado correspondió a mujeres y el 42% a hombres
- Edad: agrupando a los estudiantes en el rango reportado de 14 a 17 años.

Desde esta perspectiva, estos cruces permitirán, en la fase de presentación de resultados, identificar tendencias diferenciales en el desempeño del razonamiento abstracto según sexo y edad, sin alterar la coherencia metodológica del estudio. La inclusión de estas variables de caracterización fortalece la objetividad del análisis y amplía la comprensión del comportamiento de la población diagnosticada.

b) Procesamiento de la información cualitativa.

La información cualitativa procedente de las entrevistas semiestructuradas realizadas a 6 docentes fue procesada mediante una estrategia de organización temática. En una primera etapa, cada entrevista fue revisada y sistematizada a partir de los registros obtenidos durante su aplicación. Posteriormente, se realizó una lectura analítica del contenido con el fin de identificar unidades de significado relacionadas con los ejes definidos en la guía de entrevista: percepción del razonamiento abstracto del estudiantado, dificultades frecuentes en el aprendizaje matemático, estrategias pedagógicas utilizadas, presencia de modelación matemática y valoración del empleo de herramientas de inteligencia artificial en el aula.

A partir de esta revisión, la información fue organizada en categorías y subcategorías de análisis, de manera que las respuestas pudieran agruparse según núcleos temáticos comunes y, al mismo tiempo, conservar la especificidad de los aportes individuales. Este proceso permitió reducir la dispersión discursiva propia del material cualitativo y transformarla en información analítica útil para interpretar los resultados

cuantitativos. En este proceso no se buscó cuantificar el discurso docente, sino identificar regularidades, coincidencias, matices y elementos explicativos relevantes para comprender el contexto pedagógico del estudio.

c) Procesamiento del análisis documental.

La información recabada mediante la ficha de análisis documental fue procesada a partir de las categorías previamente definidas en el instrumento. Se revisaron los documentos pedagógicos e institucionales seleccionados y se registraron evidencias relacionadas con el enfoque metodológico de la enseñanza de la matemática, la presencia de actividades de resolución de problemas, la incorporación de modelación matemática, el uso de recursos tecnológicos y la orientación hacia el desarrollo de procesos de razonamiento.

Una vez completado el registro, la información documental fue organizada en una matriz analítica que permitió contrastarla con los hallazgos obtenidos en las fases cuantitativa y cualitativa. Este tratamiento hizo posible identificar correspondencias entre lo planificado institucionalmente, lo expresado por el profesorado y lo observado en el desempeño estudiantil. Así, el análisis documental no operó como una fuente secundaria marginal, sino como un componente clave de verificación y triangulación metodológica.

d) Integración y triangulación de la información.

Después del procesamiento separado de los datos cuantitativos, cualitativos y documentales, se desarrolló una fase de integración de la información, coherente con la lógica del enfoque mixto. Esta integración permitió contrastar el diagnóstico obtenido con los estudiantes, la interpretación ofrecida por el profesorado y la evidencia reflejada en los documentos pedagógicos revisados. La triangulación entre estas tres fuentes resultó de base para fortalecer la validez interna del estudio, ya que evitó depender de una sola perspectiva y facilitó una comprensión más robusta del problema investigado.

En este nivel de análisis, los resultados cuantitativos funcionaron como base diagnóstica inicial; la información cualitativa permitió explicarlos y contextualizarlos; y el análisis documental ofreció un respaldo objetivo para corroborar o matizar lo hallado

en las otras dos fases. Esta articulación metodológica se corresponde con el diseño secuencial explicativo del estudio, en el que la fase cualitativa y documental no aparece aislada, sino orientada a profundizar la interpretación del diagnóstico cuantitativo.

e) Consideraciones metodológicas del procesamiento.

El procesamiento de la información se realizó procurando coherencia con los objetivos del estudio, con la hipótesis formulada y con la naturaleza de las variables analizadas. La información cuantitativa permitió establecer tendencias observables del razonamiento abstracto en el grupo de estudiantes de décimo año; la información cualitativa proporcionó comprensión sobre las condiciones pedagógicas del contexto; y la información documental ofreció soporte para contrastar la práctica institucional con los hallazgos empíricos. Este proceso conjunto aseguró que la información obtenida no quedara reducida a un inventario de datos, sino que se transformara en base analítica para la formulación de la propuesta didáctica.

De este modo, el procesamiento de la información constituyó una fase decisiva de la investigación, porque permitió transformar los datos obtenidos entre febrero y mayo de 2026 en evidencias organizadas, interpretables y útiles para el análisis de resultados. La consideración de variables de caracterización como sexo y edad, junto con la triangulación entre estudiantes, docentes y documentos institucionales, fortalece la objetividad del estudio y crea condiciones metodológicas adecuadas para presentar resultados consistentes sobre el razonamiento abstracto en la educación matemática del Liceo Mauro Fernández Acuña.

3.4. Análisis de los resultados en los datos obtenidos.

El análisis de los resultados se realizó a partir de la información obtenida mediante la prueba diagnóstica de razonamiento abstracto en matemática aplicada a 152 estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, las entrevistas semiestructuradas realizadas a 6 docentes y la revisión documental de planeamientos, instrumentos de evaluación y materiales pedagógicos institucionales. En coherencia con el enfoque mixto del estudio, los resultados se presentan de forma articulada, integrando

evidencia cuantitativa, cualitativa y documental, y se apoyan en recursos tabulares y gráficos para facilitar su interpretación con criterios de rigor y claridad expositiva.

3.4.1. Caracterización de la población participante.

En este sentido, la población estudiantil estuvo conformada por 152 estudiantes de décimo año, con edades comprendidas entre 14 y 17 años. La distribución por sexo mostró un 58% de mujeres y un 42% de hombres. En el caso del profesorado, participaron 6 docentes, de los cuales 5 fueron mujeres y 1 hombre; todos poseían el grado de licenciatura en Enseñanza de la Matemática. Esta caracterización permite contextualizar los hallazgos y delimitar el alcance interpretativo de los resultados.

Tabla 1. Caracterización de la población participante.

Grupo participante	Frecuencia	Porcentaje	Observaciones
Estudiantes	152	100%	Décimo año; edades entre 14 y 17 años.
Mujeres (estudiantes)	88	58%	Distribución aproximada.
Hombres (estudiantes)	64	42%	Distribución aproximada.
Docentes	6	100%	Todos licenciados en Enseñanza de la Matemática.
Mujeres (docentes)	5	83.3%	Participantes entrevistadas.

Hombre (docente)	1	16.7%	Participante entrevistado.
------------------	---	-------	----------------------------

Fuente: Elaboración propia con base en los datos de caracterización de la muestra del estudio.

3.4.2. Resultados generales de la prueba diagnóstica.

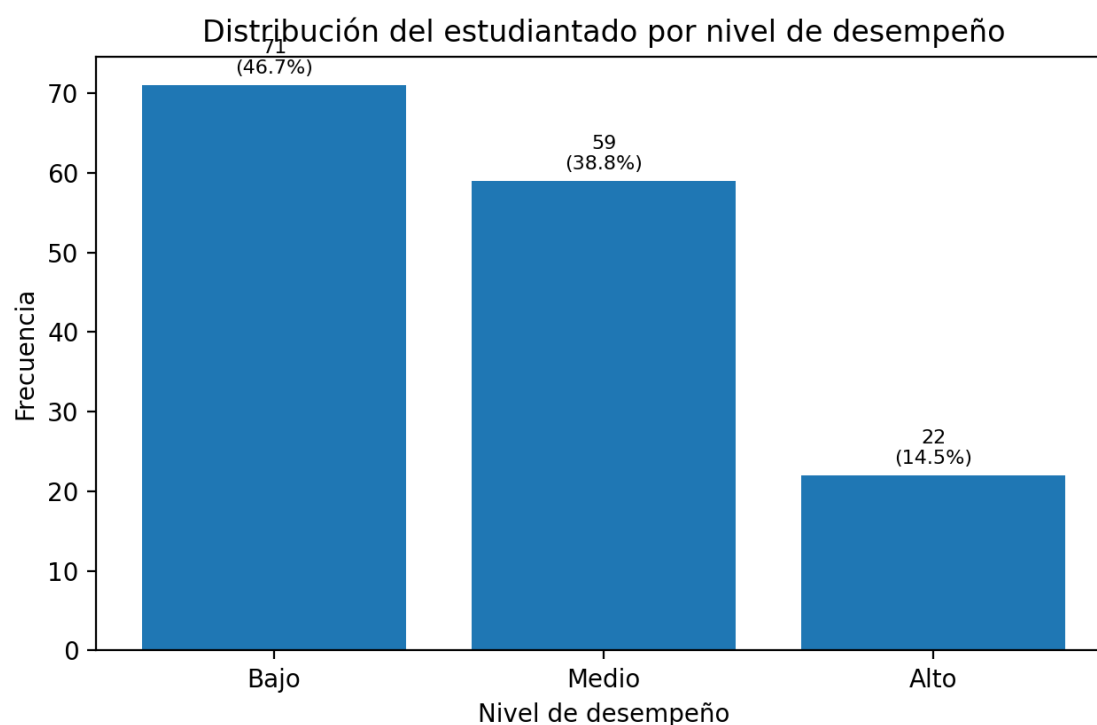
La prueba diagnóstica evidenció que el razonamiento abstracto del grupo se ubicó en un nivel predominantemente medio-bajo. El puntaje global promedio fue de 10.9 puntos sobre 20, con una concentración imperativo del estudiantado en el nivel bajo de desempeño. Estos resultados muestran que las principales dificultades se relacionan con tareas que exigen generalización, interpretación de relaciones y resolución de situaciones problemáticas no rutinarias.

Tabla 2. Distribución del estudiantado por nivel de desempeño en la prueba diagnóstica.

Nivel de desempeño	Frecuencia	Porcentaje
Bajo	71	46.7%
Medio	59	38.8%
Alto	22	14.5%

Fuente: Elaboración propia con base en los datos de la Prueba Diagnóstica de Razonamiento Abstracto aplicada a 152 estudiantes.

Figura 1. Distribución del estudiantado por nivel de desempeño en razonamiento abstracto.



Fuente: Elaboración propia con base en los datos del estudio.

3.4.3. Resultados por dimensiones del razonamiento abstracto.

El análisis por dimensiones mostró un mejor desempeño relativo en identificación de patrones y establecimiento de relaciones básicas. Las puntuaciones más bajas se concentraron en generalización, interpretación de representaciones y resolución de problemas, lo que sugiere que el estudiantado responde con mayor solvencia cuando la tarea exige reconocer regularidades visibles, pero presenta mayores limitaciones cuando debe abstraer una regla general, justificar procedimientos o transferir relaciones a nuevas situaciones.

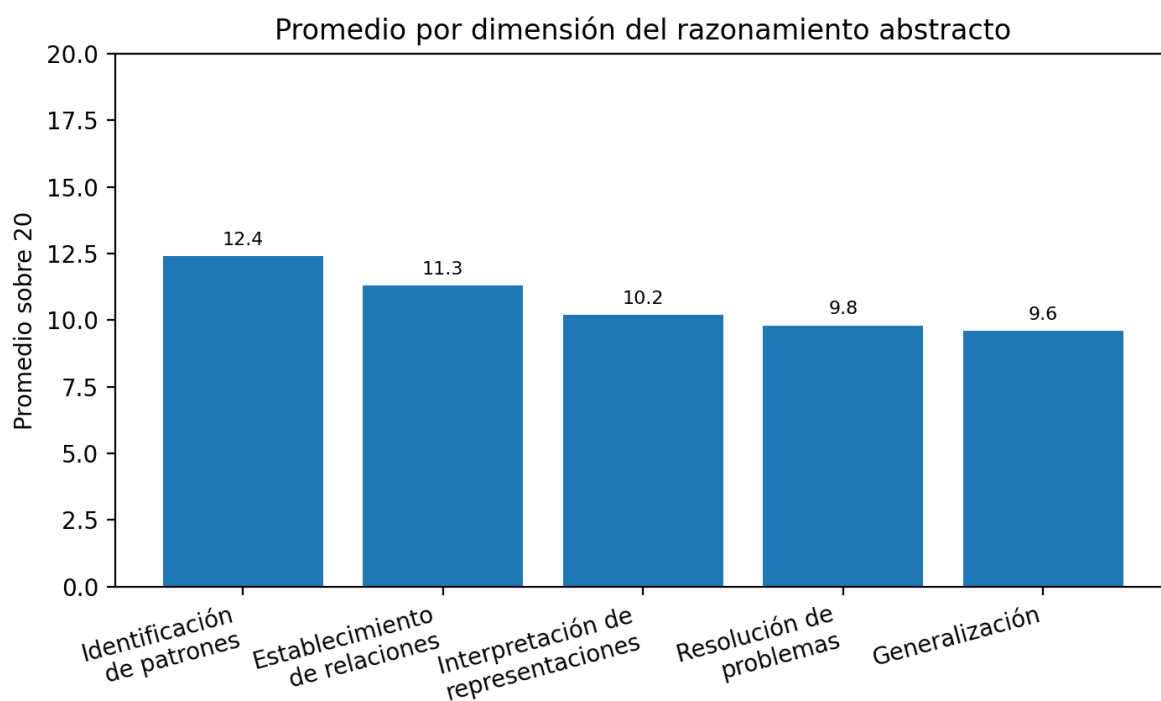
Tabla 3. Promedios obtenidos por dimensión del razonamiento abstracto.

Dimensión evaluada	Promedio sobre 20
Identificación de patrones	12.4

Establecimiento de relaciones	11.3
Interpretación de representaciones	10.2
Resolución de problemas	9.8
Generalización	9.6

Fuente: Elaboración propia con base en los datos de la Prueba Diagnóstica de Razonamiento Abstracto aplicada a 152 estudiantes.

Figura 2. Promedio del estudiantado por dimensión del razonamiento abstracto.



Fuente: Elaboración propia con base en los datos del estudio.

3.4.4. Cruces descriptivos por sexo y edad.

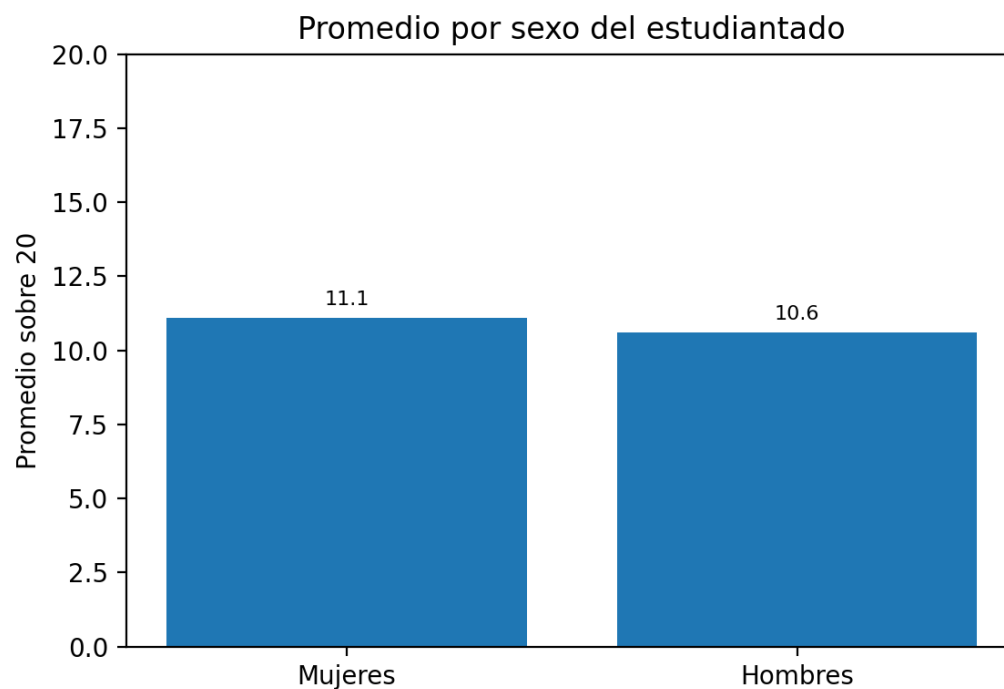
Siguiendo este orden de ideas, los cruces descriptivos permitieron identificar diferencias leves por sexo y diferencias más marcadas por edad. Las mujeres obtuvieron un promedio de 11.1 puntos sobre 20, mientras que los hombres alcanzaron 10.6 puntos. Aunque la diferencia no autoriza una brecha concluyente, sí sugiere una ligera ventaja femenina en el grupo estudiado. Por edad, se observó una tendencia descendente: a medida que aumentó la edad cronológica, disminuyó el promedio de desempeño, lo que puede asociarse con trayectorias escolares de mayor vulnerabilidad académica.

Tabla 4. Cruces descriptivos del desempeño por sexo y edad.

Variable	Categoría	Promedio sobre 20	Interpretación
Sexo	Mujeres	11.1	Leve ventaja descriptiva.
Sexo	Hombres	10.6	Desempeño ligeramente inferior.
Edad	14 años	11.8	Mayor promedio observado.
Edad	15 años	11.1	Desempeño intermedio.
Edad	16 años	10.4	Disminución del promedio.
Edad	17 años	9.7	Menor promedio observado.

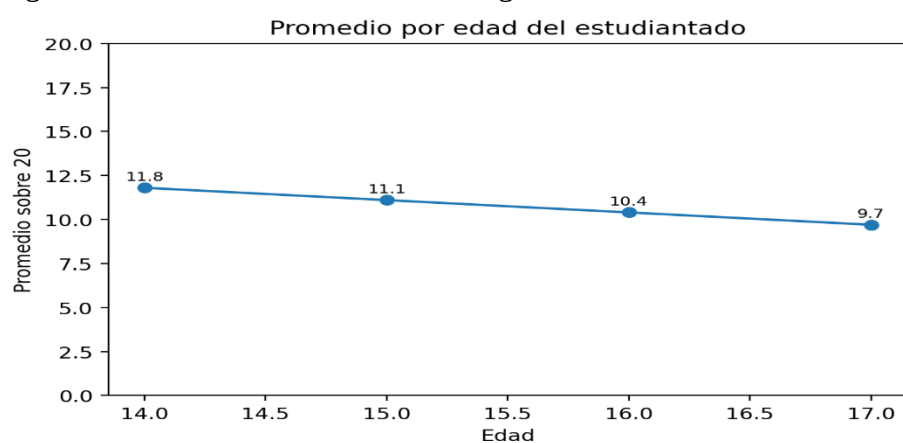
Fuente: Elaboración propia con base en los datos de la Prueba Diagnóstica de Razonamiento Abstracto aplicada a 152 estudiantes.

Figura 3. Promedio del estudiantado según sexo.



Fuente: Elaboración propia con base en los datos del estudio.

Figura 4. Promedio del estudiantado según edad.



Fuente: Elaboración propia con base en los datos del estudio.

3.4.5. Resultados de las entrevistas a docentes.

En este sentido, del análisis de las entrevistas realizadas a los seis docentes emergieron cuatro hallazgos principales. Primero, existe coincidencia en que el estudiantado presenta debilidades persistentes en abstracción, generalización y transferencia matemática. Segundo, predominan prácticas pedagógicas de orientación procedimental, condicionadas por el tiempo disponible, la presión curricular y la heterogeneidad del grupo. Tercero, la modelación matemática se reconoce como valiosa, pero su implementación sistemática es todavía limitada. Cuarto, el profesorado valora favorablemente el uso de herramientas de inteligencia artificial, aunque subraya la necesidad de formación docente y control pedagógico para evitar dependencia o uso acrítico.

Tabla 5. Síntesis analítica de las entrevistas a docentes.

Categoría emergente	Síntesis del hallazgo	Frecuencia de aparición
Dificultades en razonamiento abstracto	Se reportan debilidades en abstracción, generalización y transferencia.	6 de 6
Predominio procedimental	Persisten estrategias centradas en explicación y práctica guiada.	5 de 6
Uso limitado de modelación	Se reconoce su valor, pero se aplica con poca sistematicidad.	6 de 6

Apertura cautelosa hacia IA	Se percibe utilidad pedagógica, con reservas éticas y didácticas.	6 de 6
-----------------------------	---	--------

Fuente: Elaboración propia con base en las entrevistas semiestructuradas realizadas a 6 docentes de matemática.

3.4.6. Resultados del análisis documental.

La revisión documental confirmó la presencia del enfoque curricular oficial de resolución de problemas, pero también evidenció que su concreción práctica tiende a centrarse en ejercicios de aplicación procedimental. Los instrumentos de evaluación revisados mostraron una mayor atención a la respuesta final correcta que a los procesos de razonamiento, argumentación o modelización. Asimismo, el uso de recursos tecnológicos apareció de forma limitada y con función principalmente expositiva, más que como apoyo a la exploración o a la construcción de modelos.

Tabla 6. Resultados del análisis documental.

Aspecto revisado	Hallazgo documental	Implicación para el estudio
Planeamientos didácticos	Predominio de secuencias centradas en procedimientos y práctica guiada.	Explica limitaciones en abstracción y transferencia.
Instrumentos de evaluación	Mayor peso de la respuesta final que del proceso de razonamiento.	Reduce la visibilidad del pensamiento matemático.
Uso de tecnologías	Presencia limitada y sobre todo expositiva.	Justifica una integración pedagógica más robusta de la IA.

Modelación matemática	Aparición escasa o no sistemática en materiales revisados.	Respalda la necesidad de una estrategia didáctica específica.
-----------------------	--	---

Fuente: Elaboración propia con base en el análisis documental de planeamientos, instrumentos de evaluación y materiales pedagógicos.

3.4.7. Integración interpretativa de los hallazgos.

En línea con lo explicado, los tres conjuntos de resultados convergen en una misma lectura diagnóstica: el razonamiento abstracto del estudiantado se encuentra condicionado por una combinación de factores cognitivos y pedagógicos. Por una parte, la prueba diagnóstica mostró limitaciones importantes en generalización, interpretación de representaciones y resolución de problemas. Por otra, las entrevistas y los documentos revisados indicaron que esas debilidades se inscriben en prácticas de enseñanza donde aún predominan enfoques procedimentales, con uso limitado de modelación matemática y de tecnologías orientadas a la exploración cognitiva.

Esta convergencia permite sostener que la problemática investigada no depende exclusivamente del desempeño individual del estudiantado. Se trata de una realidad pedagógica más amplia, donde intervienen trayectorias escolares heterogéneas, exigencias curriculares elevadas, condiciones institucionales de tiempo y evaluación, y una integración todavía incipiente de estrategias de modelación matemática apoyadas por herramientas de inteligencia artificial.

Los hallazgos resultan plausibles y consistentes con el panorama educativo costarricense, en el que persisten retos importantes en el aprendizaje matemático y en el desarrollo de capacidades de orden superior. En consecuencia, la evidencia obtenida en el Liceo Mauro Fernández Acuña justifica la formulación de una propuesta didáctica orientada a fortalecer la abstracción, la representación, la generalización y la resolución de problemas desde tareas de modelación matemática con mediación pedagógica apoyada por herramientas de inteligencia artificial.

3.5. Redacción de resultados y discusión.

Los resultados obtenidos en la presente investigación permiten afirmar que el razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña se encuentra en un nivel predominantemente medio-bajo, con debilidades especialmente visibles en las dimensiones de generalización, interpretación de representaciones matemáticas y resolución de problemas. El diagnóstico cuantitativo mostró que el 46.7% del estudiantado se ubicó en nivel bajo, el 38.8% en nivel medio y solo el 14.5% en nivel alto, con un promedio general de 10.9 puntos sobre 20. Este comportamiento sugiere que una parte imperativa de la población evaluada presenta dificultades para movilizar procesos cognitivos superiores cuando las tareas exigen ir más allá de la repetición de procedimientos o de la identificación inmediata de patrones.

Este hallazgo resulta consistente con la caracterización teórica del razonamiento abstracto desarrollada en el marco conceptual y de teórico, donde se señaló que dicha capacidad implica generalizar, establecer relaciones, operar con símbolos, interpretar representaciones y justificar resultados. En ese sentido, los datos del estudio indican que la problemática no radica únicamente en el dominio técnico de contenidos matemáticos, sino en la limitada consolidación de procesos intelectuales que permiten al estudiante construir significado matemático y transferirlo a nuevas situaciones. La literatura revisada respalda esta lectura. Özdemir, Karaşan y Şahal (2021) encontraron relaciones significativas entre pensamiento abstracto y logro en matemáticas, mientras que el National Council of Teachers of Mathematics (2009) sostiene que el razonamiento debe entenderse como una práctica cotidiana del aula y no como una habilidad periférica o reservada a unos pocos estudiantes.

El análisis por dimensiones refuerza esta interpretación. Los puntajes más altos se concentraron en identificación de patrones (12.4/20) y establecimiento de relaciones (11.3/20), mientras que los más bajos aparecieron en generalización (9.6/20) y resolución de problemas (9.8/20). Este comportamiento evidencia una diferencia imperativa entre reconocer regularidades cuando estas son visibles y lograr proyectarlas hacia formulaciones más generales o utilizarlas de manera flexible en contextos

problemáticos. Desde una perspectiva didáctica, ello sugiere que el estudiantado logra responder mejor a exigencias de reconocimiento o asociación inmediata, pero encuentra mayores obstáculos cuando debe construir una regla, explicar una relación o validar una solución. Tales resultados dialogan con la metasíntesis de Ulker y Ozaltun Celik (2025), quienes sostienen que la modelación matemática y el pensamiento de orden superior mantienen una relación bidireccional, precisamente porque la modelación exige procesos de representación, generalización y validación que no siempre se desarrollan en esquemas de enseñanza centrados en ejercicios rutinarios.

Los cruces descriptivos por sexo y edad también aportaron elementos relevantes para la discusión. En el caso del sexo, las diferencias fueron leves, con un promedio de 11.1/20 en mujeres y 10.6/20 en hombres. Aunque esta variación no permite sostener una brecha concluyente, sí evidencia que la problemática del razonamiento abstracto afecta al grupo en su conjunto y no a un solo subgrupo específico. En cambio, la correlación con la edad mostró una tendencia más marcada: el promedio descendió progresivamente desde los 11.8/20 en estudiantes de 14 años hasta los 9.7/20 en estudiantes de 17 años. Este comportamiento sugiere que la sobreedad académica puede estar asociada con trayectorias escolares más frágiles y con mayores dificultades para sostener procesos de abstracción matemática. Tal hallazgo no debe leerse desde una lógica deficitista, sino como un indicador de vulnerabilidad educativa que demanda respuestas pedagógicas diferenciadas y contextualizadas.

La información cualitativa obtenida mediante las entrevistas a los 6 docentes contribuyó a explicar con mayor profundidad los resultados cuantitativos. el profesorado coincidió en señalar que una proporción imperativo del estudiantado muestra dificultades para interpretar situaciones nuevas, justificar procedimientos, establecer relaciones entre conceptos y transferir aprendizajes a problemas distintos de los ya trabajados en clase. Esta apreciación coincide de manera clara con lo evidenciado en la prueba diagnóstica y permite afirmar que el bajo desempeño en generalización y resolución de problemas no constituye una percepción aislada del instrumento cuantitativo, sino una realidad reconocida por quienes participan cotidianamente en la enseñanza de la matemática dentro de la institución.

De igual forma, las entrevistas revelaron que, aunque los docentes reconocen la importancia de promover razonamiento, contextualización y resolución de problemas, en la práctica predominan estrategias de orientación procedimental. Cinco de los seis profesores indicaron que, por razones asociadas al tiempo, a la presión curricular y a la heterogeneidad del grupo, tienden a trabajar con explicaciones dirigidas, modelado de ejercicios y práctica repetitiva. Este dato adquiere especial importancia a la luz del marco histórico y actual desarrollado en la investigación, ya que coincide con las observaciones del Ministerio de Educación Pública sobre la persistencia de metodologías lineales y dirigidas, a pesar de que el currículo costarricense promueve desde 2012 un enfoque centrado en resolución de problemas, contextualización activa y uso inteligente de tecnologías. En consecuencia, los resultados del estudio confirman una tensión ya identificada a nivel nacional: existe una distancia entre el enfoque curricular prescrito y la práctica de aula efectivamente desarrollada.

La revisión documental profundizó todavía más esa interpretación. En los planeamientos e instrumentos de evaluación analizados se observó presencia formal del discurso curricular vinculado con resolución de problemas; no obstante, en la práctica predominó el tratamiento procedimental de contenidos, con escasa presencia de tareas abiertas de modelación matemática, de actividades orientadas a la formulación de supuestos o de evaluaciones centradas en procesos de razonamiento y argumentación. Asimismo, el uso de recursos tecnológicos apareció de manera limitada y más cercano a la exposición o apoyo logístico que a la exploración cognitiva profunda. Estos hallazgos documentales resultan altamente significativos porque confirman que el bajo desempeño estudiantil no puede atribuirse únicamente a limitaciones individuales, sino que debe comprenderse dentro de una estructura pedagógica donde todavía predominan formas de enseñanza y evaluación que no favorecen suficientemente la abstracción, la transferencia ni la validación matemática.

Otro aspecto relevante de la discusión se relaciona con la valoración docente sobre el uso de herramientas de inteligencia artificial. Los seis profesores manifestaron apertura hacia su incorporación como apoyo a la enseñanza de la matemática, especialmente para explicar procedimientos, generar ejemplos, visualizar relaciones o

acompañar procesos de retroalimentación. No obstante, también expresaron preocupaciones vinculadas con el uso acrítico de respuestas automáticas, la dependencia del estudiantado, la necesidad de capacitación y la importancia de mantener el control pedagógico del proceso. Esta posición resulta coherente con los planteamientos de UNESCO (2023), que insisten en una visión humanocéntrica de la inteligencia artificial en educación, y con la revisión sistemática de Holman et al. (2025), cuyos resultados muestran que la IA genera mejores efectos cuando se integra con objetivos instruccionales claros y con mediación docente sostenida. Por consiguiente, el estudio no respalda una incorporación indiscriminada de estas herramientas, sino una integración didáctica regulada y orientada a fortalecer procesos cognitivos concretos.

En ese marco, los hallazgos empíricos del estudio respaldan la pertinencia de una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial como respuesta al problema identificado. La modelación matemática aparece como una vía especialmente adecuada porque permite partir de situaciones contextualizadas, promover la construcción de representaciones, exigir establecimiento de relaciones y conducir progresivamente hacia formas más abstractas de razonamiento. A su vez, las herramientas de inteligencia artificial, entendidas como mediaciones cognitivas y no como sustitutos del pensamiento del estudiante, pueden ampliar la exploración, la retroalimentación y la visualización de relaciones matemáticas durante ese proceso. En atención a lo anterior, la propuesta que se derivará en el capítulo siguiente encuentra sustento tanto en la teoría como en la evidencia empírica producida en el contexto del Liceo Mauro Fernández Acuña.

Desde una mirada más amplia, la discusión confirma que los resultados del estudio son coherentes con la situación educativa costarricense actual. Los desempeños medios-bajos en razonamiento abstracto guardan relación con el panorama nacional reportado por PISA 2022, donde solo el 28% del estudiantado costarricense alcanzó al menos el nivel 2 de competencia matemática, así como con los diagnósticos del Ministerio de Educación Pública que muestran dificultades persistentes en décimo año. No obstante, la investigación aporta un valor adicional: no se limita a reproducir una preocupación ya conocida, sino que desciende al nivel institucional, identifica con

precisión las dimensiones más afectadas, triangula la información desde tres fuentes y genera una base sólida para la transformación pedagógica.

En definitiva, los resultados obtenidos permiten sostener que la problemática del razonamiento abstracto en la educación matemática del grupo estudiado es real, consistente y pedagógicamente significativa. Las limitaciones observadas en generalización, representación e interpretación de problemas, junto con la evidencia de prácticas predominantemente procedimentales y de una integración todavía incipiente de la modelación y de las tecnologías con propósito cognitivo profundo, justifican plenamente la formulación de una propuesta didáctica de transformación. Sobre esta base, el siguiente capítulo desarrollará una estrategia orientada a fortalecer el razonamiento abstracto mediante tareas de modelación matemática apoyadas por herramientas de inteligencia artificial, bajo conducción docente intencional y contextualizada.

CAPÍTULO IV. PROPUESTA DE TRANSFORMACIÓN

El presente capítulo desarrolla la propuesta de transformación derivada del proceso investigativo realizado en el Liceo Mauro Fernández Acuña, a partir de los hallazgos obtenidos en el diagnóstico del razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de décimo año. La finalidad de este apartado no es únicamente presentar una alternativa metodológica, sino concretar una respuesta pedagógica coherente con la problemática identificado, con los fundamentos teóricos revisados y con las condiciones reales del contexto escolar analizado. En esa dirección, la propuesta se orienta al fortalecimiento del razonamiento abstracto mediante una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial, concebida desde una perspectiva pedagógica, contextualizada y viable.

La estructura del capítulo comprende la fundamentación de la propuesta, su organización interna, los objetivos que la orientan, las actividades y recursos necesarios para su implementación, así como los criterios para su valoración, evaluación y validación. De este modo, la propuesta no se presenta como una formulación aislada, sino como el resultado lógico de la articulación entre diagnóstico, teoría y metodología, con el propósito de ofrecer una alternativa de intervención que contribuya de manera concreta a la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el contexto estudiado.

4.1. Fundamentación de la propuesta de transformación.

La propuesta de transformación que se presenta en esta tesis surge de la necesidad de responder, de manera pedagógica, contextualizada y científicamente sustentada, al problema identificado en el Liceo Mauro Fernández Acuña: el nivel predominantemente medio-bajo del razonamiento abstracto en matemática de los estudiantes de décimo año, con debilidades más marcadas en generalización, interpretación de representaciones matemáticas y resolución de problemas. Los resultados del diagnóstico institucional mostraron que una parte imperativa del estudiantado logra reconocer patrones y relaciones inmediatas, pero encuentra mayores

dificultades cuando debe abstraer, justificar, transferir y validar soluciones en situaciones nuevas. A ello se suma que, desde la perspectiva docente y documental, predominan todavía prácticas de orientación procedimental y una presencia limitada de tareas sistemáticas de modelación matemática y de tecnologías con propósito cognitivo profundo. Sobre esta base, la propuesta no se concibe como un agregado externo al proceso de enseñanza, sino como una respuesta de transformación al modo en que se está mediando el aprendizaje matemático en el contexto estudiado.

Desde el punto de vista pedagógico, la propuesta se fundamenta en una concepción constructivista y sociocultural del aprendizaje, según la cual el conocimiento matemático se construye mediante actividad intelectual trascendente, interacción, mediación docente y tránsito progresivo desde lo concreto hacia lo abstracto. Esta perspectiva resulta coherente con los Programas de Estudio de Matemáticas del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, que sitúan la resolución de problemas como estrategia metodológica principal y subrayan la importancia de la contextualización activa, la representación, la comunicación matemática y el uso inteligente de tecnologías digitales. El propio currículo plantea que la enseñanza debe conducir al estudiante desde situaciones concretas hacia formas más abstractas de razonamiento, lo que da sustento directo a una propuesta didáctica orientada al fortalecimiento del razonamiento abstracto.

En el nivel didáctico, la propuesta se apoya en la modelación matemática como enfoque organizador del aprendizaje. Esta decisión se justifica porque la modelación exige que el estudiante interprete una situación, seleccione información relevante, formule relaciones, simbolice, resuelva, interprete resultados y valide su pertinencia frente al contexto original. En otras palabras, activa justamente los procesos que el diagnóstico institucional mostró como más frágiles. La literatura reciente refuerza esta elección: una metasíntesis publicada en *Thinking Skills and Creativity* concluyó que existe una relación bidireccional entre modelación matemática y pensamiento de orden superior, y que esta interacción depende, entre otros factores, de la estructura de las tareas, de las acciones del docente y de la experiencia del estudiantado en el proceso de modelación. Por ello, la propuesta asume la modelación matemática no como actividad

complementaria, sino como vía didáctica central para promover abstracción, transferencia y comprensión profunda.

La fundamentación también es tecnológica, pero desde una postura no tecnocéntrica. La inclusión de herramientas de inteligencia artificial se justifica en la medida en que estas pueden ampliar la exploración matemática, ofrecer retroalimentación, facilitar visualizaciones, contrastar procedimientos y apoyar la revisión de resultados, siempre bajo conducción pedagógica. Esta tesis no parte de la idea de que la IA deba sustituir al docente o resolver por el estudiante, sino de que puede funcionar como mediación cognitiva complementaria dentro de una secuencia didáctica bien estructurada. Esta postura coincide con la orientación de la UNESCO, cuya guía sobre IA generativa en educación propone una visión humanocéntrica, basada en el fortalecimiento de las capacidades de docentes y estudiantes, y no en la automatización acrítica del aprendizaje.

A ello se suma la evidencia reciente sobre IA en educación matemática. Una revisión sistemática de 2025 identificó que las intervenciones con inteligencia artificial en este campo muestran mejores resultados cuando se articulan con objetivos instruccionales claros, se sostienen durante un período suficiente y mantienen la mediación docente como elemento central. La misma revisión subraya que la IA puede mejorar resultados de aprendizaje y participación, pero que su valor depende del diseño pedagógico en que se inserta. Esta conclusión resulta especialmente pertinente para el contexto de la presente tesis, porque la problemática detectada no requiere simplemente “más tecnología”, sino una integración didáctica rigurosa entre modelación matemática, mediación docente e inteligencia artificial.

La propuesta también posee una fundamentación contextual e institucional. El estudio mostró que las prácticas pedagógicas observadas en el centro educativo todavía se orientan en buena medida hacia la explicación de procedimientos y la práctica repetitiva, mientras que las tareas abiertas de modelación, la argumentación y la evaluación de procesos de razonamiento aparecen con menor presencia. Este hallazgo es coherente con la evaluación nacional del enfoque curricular costarricense, que ha documentado tensiones entre el currículo prescrito y su concreción en el aula,

especialmente en lo relativo a resolución de problemas, planificación didáctica y apropiación metodológica del profesorado. En consecuencia, la propuesta de transformación se fundamenta no solo en teorías y estudios previos, sino en una necesidad pedagógica real del contexto institucional donde se aplicará.

Desde la perspectiva cognitiva, la propuesta se orienta a intervenir sobre las dimensiones del razonamiento abstracto que mostraron mayor fragilidad en el diagnóstico: la generalización, la interpretación de representaciones y la resolución de problemas. La lógica subyacente es que estas dimensiones pueden fortalecerse si el estudiante trabaja con tareas contextualizadas que le exijan representar, simplificar, relacionar, simbolizar y validar, y si durante ese proceso dispone de apoyos que favorezcan la reflexión y la retroalimentación. Así, la propuesta didáctica se construye sobre el supuesto de que el razonamiento abstracto no es una capacidad fija, sino una competencia susceptible de desarrollo mediante experiencias de aprendizaje intencionalmente diseñadas.

En el nivel metodológico, la propuesta encuentra sustento en la estructura misma de la investigación. El enfoque mixto permitió diagnosticar la problemática con base en evidencia cuantitativa, explicarlo con apoyo de información cualitativa y contrastarlo mediante análisis documental. Por ello, la propuesta que se deriva de esos resultados no nace de una especulación teórica desvinculada del aula, sino de un proceso investigativo que articuló diagnóstico, interpretación y construcción de alternativas. Esta condición fortalece su pertinencia, porque la propuesta responde directamente a las necesidades identificadas en los 152 estudiantes de décimo año y en la práctica pedagógica reportada por los 6 docentes participantes.

En términos de transformación educativa, la propuesta se justifica porque busca modificar tres aspectos del estado actual del problema. En primer lugar, pretende desplazar parcialmente el predominio de tareas centradas en la reproducción de procedimientos hacia experiencias de aprendizaje basadas en modelación matemática. En segundo lugar, busca incorporar herramientas de inteligencia artificial como mediaciones de exploración, representación y retroalimentación, en lugar de usarlas únicamente como apoyo expositivo o de consulta. En tercer lugar, procura fortalecer el

papel del docente como mediador del razonamiento matemático, favoreciendo una práctica más coherente con el currículo costarricense y con las demandas cognitivas del aprendizaje actual. Desde esta perspectiva, la propuesta no solo pretende mejorar resultados de corto plazo, sino contribuir a una reorientación didáctica más profunda del proceso de enseñanza-aprendizaje.

De este modo, la fundamentación de la propuesta de transformación se sostiene en una convergencia de evidencias: los hallazgos diagnósticos del estudio, la teoría del aprendizaje matemático, el valor didáctico de la modelación matemática, la integración humanocéntrica y pedagógicamente regulada de la inteligencia artificial, y el marco curricular costarricense orientado a resolución de problemas, contextualización y uso inteligente de tecnologías. A partir de esta base, la propuesta adquiere legitimidad científica, pertinencia contextual y viabilidad pedagógica como respuesta al problema investigado en el Liceo Mauro Fernández Acuña.

4.2. Descripción de la propuesta de transformación.

La propuesta de transformación se estructura como una estrategia didáctica integral de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial, orientada al fortalecimiento del razonamiento abstracto en estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña. Su diseño parte de una premisa central: la problemática detectada en el estudio no puede resolverse únicamente con más ejercicios, más tecnología o más exposición docente, sino mediante una reorganización de la experiencia de aprendizaje matemático, de manera que el estudiante pase de ser ejecutor de procedimientos a constructor de relaciones, representaciones, generalizaciones y decisiones matemáticas contextualizadas.

La propuesta se denomina:

Estrategia Didáctica Inteligente de Modelación Matemática Asistida por IA para el Fortalecimiento del Razonamiento Abstracto (EDIMIA)

Cabe destacar que el carácter inteligente de la propuesta no se limita al uso de herramientas de inteligencia artificial. La inteligencia de la estrategia reside, sobre todo,

en su arquitectura pedagógica: diagnóstica, adapta, secuencia, retroalimenta, contextualiza y evalúa procesos de pensamiento, no solo productos finales. En esa lógica, la IA se incorpora como mediación cognitiva, apoyo didáctico y recurso de retroalimentación, siempre subordinada a la intencionalidad pedagógica del docente y al desarrollo de la autonomía intelectual del estudiante.

4.2.1. Naturaleza de la propuesta.

La propuesta posee naturaleza didáctica, tecnológica, formativa y transformadora. Cabe destacar que es didáctica porque reorganiza la enseñanza de la matemática desde tareas de modelación contextualizada, secuencias de mediación y procesos de razonamiento.

Desde esta perspectiva, es tecnológica porque integra herramientas de inteligencia artificial de forma planificada, crítica y pedagógicamente regulada. No obstante, es formativa porque se orienta al desarrollo de capacidades cognitivas superiores, especialmente generalización, interpretación, representación, argumentación y resolución de problemas. Asimismo, es transformadora porque busca modificar el estado actual del problema diagnosticado, desplazando prácticas de enseñanza predominantemente procedimentales hacia experiencias de aprendizaje centradas en comprensión, modelación y abstracción.

No se trata, por tanto, de una colección de actividades aisladas ni de una intervención centrada únicamente en el uso de recursos digitales. Se trata de un modelo de intervención pedagógica estructurado, con componentes claramente definidos, secuencia progresiva, criterios de mediación y mecanismos de evaluación.

La representación gráfica de la propuesta EDIMIA permite visualizar la relación entre diagnóstico, fases de intervención, mediaciones pedagógicas y resultados esperados en el fortalecimiento del razonamiento abstracto.

Arquitectura pedagógica de la propuesta EDIMIA

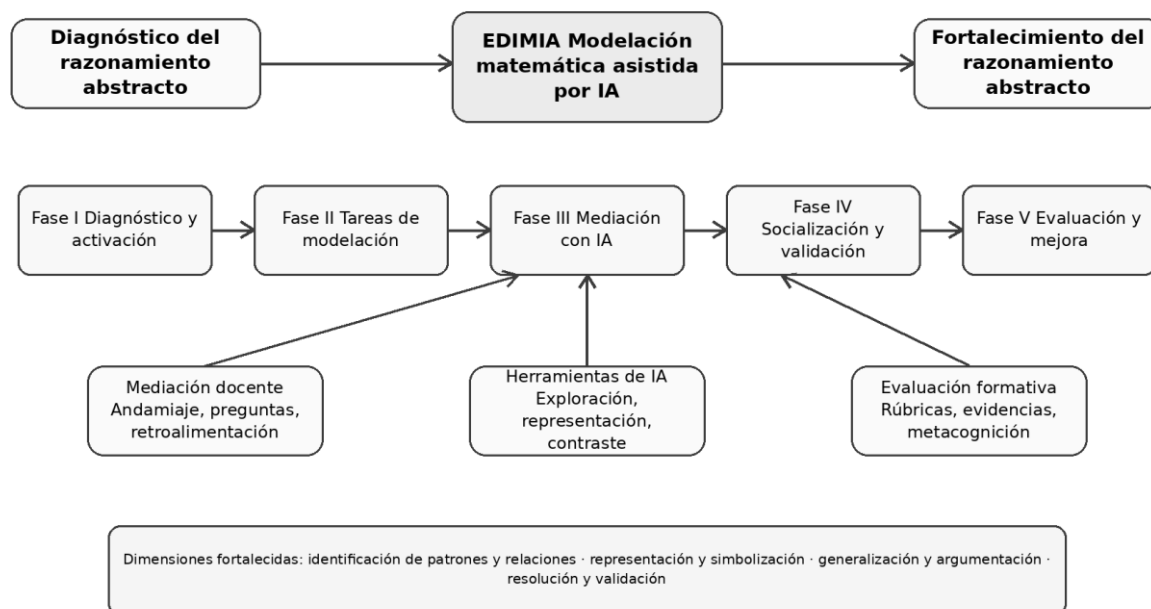


Figura 5. Representación gráfica de la propuesta EDIMIA

4.2.2. Núcleos estructurales de la propuesta.

En este sentido, la propuesta se organiza en seis núcleos estructurales integrados, cada uno de los cuales cumple una función específica dentro del proceso de transformación.

a) Núcleo de contextualización matemática.

Desde esta perspectiva, este primer núcleo parte de situaciones cercanas, relevantes y cognitivamente retadoras para el estudiantado. La matemática no se presenta como un sistema abstracto desligado de la realidad, sino como una herramienta para comprender, representar y resolver fenómenos de su entorno escolar, social, cotidiano o académico.

Aquí se introducen problemas vinculados con:

- variación y cambio,

- patrones,
- proporcionalidad,
- relaciones funcionales,
- interpretación de datos,
- optimización de situaciones simples,
- y fenómenos susceptibles de representación matemática.

En consecuencia, la contextualización no cumple una función decorativa. Su propósito es activar significado, motivación cognitiva y conexión entre experiencia y estructura matemática.

b) Núcleo de modelación matemática guiada.

En este sentido, este núcleo constituye el corazón de la propuesta. El estudiante trabaja con tareas organizadas según un ciclo de modelación adaptado al contexto escolar:

1. comprensión de la situación;
2. identificación de datos relevantes;
3. formulación de supuestos;
4. construcción de representaciones;
5. matematización;
6. resolución dentro del modelo;
7. interpretación del resultado;
8. validación y ajuste.

En consecuencia, la innovación aquí radica en que el proceso no se reduce a “resolver problemas”, sino a pensar matemáticamente una situación, construir una representación de ella y justificar la pertinencia de la solución obtenida.

c) Núcleo de mediación docente estratégica.

Así, la propuesta reconoce que el cambio pedagógico no depende solo de la tarea, sino de la mediación. Por ello, incorpora un componente explícito de intervención docente mediante:

- preguntas de andamiaje;
- activación de conocimientos previos;
- guías de observación del razonamiento;
- retroalimentación metacognitiva;
- modelado de procesos de validación;
- y regulación del uso de IA.

Cabe subrayar que aquí el docente deja de ser solo expositor de procedimientos para convertirse en diseñador de experiencias matemáticas, mediador del pensamiento abstracto y regulador crítico del trabajo con inteligencia artificial.

d) Núcleo de integración pedagógica de inteligencia artificial.

Véase por qué, este componente diferencia sustancialmente la propuesta de otras intervenciones convencionales. La IA no se incorpora como respuesta automática, ni como sustitución del esfuerzo cognitivo del estudiante. Se integra bajo cuatro funciones pedagógicas específicas:

- exploración: generar ejemplos, contraejemplos, simulaciones o variaciones de un problema;
- representación: apoyar visualizaciones, reformulaciones y traducciones entre lenguaje verbal, tabular, gráfico y algebraico;
- retroalimentación: ofrecer contraste de procedimientos y revisión de errores;
- metacognición: invitar al estudiante a justificar, comparar y evaluar la validez de una respuesta.

No obstante, la propuesta, en ese sentido, supera enfoques superficiales de “usar ChatGPT en clase”, porque establece reglas, propósitos, límites y criterios de uso

didáctico. La IA no responde por el estudiante: provoca pensamiento, contraste y revisión.

e) Núcleo de evaluación formativa del razonamiento abstracto.

En este sentido, la propuesta introduce un cambio imperativo en la evaluación. En lugar de centrarse únicamente en la respuesta final correcta, incorpora valoración de:

- identificación de relaciones;
- calidad de las representaciones;
- formulación de generalizaciones;
- justificación de procedimientos;
- interpretación de resultados;
- validación del modelo utilizado.

En consecuencia, esto implica usar:

- rúbricas analíticas;
- listas de cotejo;
- registros de desempeño por indicador;
- autoevaluación y coevaluación;
- y evidencias de proceso.

A este respecto, la innovación evaluativa de la propuesta consiste en que mide pensamiento matemático en acción, no solo rendimiento terminal.

f) Núcleo de transferencia y consolidación.

El último núcleo busca evitar que el aprendizaje quede atrapado en una tarea puntual. Las actividades se diseñan para que el estudiante:

- transfiera relaciones a nuevas situaciones;
- compare modelos distintos;
- refine sus representaciones;
- identifique errores de razonamiento;

- y produzca generalizaciones cada vez más estables.

Desde esta perspectiva, este componente es esencial porque el diagnóstico mostró precisamente debilidades en transferencia, generalización e interpretación.

4.2.3. Arquitectura pedagógica de la propuesta.

La propuesta adopta una arquitectura pedagógica de tipo secuencial, espiral y adaptativa. Cabe destacar que es secuencial porque sigue una progresión organizada desde situaciones contextualizadas hasta niveles más complejos de abstracción.

Desde esta perspectiva, es espiral porque los mismos procesos cognitivos — representar, generalizar, interpretar, validar— reaparecen en diferentes tareas con mayor profundidad. Es adaptativa porque permite ajustar la mediación docente, el nivel de apoyo de IA y la complejidad de las tareas según el desempeño del grupo.

No obstante, esta arquitectura responde mejor a la realidad diagnosticada del centro educativo, donde coexistieron estudiantes con distintos niveles de desempeño, edades entre 14 y 17 años y trayectorias escolares heterogéneas.

4.2.4. Fases de la propuesta.

La estrategia EDIMIA se organiza en cuatro fases operativas, cada una con un propósito pedagógico preciso.

Fase 1. Activación y diagnóstico del pensamiento matemático.

Cabe destacar que se identifican saberes previos, errores frecuentes, formas de representación predominantes y nivel inicial de razonamiento abstracto del grupo. Esta fase permite ajustar la intervención a la realidad del aula y evita aplicar una propuesta genérica.

Fase 2. Intervención mediante modelación matemática contextualizada.

Se desarrollan secuencias didácticas basadas en problemas significativos, donde el estudiante debe comprender, representar, matematizar, resolver e interpretar. Esta fase constituye el espacio central de construcción del razonamiento abstracto.

Fase 3. Mediación inteligente con apoyo de IA.

En esta fase se incorporan herramientas de inteligencia artificial bajo criterios pedagógicos definidos, para ampliar exploración, contraste y retroalimentación. La IA se usa como recurso de profundización y regulación cognitiva, no como generador de respuestas terminadas.

Fase 4. Evaluación, reflexión y transferencia.

Seguidamente, se valora el desempeño del estudiante a partir de evidencias de proceso y producto, se promueve la reflexión metacognitiva y se trabajan nuevas tareas para consolidar y transferir lo aprendido.

4.2.5. Argumentos innovadores de la propuesta.

La propuesta destaca por encima de intervenciones didácticas más convencionales por varias razones.

Cabe destacar que la primera es que integra modelación matemática e inteligencia artificial dentro de una misma arquitectura pedagógica, en lugar de tratarlas como elementos separados.

La segunda es que se orienta explícitamente al fortalecimiento del razonamiento abstracto, no solo al rendimiento matemático general.

La tercera es que asume la IA como mediación cognitiva regulada, con enfoque ético, crítico y humanocéntrico.

Asimismo, la cuarta es que articula pedagogía, didáctica, evaluación, psicología del aprendizaje y tecnología educativa, evitando visiones parciales o instrumentales.

La quinta es que nace de un **diagnóstico real del contexto institucional**, lo que incrementa su pertinencia y viabilidad.

En este sentido, la sexta es que transforma simultáneamente cuatro planos del proceso educativo:

- el tipo de tarea matemática,
- el papel del docente,
- el uso de la tecnología,
- y la lógica de evaluación.

4.2.6. Viabilidad de la propuesta.

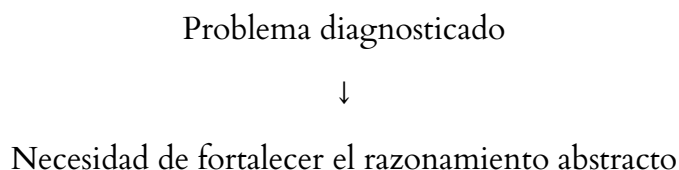
La propuesta fue concebida para ser viable en el contexto del Liceo Mauro Fernández Acuña. Su diseño no depende de infraestructuras extraordinarias ni de tecnologías de alta complejidad. Puede implementarse con:

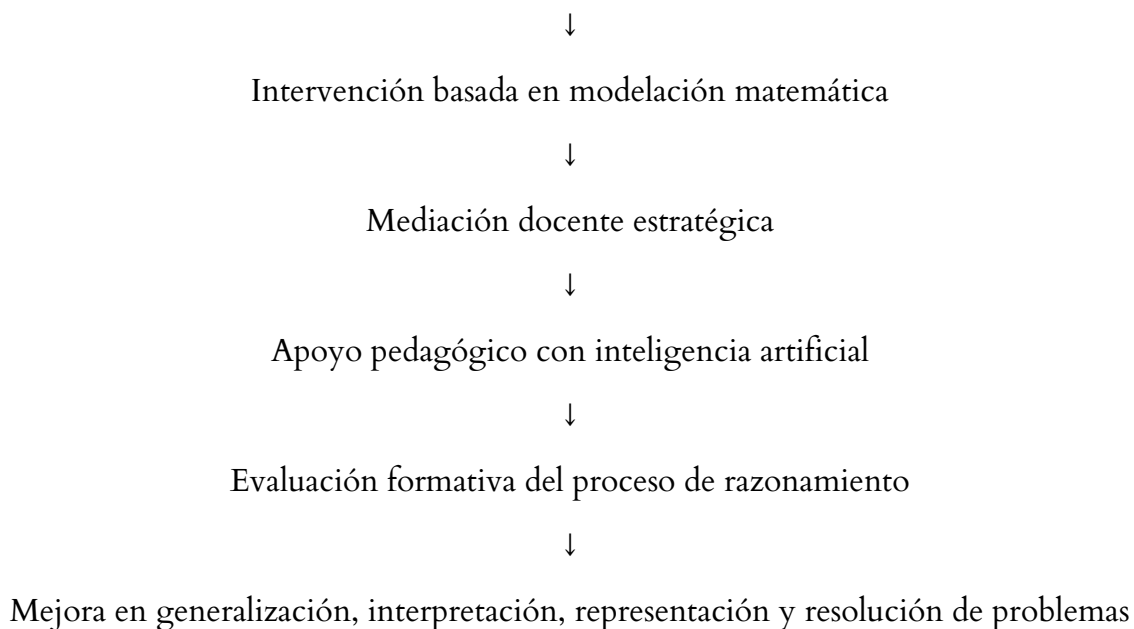
- acceso básico a dispositivos digitales disponibles en la institución o en modalidad compartida;
- herramientas de IA de empleo educativo accesible;
- planificación docente estructurada;
- y mediación pedagógica intencional.

Aunado a ello, la estrategia puede aplicarse de forma gradual, por unidades o secuencias, sin requerir una transformación abrupta de todo el currículo. Esto incrementa su factibilidad y facilita su apropiación por parte del profesorado.

4.2.7. Estructura sistémica de la propuesta.

En términos sistémicos, la propuesta puede representarse así:





Esta lógica muestra que la propuesta no es lineal ni fragmentada, sino una estructura donde cada componente cumple una función interdependiente.

4.2.8. Alcance transformador de la propuesta.

Desde esta perspectiva, la estructura de la propuesta permite pasar de un escenario caracterizado por debilidades en abstracción, predominio de prácticas procedimentales y uso limitado de tecnologías con sentido pedagógico, hacia un modelo de enseñanza más coherente con:

- el currículo costarricense;
- las necesidades cognitivas del estudiantado;
- la mediación docente de calidad;
- y los desafíos contemporáneos de la educación matemática.

De este modo, la propuesta EDIMIA se configura como una alternativa innovadora, contextualizada, pedagógicamente robusta y metodológicamente viable, capaz de responder al problema diagnosticado no desde una lógica remedial mínima, sino desde una transformación didáctica sustantiva del aprendizaje matemático en décimo año.

4.3. Objetivos de la propuesta de transformación.

Los objetivos de la propuesta de transformación definen la direccionalidad pedagógica, didáctica y operativa de la estrategia EDIMIA (Estrategia Didáctica Inteligente de Modelación Matemática Asistida por IA para el Fortalecimiento del Razonamiento Abstracto). A diferencia de los objetivos generales de la investigación, que orientaron el proceso de diagnóstico, análisis e interpretación del problema, los objetivos de la propuesta se enfocan en la acción transformadora que se pretende desarrollar en el contexto educativo del Liceo Mauro Fernández Acuña.

En este sentido, los objetivos de la propuesta responden a tres exigencias centrales:

- primero, atender las debilidades diagnosticadas en el razonamiento abstracto del estudiantado;
- segundo, reorganizar la mediación pedagógica de la enseñanza matemática mediante tareas de modelación contextualizada;
- y tercero, incorporar herramientas de inteligencia artificial de manera crítica, regulada y pedagógicamente pertinente, de modo que su uso contribuya al desarrollo cognitivo del estudiante y no a la simple automatización de respuestas.

4.3.1. Objetivo general de la propuesta.

Implementar una estrategia didáctica inteligente de modelación matemática asistida por herramientas de inteligencia artificial para fortalecer el razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica.

Este objetivo general expresa con claridad el propósito transformador de la propuesta. La elección del verbo implementar responde a la naturaleza aplicada de la estrategia, ya que no se trata solo de diseñar una alternativa metodológica, sino de estructurar una propuesta susceptible de ser puesta en práctica en el contexto institucional. Del mismo modo, el objetivo especifica el medio principal de intervención

—la modelación matemática asistida por IA— y la capacidad cognitiva prioritaria que se busca fortalecer: el razonamiento abstracto.

4.3.2. Objetivos específicos de la propuesta.

1. Diseñar secuencias didácticas de modelación matemática contextualizada que permitan al estudiantado interpretar situaciones, establecer relaciones, construir representaciones, generalizar patrones y validar soluciones en problemas matemáticos relevantes para su nivel educativo.

Este objetivo responde directamente a una de las principales debilidades detectadas en el diagnóstico: la dificultad del estudiantado para pasar del reconocimiento de regularidades a la generalización y a la validación de soluciones. La secuencia didáctica se convierte aquí en el núcleo organizador del aprendizaje.

2. Incorporar herramientas de inteligencia artificial como mediaciones pedagógicas de exploración, representación, contraste y retroalimentación, regulando su uso mediante criterios éticos, didácticos y cognitivos acordes con el contexto escolar.

Este objetivo distingue la propuesta de enfoques superficiales de integración tecnológica. La IA no se incorpora como recurso accesorio, sino como apoyo estructurado al pensamiento matemático, siempre bajo conducción docente y con énfasis en el desarrollo de autonomía intelectual.

3. Fortalecer la mediación docente mediante orientaciones pedagógicas, preguntas de andamiaje, criterios de acompañamiento y recursos de evaluación formativa que favorezcan el desarrollo del razonamiento abstracto durante el trabajo con tareas de modelación matemática.

Este objetivo reconoce que la transformación no depende solo del diseño de tareas o del uso de herramientas digitales, sino de la intervención profesional del docente como mediador del pensamiento, regulador del proceso y generador de oportunidades de reflexión matemática.

4. Promover en los estudiantes procesos de razonamiento abstracto vinculados con identificación de patrones, establecimiento de relaciones, interpretación de representaciones, generalización y resolución de problemas, a través de experiencias de aprendizaje progresivas, contextualizadas y cognitivamente retadoras.

Con este objetivo se traduce la variable dependiente del estudio en términos pedagógicos concretos, vinculando directamente los indicadores evaluados en el diagnóstico con las capacidades que la propuesta busca desarrollar.

5. Establecer un sistema de evaluación formativa que permita valorar no solo los resultados finales del aprendizaje matemático, sino también los procesos de representación, argumentación, modelación, validación y transferencia desarrollados por el estudiantado.

Este objetivo introduce una innovación evaluativa imperativo, al desplazar el énfasis exclusivo en la respuesta correcta hacia la observación de procesos cognitivos y metacognitivos que constituyen el núcleo del razonamiento abstracto.

6. Favorecer la transferencia del aprendizaje matemático a nuevas situaciones mediante actividades de consolidación, comparación de modelos, reformulación de problemas y análisis reflexivo de soluciones, con el fin de estabilizar el desarrollo del pensamiento abstracto.

La inclusión de este objetivo resulta esencial porque el diagnóstico mostró limitaciones en transferencia y resolución de problemas nuevos. Por ello, la propuesta no debe agotarse en la ejecución de tareas aisladas, sino propiciar continuidad y proyección del aprendizaje.

4.3.3. Coherencia interna de los objetivos de la propuesta.

Los objetivos planteados guardan coherencia con la estructura general de la estrategia EDIMIA y con los hallazgos del estudio. El objetivo general expresa la intención transformadora de la propuesta, mientras que los objetivos específicos distribuyen esa intención en componentes operativos claramente diferenciados: diseño

de secuencias, integración pedagógica de IA, fortalecimiento de la mediación docente, desarrollo de procesos de razonamiento, evaluación formativa y transferencia del aprendizaje.

Esta articulación resulta especialmente relevante porque evita que la propuesta se reduzca a una innovación tecnológica aislada o a una simple reordenación metodológica. Por el contrario, los objetivos configuran una intervención pedagógica integral, donde enseñanza, aprendizaje, evaluación, tecnología y desarrollo cognitivo se integran en una sola dirección transformadora.

De este modo, los objetivos de la propuesta establecen la base funcional sobre la cual se desarrollarán, en los apartados siguientes, las actividades, fases, recursos y mecanismos de valoración de la estrategia didáctica propuesta para el Liceo Mauro Fernández Acuña.

4.4. Actividades, fases y/o etapas de la propuesta de transformación.

A partir de este análisis, la propuesta EDIMIA se estructura en fases articuladas, progresivas y complementarias. Su objetivo es transformar la enseñanza de la matemática, transitando de una lógica de reproducción procedimental hacia un modelo basado en la modelación, la mediación docente estratégica, la evaluación formativa y el uso pedagógico sistemático de la inteligencia artificial. Esta arquitectura responde al diagnóstico institucional y a las condiciones del contexto, buscando fortalecer el razonamiento abstracto de manera sistemática, gradual y sostenible.

La estrategia se concibe como un dispositivo didáctico de implementación modular, lo que significa que puede desarrollarse por unidades, secuencias o bloques de trabajo, sin exigir una ruptura abrupta de la planificación institucional. Esta característica incrementa su viabilidad y favorece su apropiación por parte del profesorado.

Para su implementación, la propuesta se estructura en cinco fases:

1. diagnóstico pedagógico y activación,

2. diseño y preparación de secuencias,
3. desarrollo de experiencias de modelación asistida por IA,
4. evaluación formativa y retroalimentación,
5. transferencia, consolidación y mejora continua.

4.4.1. Fase I. Diagnóstico pedagógico y activación del aprendizaje.

En este marco operativo, esta primera fase tiene como propósito establecer las condiciones iniciales de trabajo, activar conocimientos previos y preparar al estudiantado para una forma distinta de aprender matemática. No se trata únicamente de identificar debilidades, sino de comprender el punto de partida cognitivo, actitudinal y metodológico del grupo para ajustar la intervención de manera realista.

Objetivos de la fase

- Reconocer el nivel inicial del razonamiento abstracto del estudiantado.
- Identificar fortalezas y debilidades en representación, generalización e interpretación matemática.
- Explorar percepciones previas sobre el uso de tecnologías y herramientas de IA en el aprendizaje.
- Sensibilizar a estudiantes y docentes sobre la lógica de trabajo basada en modelación matemática.

Actividades principales

1. Socialización inicial de la estrategia

Presentación de la propuesta al grupo, explicación de su propósito, metodología de trabajo y rol esperado de estudiantes y docentes.

2. Activación de saberes previos

Desarrollo de tareas cortas de exploración matemática para identificar formas de razonamiento, estrategias espontáneas y errores frecuentes.

3. Revisión diagnóstica de desempeño

Uso de los resultados del diagnóstico previo como línea base para organizar apoyos, ritmos y niveles de complejidad.

4. Inducción al trabajo con IA educativa

Orientación básica sobre uso responsable, ético y crítico de herramientas de inteligencia artificial como apoyo al aprendizaje matemático.

5. Construcción de acuerdos pedagógicos

Definición conjunta de normas de trabajo, criterios de participación, uso regulado de tecnología y expectativas de desempeño.

Producto de la fase

- Perfil inicial del grupo.
- Identificación de necesidades prioritarias de mediación.
- Acuerdos pedagógicos para el desarrollo de la estrategia.

4.4.2. Fase II. Diseño y preparación de secuencias didácticas contextualizadas.

La segunda fase se orienta a la preparación técnica y pedagógica de las experiencias de aprendizaje. Aquí se estructuran las secuencias didácticas, los problemas de modelación, las mediaciones docentes y los momentos de integración de inteligencia artificial.

Objetivos de la fase

- Diseñar tareas de modelación matemática contextualizadas al nivel de décimo año.

- Seleccionar herramientas de IA pertinentes para apoyar exploración, representación y retroalimentación.
- Planificar mediaciones docentes y criterios de evaluación formativa.
- Garantizar coherencia entre problema, actividad, recurso y capacidad cognitiva a desarrollar.

Actividades principales.

1. Selección de situaciones contextualizadas

Diseño de problemas vinculados con contextos cercanos al estudiantado, por ejemplo:

- crecimiento y variación,
- consumo y presupuesto,
- relaciones entre magnitudes,
- interpretación de datos,
- patrones y regularidades,
- fenómenos escolares o cotidianos susceptibles de matematización.

2. Diseño de secuencias de modelación

Organización de actividades según un ciclo de modelación escolar:

- comprensión de la situación,
- selección de información,
- formulación de supuestos,
- representación,
- matematización,

- resolución,
- interpretación,
- validación.

3. Selección funcional de herramientas de IA

Identificación de herramientas que puedan cumplir funciones concretas:

- generar ejemplos y contraejemplos,
- ayudar a visualizar relaciones,
- reformular problemas,
- comparar procedimientos,
- ofrecer retroalimentación inicial.

4. Diseño de guías de mediación docente

Elaboración de preguntas de andamiaje, orientaciones de acompañamiento y momentos de intervención pedagógica.

5. Construcción de instrumentos de evaluación formativa

Diseño de rúbricas, listas de cotejo, registros de observación y guías de autoevaluación centradas en procesos de razonamiento.

Producto de la fase

- Secuencias didácticas estructuradas.
- Banco de tareas de modelación matemática.
- Protocolo pedagógico de uso de IA.
- Instrumentos de evaluación formativa.

4.4.3. Fase III. Desarrollo de experiencias de modelación matemática asistida por IA.

En esta fase, esta fase constituye el núcleo operativo de la propuesta. Aquí se desarrollan las secuencias didácticas con el estudiantado, combinando trabajo individual, colaborativo y mediado, con el empleo intencional de inteligencia artificial como recurso de exploración y retroalimentación.

Objetivos de la fase

- Favorecer el razonamiento abstracto mediante tareas de modelación matemática.
- Desarrollar procesos de representación, generalización, interpretación y validación.
- Incorporar IA como apoyo cognitivo regulado por el docente.
- Promover participación activa, argumentación y autonomía intelectual.

Actividades principales

1. Presentación de la situación problema

El docente introduce una situación contextualizada y cognitivamente desafiante, evitando iniciar con el procedimiento matemático formal.

2. Comprensión y análisis de la situación

El estudiantado identifica datos relevantes, variables implicadas, relaciones posibles y condiciones del problema.

3. Formulación de supuestos

Los estudiantes construyen hipótesis de trabajo y delimitan el problema desde una lógica matemática.

4. Construcción de representaciones

Elaboración de tablas, diagramas, expresiones algebraicas, gráficos u otras formas de representación.

5. Uso de IA para exploración y contraste

La herramienta de IA se emplea para:

- solicitar ejemplos alternativos,
- comparar representaciones,
- identificar errores,
- generar preguntas de profundización,
- visualizar posibles patrones o relaciones.

6. Matematización y resolución

Los estudiantes transforman la situación en un modelo matemático y desarrollan el procedimiento de resolución.

7. Interpretación y validación

Se analiza si la solución obtenida tiene sentido en el contexto original y si el modelo utilizado resulta adecuado.

8. Discusión colectiva y metacognición

El grupo compara estrategias, revisa decisiones, identifica errores y reflexiona sobre el proceso de razonamiento seguido.

Estrategias metodológicas de apoyo

- trabajo cooperativo por parejas o pequeños grupos;
- preguntas de andamiaje;
- modelado docente de validación;

- pausas metacognitivas;
- uso guiado y supervisado de IA;
- socialización de soluciones múltiples.

Producto de la fase

- Evidencias de modelación matemática.
- Producciones escritas y orales del estudiantado.
- Registros de razonamiento y validación.
- Interacciones guiadas con herramientas de IA.

4.4.4. Fase IV. Evaluación formativa, retroalimentación y ajuste pedagógico.

Así pues, la cuarta fase se enfoca en valorar el desarrollo del razonamiento abstracto durante el proceso, no solo al final. La evaluación se concibe como una herramienta para retroalimentar, ajustar y profundizar el aprendizaje.

Objetivos de la fase

- Valorar avances en las dimensiones del razonamiento abstracto.
- Retroalimentar procesos de representación, generalización y resolución.
- Identificar obstáculos persistentes y necesidades de reenseñanza.
- Ajustar la secuencia didáctica según el desempeño del grupo.

Actividades principales

1. Aplicación de rúbricas analíticas

Evaluación de indicadores como:

- calidad de las representaciones,

- establecimiento de relaciones,
- coherencia del modelo,
- interpretación de resultados,
- nivel de generalización.

2. Retroalimentación inmediata

Comentarios docentes y apoyo de IA para revisar errores, comparar procedimientos y mejorar respuestas.

3. Autoevaluación y coevaluación

Los estudiantes valoran su propio desempeño y el de sus compañeros en función de criterios explícitos.

4. Revisión de producciones intermedias

Análisis de borradores, esquemas, tablas, gráficas y respuestas parciales.

5. Ajuste de actividades

Reorganización de tareas o apoyos según las dificultades detectadas en el grupo.

Producto de la fase

- Registros de avance por indicador.
- Evidencias de mejora y dificultades persistentes.
- Ajustes didácticos para reforzamiento o profundización.

4.4.5. Fase V. Transferencia, consolidación y mejora continua.

La última fase busca estabilizar el aprendizaje y asegurar que los avances no queden restringidos a una tarea específica. Se centra en la transferencia del razonamiento abstracto a nuevas situaciones y en la consolidación de una cultura de aprendizaje matemático más reflexiva.

Objetivos de la fase

- Consolidar habilidades de razonamiento abstracto desarrolladas durante la intervención.
- Favorecer la transferencia del aprendizaje a problemas nuevos.
- Establecer mecanismos de mejora continua de la propuesta.
- Generar insumos para futuras decisiones pedagógicas institucionales.

Actividades principales

1. Resolución de nuevas situaciones problema
Aplicación de tareas distintas a las trabajadas previamente, pero con estructuras matemáticas relacionadas.
2. Comparación de modelos
Análisis de distintas formas de representar o resolver una misma situación.
3. Generalización y extensión
Reformulación de problemas para ampliar el alcance del modelo construido.
4. Reflexión final sobre el aprendizaje
Identificación de lo aprendido, de las estrategias más útiles y de los cambios observados en la forma de pensar matemáticamente.
5. Valoración docente de la propuesta
Revisión de logros, dificultades y posibilidades de sostenibilidad o ampliación.
6. Ajuste y sistematización
Registro de observaciones para perfeccionar futuras implementaciones de la estrategia.

Producto de la fase

- Evidencias de transferencia del aprendizaje.

- Sistematización de logros y ajustes.
- Retroalimentación para continuidad institucional.

4.4.6. Secuencia temporal sugerida de implementación.

Conforme a la estructura lógica, la propuesta puede implementarse en un bloque de 8 a 12 semanas, según la disponibilidad institucional y la planificación docente. Una distribución viable sería la siguiente:

Tabla 7. Secuencia temporal de implementación sugerida.

Fase	Tiempo estimado	Finalidad principal
Fase I. Diagnóstico y activación	1 a 2 semanas	Preparar el contexto y activar saberes
Fase II. Diseño y preparación	1 a 2 semanas	Organizar tareas, recursos e instrumentos
Fase III. Desarrollo de experiencias	4 a 5 semanas	Implementar secuencias de modelación asistida por IA
Fase IV. Evaluación y retroalimentación	1 a 2 semanas	Valorar avances y ajustar mediaciones
Fase V. Transferencia y consolidación	1 semana	Estabilizar y proyectar el aprendizaje

Fuente: Elaboración propia como parte de la secuencia temporal sugerida para la implementación de la propuesta EDIMIA.

Esta temporalidad puede adaptarse al calendario escolar sin perder la lógica progresiva de la estrategia

4.4.7. Criterios pedagógicos transversales de la implementación.

Durante todas las fases, la propuesta debe regirse por criterios transversales que garanticen calidad y coherencia:

- pertinencia contextual, para vincular la matemática con experiencias significativas del estudiantado;
- mediación docente intencional, para evitar que la tecnología sustituya la reflexión;
- uso crítico de la IA, bajo reglas claras, supervisión y propósito formativo;
- evaluación centrada en procesos, no solo en respuestas correctas;
- atención a la diversidad, considerando ritmos, trayectorias y necesidades del grupo;
- metacognición, como componente permanente del trabajo matemático.

4.4.8. Sentido transformador de las fases y actividades.

En lo que atañe a la estructura de actividades, fases y etapas de la propuesta no obedece a una organización administrativa, sino a una lógica de transformación pedagógica. Cada fase cumple una función específica dentro del cambio que se pretende generar: diagnosticar para intervenir con precisión, diseñar con intencionalidad, mediar con profundidad, evaluar para mejorar y consolidar para transferir. Esta secuencia permite que la propuesta no quede reducida a una innovación puntual, sino que se convierta en una estrategia con potencial de impacto real sobre la manera de enseñar y aprender matemática en décimo año.

De este modo, la propuesta EDIMIA articula pedagogía, didáctica, psicología del aprendizaje, evaluación formativa, tecnología educativa e inteligencia artificial en una

sola estructura operativa, capaz de responder al problema diagnosticado en el Liceo Mauro Fernández Acuña desde una lógica innovadora, sólida y viable.

4.5. Recursos necesarios para la aplicación de la propuesta.

La viabilidad de la propuesta EDIMIA depende de la disponibilidad, organización y uso pedagógico de recursos humanos, didácticos, tecnológicos, materiales, temporales, organizativos, formativos y éticos. Esta precisión resulta necesaria porque una propuesta de transformación no se sostiene únicamente por su fundamentación teórica, sino por las condiciones concretas que permiten aplicarla, evaluarla y ajustarla en el contexto institucional del Liceo Mauro Fernández Acuña durante el I período del curso lectivo 2026.

La estrategia se concibe desde un criterio de factibilidad contextual. Por ello, no requiere una infraestructura tecnológica extraordinaria ni inversiones de alta complejidad, sino una articulación planificada entre recursos disponibles, mediación docente, secuencias de modelación matemática, herramientas de inteligencia artificial de acceso controlado y mecanismos de evaluación formativa.

4.5.1. Recursos humanos

El recurso humano constituye el eje central de la propuesta. La aplicación de EDIMIA requiere la participación del docente de matemática, del estudiantado de décimo año y del apoyo institucional. El docente asume la mediación pedagógica, el diseño de tareas de modelación, la formulación de preguntas de andamiaje, la regulación del uso de inteligencia artificial y la evaluación formativa de los procesos de razonamiento. El estudiantado participa como agente activo en la interpretación de situaciones, construcción de representaciones, argumentación, validación de resultados y reflexión metacognitiva. La coordinación institucional facilita horarios, espacios, conectividad, disponibilidad de recursos y acompañamiento organizativo.

4.5.2. Recursos didácticos

Los recursos didácticos permiten convertir la propuesta en una intervención sistemática. Se requieren secuencias didácticas de modelación matemática, guías de trabajo para estudiantes, problemas contextualizados para décimo año, rúbricas de evaluación formativa, listas de cotejo por indicadores de razonamiento abstracto, guías de observación docente, formatos de autoevaluación y coevaluación, protocolos de uso pedagógico de IA e instrumentos de registro de evidencias.

4.5.3. Recursos tecnológicos

Los recursos tecnológicos se organizan en tres niveles. Como recursos básicos se consideran: dispositivos digitales por pareja o pequeño grupo, conectividad suficiente, proyector o pantalla, acceso controlado a una herramienta de inteligencia artificial de uso educativo y software matemático accesible, como hojas de cálculo, calculadora científica o entornos de representación gráfica. Como recursos deseables se incluyen laboratorio de informática, aula móvil, plataforma virtual, herramientas de visualización matemática y repositorio digital de evidencias. Como recursos complementarios pueden incorporarse paneles interactivos, entornos colaborativos y asistentes de retroalimentación automatizada con supervisión humana.

4.5.4. Recursos materiales

Los recursos materiales físicos mantienen un papel relevante porque apoyan el tránsito entre representación concreta, exploración manual y formalización matemática. Se consideran necesarios cuadernos o portafolios de trabajo, hojas de actividad impresas, fichas de resolución de problemas, materiales para representación gráfica y tabular, pizarra, marcadores, instrumentos impresos de evaluación formativa y carpetas para sistematización de evidencias.

4.5.5. Recursos temporales

La propuesta requiere una organización temporal suficiente para que el estudiantado comprenda situaciones, construya modelos, contraste resultados, reciba

retroalimentación y revise sus procedimientos. Se prevé tiempo para planificación docente, inducción del grupo, desarrollo de secuencias de modelación, uso orientado de IA, socialización de soluciones, evaluación formativa y ajustes de mejora. En términos operativos, EDIMIA puede implementarse de manera gradual en un bloque estimado de 8 a 12 semanas, de acuerdo con la planificación institucional.

4.5.6. Recursos organizativos e institucionales

La implementación requiere respaldo institucional, coordinación de horarios, disponibilidad de espacios adecuados, organización del acceso a dispositivos y conectividad, acuerdos sobre uso pedagógico de tecnologías y definición de tiempos para revisión, retroalimentación y seguimiento. Estas condiciones favorecen la sostenibilidad de la propuesta y reducen el riesgo de que la innovación quede limitada a una experiencia aislada.

4.5.7. Recursos formativos para el docente

Dado que la propuesta articula modelación matemática, evaluación formativa e inteligencia artificial, el docente requiere recursos de formación o autoformación. Entre ellos se incluyen orientaciones para diseñar tareas de modelación, criterios para formular preguntas de andamiaje, lineamientos de uso ético y pedagógico de IA, ejemplos de secuencias didácticas estructuradas, modelos de rúbricas e instrumentos de valoración, y pautas para analizar errores y retroalimentar el razonamiento matemático.

4.5.8. Recursos de evaluación y seguimiento

La valoración de la propuesta exige recursos específicos para registrar avances y evidencias. Se requieren rúbricas de desempeño por dimensión del razonamiento abstracto, registros de observación docente, instrumentos de autoevaluación y coevaluación, portafolios de evidencias, matrices de seguimiento por indicador y registros comparativos entre diagnóstico inicial y desempeño posterior.

4.5.9. Recursos éticos y de resguardo pedagógico

La incorporación de herramientas de inteligencia artificial demanda criterios de uso responsable, protección de datos, privacidad, supervisión docente, validación matemática de las respuestas generadas y prevención de dependencia tecnológica. Estos recursos éticos aseguran que la IA opere como apoyo a la exploración, la representación y la retroalimentación, sin sustituir el razonamiento del estudiante ni la mediación profesional del docente.

4.5.10. Recursos necesarios para la aplicación de la propuesta

Tabla 8. Recursos para la aplicación de la propuesta.

Tipo de recurso	Componentes principales	Finalidad en la propuesta
Humanos	Docente de matemática, estudiantes, coordinación institucional y apoyo tecnológico.	Asegurar mediación pedagógica, participación activa y condiciones organizativas de aplicación.
Didácticos	Secuencias de modelación, guías de trabajo, problemas contextualizados, rúbricas, listas de cotejo y protocolos de uso de IA.	Organizar la experiencia de aprendizaje y sostener la coherencia entre objetivos, actividades y evaluación.
Tecnológicos	Dispositivos, conectividad, proyector, herramienta de IA controlada, hojas de cálculo, calculadora científica y recursos de representación gráfica.	Facilitar exploración, visualización, contraste de procedimientos y retroalimentación durante la modelación.
Materiales	Portafolios, hojas de actividad, fichas de problemas, pizarra, marcadores e instrumentos impresos.	Apoyar el trabajo concreto, la representación manual y la sistematización de evidencias.
Temporales	Planificación, inducción, desarrollo de secuencias, retroalimentación, socialización y evaluación.	Garantizar continuidad pedagógica y evitar que la propuesta se reduzca a una actividad aislada.
Organizativos	Autorización institucional, horarios, espacios, acceso a dispositivos y acuerdos de uso tecnológico.	Dar viabilidad operativa y sostenibilidad institucional a la intervención.
Formativos	Orientaciones docentes, ejemplos de tareas, criterios de andamiaje, pautas de retroalimentación y uso ético de IA.	Fortalecer la capacidad docente para aplicar la propuesta con rigor didáctico.

Tipo de recurso	Componentes principales	Finalidad en la propuesta
Éticos y de seguimiento	Protección de datos, supervisión humana, validación matemática, portafolios, registros y matrices de avance.	Resguardar el uso responsable de IA y verificar evidencias de mejora del razonamiento abstracto.

Fuente: Elaboración propia con base en la planificación de recursos necesarios para la aplicación de la propuesta EDIMIA.

4.5.11. Valoración de viabilidad de los recursos requeridos

Los recursos identificados permiten valorar la propuesta como viable, progresiva y adaptable. EDIMIA puede iniciar con recursos básicos disponibles o de acceso moderado, siempre que exista planificación docente, intención pedagógica y respaldo mínimo de la institución. Su principal condición de viabilidad no es exclusivamente tecnológica, sino pedagógica y organizativa.

En consecuencia, la propuesta no depende de la adquisición inmediata de tecnologías sofisticadas, sino de la utilización planificada de los recursos existentes para transformar la experiencia de aprendizaje matemático. Esta característica fortalece su pertinencia para el Liceo Mauro Fernández Acuña y aumenta su potencial de adaptación a contextos educativos semejantes.

4.6. Resultados de la propuesta.

En la tesitura de este debate, la propuesta EDIMIA fue concebida como un resultado de transformación de teórico-práctico, orientado a modificar el estado actual del problema diagnosticado en la educación matemática de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña. Patentemente, En consecuencia, los resultados esperados de su aplicación no se limitan a la ejecución de actividades o el uso instrumental de herramientas tecnológicas, sino que se proyectan en distintos niveles: cognitivo, didáctico, tecnológico, evaluativo e institucional. Esta comprensión deviene preceptiva en términos epistemológicos porque, en una tesis doctoral de carácter propositivo, el valor de la propuesta no se mide únicamente por su formulación conceptual, sino por los productos que genera y por su capacidad de alterar favorablemente la práctica educativa.

Desde esta perspectiva, los resultados de la propuesta se entienden como los efectos pedagógicos esperados y los productos concretos de implementación que deben obtenerse al desarrollar una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial. La lógica de estos resultados se articula directamente con el diagnóstico de la indagación sistemática: si la problemática epistemológica identificado fue un nivel predominantemente medio-bajo de razonamiento abstracto, acompañado de dificultades en generalización, interpretación de representaciones y resolución de problemas, entonces los resultados de la propuesta deben apuntar, de manera prioritaria, al fortalecimiento de esas capacidades mediante una reorganización más inteligente de la enseñanza matemática.

4.6.1. Resultados o productos a obtener

Según la dirección argumentativa, el primer gran resultado esperado de la propuesta es el fortalecimiento del razonamiento abstracto en los estudiantes de décimo año. Inequívocamente, Este fortalecimiento debe manifestarse en mejoras observables en cinco dimensiones fundamentales: identificación de patrones, establecimiento de relaciones, interpretación de representaciones matemáticas, generalización y resolución de problemas. Patentemente, No se espera únicamente una mejora en la ejecución de ejercicios, sino un cambio cualitativo en la manera en que el estudiante comprende, representa, relaciona, argumenta y valida situaciones matemáticas.

En términos cognitivos, la propuesta debe generar los siguientes resultados en el estudiantado:

- mayor capacidad para pasar de situaciones concretas a formulaciones matemáticas más generales;
- mejor interpretación de expresiones algebraicas, tablas, gráficas y otras representaciones;
- incremento en la habilidad para justificar procedimientos y explicar relaciones;
- mayor flexibilidad para resolver situaciones no rutinarias;

- fortalecimiento de la transferencia del aprendizaje a problemas nuevos.

Estos resultados son especialmente relevantes porque responden de forma directa a las debilidades evidenciadas en el diagnóstico inicial. La propuesta, por tanto, no aspira solo a elevar un rendimiento cuantitativo, sino a producir un aprendizaje matemático más profundo, más comprensivo y más funcional.

4.6.2. Resultados esperados en la mediación pedagógica docente

El segundo ámbito de resultados se relaciona con la transformación de la práctica docente. La propuesta EDIMIA no está diseñada únicamente para intervenir sobre el estudiante; asimismo busca reorganizar la forma en que el profesorado planifica, media y evalúa el aprendizaje matemático.

En este nivel, se esperan los siguientes resultados:

- tránsito desde estrategias predominantemente procedimentales hacia secuencias centradas en modelación matemática;
- incremento del uso de preguntas de andamiaje, argumentación y validación;
- mayor integración de situaciones contextualizadas como punto de partida del aprendizaje;
- incorporación más consciente y regulada de herramientas de inteligencia artificial en el aula;
- fortalecimiento de la evaluación formativa centrada en procesos y no solo en respuestas finales.

Este resultado es clave porque una propuesta de transformación solo puede sostenerse si modifica la lógica de intervención pedagógica. En otras palabras, la innovación no se consume cuando se introduce una herramienta nueva, sino cuando cambia la modalidad de enseñar y de acompañar el pensamiento matemático del estudiante.

4.6.3. Resultados esperados en el uso pedagógico de la inteligencia artificial.

Un tercer conjunto de resultados esperados se vincula con la integración de la inteligencia artificial como mediación pedagógica. La propuesta pretende desplazar el uso espontáneo, disperso o meramente instrumental de estas herramientas hacia un uso didácticamente intencionado, éticamente regulado y cognitivamente productivo.

En este plano, se esperan los siguientes resultados:

- utilización de la IA para explorar ejemplos, contraejemplos y múltiples vías de resolución;
- apoyo en la construcción y contraste de representaciones matemáticas;
- retroalimentación más inmediata sobre errores, procedimientos y alternativas de solución;
- desarrollo de una cultura de uso crítico de la IA, en la que el estudiante no delegue el pensamiento matemático en la herramienta;
- fortalecimiento del rol docente como mediador y regulador del uso tecnológico.

Este resultado tiene un valor especial porque sitúa la innovación tecnológica dentro de un marco pedagógico humanocéntrico. La IA no aparece aquí como respuesta automática ni como sustitución de la actividad intelectual del estudiante, sino como recurso para enriquecer el procedimiento de modelación, el contraste de ideas y la metacognición.

4.6.4. Productos concretos de la propuesta.

Aunado a los resultados pedagógicos esperados, la propuesta genera un conjunto de productos concretos que constituyen evidencias de su estructura y de su aplicabilidad. Entre los principales productos a obtener se encuentran:

- una estrategia didáctica integral de modelación matemática asistida por IA;

- un conjunto de secuencias didácticas contextualizadas para décimo año;
- un banco de tareas de modelación matemática orientadas al razonamiento abstracto;
- guías de trabajo para estudiantes;
- orientaciones de mediación docente;
- rúbricas e instrumentos de evaluación formativa;
- protocolos básicos de uso pedagógico y ético de herramientas de inteligencia artificial;
- formatos de seguimiento y registro de avances del estudiantado.

Estos productos son importantes porque convierten la propuesta en un recurso replicable y no en una formulación abstracta. Asimismo, facilitan su transferencia a otros grupos o contextos con características semejantes, lo que incrementa su valor institucional y académico.

4.6.5. Resultados esperados a nivel institucional

La propuesta asimismo proyecta resultados en el plano institucional. Aunque su aplicación inicial se orienta al grupo de décimo año, su implementación puede generar efectos más amplios dentro de la cultura pedagógica del centro educativo. Entre ellos se esperan:

- mayor apertura institucional hacia metodologías innovadoras en educación matemática;
- fortalecimiento del uso pedagógico de tecnologías digitales con sentido formativo;
- generación de insumos para futuras decisiones de planificación y acompañamiento docente;

- posibilidad de extender la experiencia a otros niveles o asignaturas afines;
- consolidación de evidencias para una mejora progresiva de la enseñanza de la matemática en la institución.

Este plano de resultado es relevante porque sitúa la propuesta no solo como una intervención de aula, sino como una oportunidad de fortalecimiento institucional.

Esta doble proyección le da a la propuesta un carácter superior al de otras intervenciones puntuales o remediales. No se limita a “reforzar contenidos”, sino que reorganiza el sistema de enseñanza-aprendizaje desde una lógica contemporánea, coherente con el currículo costarricense, con el diagnóstico institucional y con los desafíos actuales de la educación matemática.

4.6.6. Resultado central de la propuesta

En términos integradores, el resultado central esperado de EDIMIA puede formularse así:

Generar un cambio pedagógico verificable en la educación matemática de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, mediante una estrategia de modelación matemática asistida por inteligencia artificial que fortalezca el razonamiento abstracto, transforme la mediación docente y mejore la calidad del aprendizaje matemático.

De este modo, los resultados de la propuesta no se reducen a un producto metodológico ni a un efecto tecnológico aislado. Constituyen una transformación planificada del aprendizaje, de la enseñanza y de la evaluación, con potencial de impacto real sobre el problema diagnosticado.

4.6.7. Alcance transformador de los resultados

El alcance transformador esperados de la propuesta debe entenderse en dos planos complementarios. El plano inmediato, se proyectan mejoras en el desempeño del estudiantado, en la calidad de la mediación docente y en el uso formativo de herramientas de inteligencia artificial. El plano mediano, se espera una transformación más profunda en la forma de concebir la enseñanza de la matemática: menos centrada en reproducción mecánica y más orientada a comprensión, modelación, representación, argumentación y validación.

4.7. Valoración, evaluación y validación de la propuesta de transformación.

En cuanto a la valoración, evaluación y validación de la propuesta EDIMIA se orientan a determinar si la estrategia diseñada responde de manera suficiente al problema identificado, si su estructura interna es coherente con los objetivos planteados, si sus componentes son viables en el contexto del Liceo Mauro Fernández Acuña y si posee condiciones para ser aplicada, ajustada y extendida a contextos semejantes. En una tesis doctoral de carácter propositivo, esta sección no se limita a describir la propuesta, sino que debe establecer con claridad los indicadores de valoración, los criterios de evaluación, los productos esperados, los recursos asociados a su implementación y el plano de cumplimiento de los requisitos de calidad exigibles a una propuesta de transformación.

En el caso de la presente investigación, la valoración de la propuesta se realiza desde una doble perspectiva. Por un lado, se considera la coherencia interna entre problema, objetivos, fundamentos teóricos, estructura metodológica y componentes de la estrategia. Por otro, se analiza su coherencia externa, es decir, su correspondencia con las necesidades reales diagnosticadas en la muestra seleccionada, con el currículo costarricense, con las condiciones institucionales del centro educativo y con las exigencias contemporáneas de una educación matemática innovadora, inclusiva y tecnológicamente pertinente.

4.7.1. Indicadores, criterios de evaluación y productos esperados de la propuesta

Con relación a la evaluación de la propuesta se estructura a partir de los componentes operativos definidos en las fases de EDIMIA. Para cada uno de ellos se establecen indicadores de logro, criterios de valoración, medios de verificación o instrumentación y productos esperados.

Tabla 9. Matriz de valoración operativa de la propuesta EDIMIA.

Componente / fase	Indicadores de evaluación	Criterios de valoración	Instrumentación / medios de verificación	Productos esperados
Fase I. Diagnóstico pedagógico y activación	Identificación del nivel inicial, activación de saberes previos, acuerdos pedagógicos	Claridad diagnóstica, adecuación al contexto, comprensión del propósito de la propuesta	Prueba diagnóstica, registros de activación, guías de observación, acuerdos de aula	Perfil inicial del grupo, necesidades priorizadas, condiciones de arranque
Fase II. Diseño y preparación de secuencias	Calidad de las tareas, pertinencia contextual, coherencia entre problema, actividad y objetivo	Relevancia matemática, secuenciación cognitiva, contextualización, viabilidad de uso	Planeación didáctica, banco de tareas, guías de modelación, protocolo de uso de IA	Secuencias didácticas estructuradas, tareas contextualizadas, instrumentos de apoyo
Fase III. Desarrollo de	Participación activa,	Profundidad cognitiva,	Rúbricas, listas de cotejo,	Producciones matemáticas,

experiencias de modelación asistida por IA	construcción de representaciones, generalización, uso regulado de IA	interacción significativa, mediación docente, uso crítico de IA	registros de clase, evidencias estudiantiles, productos de modelación	evidencias de razonamiento, registros de interacción
Fase IV. Evaluación formativa y retroalimentación	Avances por indicador, calidad de la retroalimentación, ajuste pedagógico	Pertinencia de la evaluación, seguimiento del proceso, mejora progresiva	Rúbricas analíticas, portafolio, autoevaluación, coevaluación, matrices de seguimiento	Retroalimentación documentada, identificación de avances y dificultades, reajustes
Fase V. Transferencia, consolidación y mejora continua	Aplicación a nuevas situaciones, estabilidad del aprendizaje, reflexión final	Transferencia, sostenibilidad, proyección del aprendizaje, posibilidad de mejora	Tareas de transferencia, comparación de modelos, reflexión final, registros docentes	Evidencias de consolidación, proyección de uso, sistematización y mejora continua

Fuente: Elaboración propia con base en la estructura de evaluación de la propuesta EDIMIA.

Esta matriz permite observar que la evaluación de la propuesta no se centra en un único resultado final, sino en el desempeño progresivo de cada componente estructural. De esta modalidad, la propuesta puede valorarse no solo por su formulación conceptual, sino por la calidad de su implementación potencial, por la claridad de sus procedimientos y por la coherencia entre sus medios y sus fines.

4.7.2. Criterios de evaluación asociados a los objetivos de la propuesta.

La propuesta fue construida para responder a los objetivos formulados en el apartado 4.3. Por ello, su evaluación debe verificarse asimismo a la luz de dichos objetivos.

Objetivo general de la propuesta:

Implementar una estrategia didáctica inteligente de modelación matemática asistida por herramientas de inteligencia artificial para fortalecer el razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña.

A partir de este objetivo general, los criterios de evaluación global de la propuesta son los siguientes:

- coherencia didáctica, entendida como correspondencia entre el diseño de actividades, el enfoque de modelación matemática y el propósito de fortalecer el razonamiento abstracto;
- consistencia pedagógica, referida a la calidad de la mediación docente y a la adecuación del proceso al nivel cognitivo del estudiantado;
- integración tecnológica pertinente, referida al uso regulado y no sustitutivo de la inteligencia artificial;
- potencial de mejora cognitiva, vinculado con la capacidad de la propuesta para incidir en generalización, representación, interpretación y resolución de problemas;
- viabilidad de implementación, relacionada con tiempo, recursos y condiciones reales del centro educativo.

De manera específica, los objetivos particulares de la propuesta se asocian a criterios de evaluación concretos:

1. Diseño de secuencias didácticas contextualizadas
 - criterio: las tareas deben ser significativas, cognitivamente progresivas y ajustadas al nivel de décimo año;
 - indicador: número y calidad de secuencias elaboradas, presencia de contexto real, alineación con indicadores del razonamiento abstracto.
2. Incorporación pedagógica de IA
 - criterio: la IA debe usarse como mediación de exploración, representación y retroalimentación, no como sustitución del esfuerzo cognitivo;
 - indicador: existencia de protocolos de uso, funciones pedagógicas definidas, supervisión docente explícita
3. Fortalecimiento de la mediación docente
 - criterio: la propuesta debe ofrecer orientaciones concretas para andamiaje, preguntas de profundización y evaluación formativa;
 - indicador: disponibilidad y calidad de guías docentes, criterios de acompañamiento y ajustes previstos.
4. Promoción del razonamiento abstracto
 - criterio: las actividades deben activar generalización, representación, argumentación y validación;
 - indicador: correspondencia entre tareas y dimensiones de la variable dependiente.
5. Evaluación formativa del proceso matemático
 - criterio: la propuesta debe valorar procesos, no solo respuestas finales;
 - indicador: presencia de rúbricas, listas de cotejo, portafolio, autoevaluación y coevaluación.
6. Transferencia y consolidación del aprendizaje
 - criterio: la estrategia debe propiciar aplicación en nuevas situaciones y no solo en tareas previamente modeladas;

- indicador: actividades de transferencia, comparación de modelos y reflexión metacognitiva final.

4.7.3. Recursos necesarios asociados a la evaluación de la propuesta.

La evaluación y validación de la propuesta están directamente vinculadas con los recursos definidos en el apartado 4.5. En consecuencia, los criterios de valoración no pueden analizarse al margen de las condiciones de aplicación. La estrategia requiere:

- recursos humanos, especialmente docentes capaces de mediar el proceso, estudiantes activos y apoyo institucional básico;
- recursos didácticos, como secuencias estructuradas, guías de trabajo, rúbricas y protocolos de uso de IA;
- recursos tecnológicos, suficientes para exploración, representación y retroalimentación;
- recursos temporales, para planificación, desarrollo, seguimiento y ajuste;
- recursos organizativos, que permitan coordinar horarios, acceso a espacios y acompañamiento institucional;
- recursos éticos, para regular el uso responsable de herramientas de inteligencia artificial y proteger la autonomía intelectual del estudiantado.

Por ello, la valoración de la propuesta incorpora necesariamente un análisis de correspondencia entre objetivos, actividades, recursos y criterios de evaluación, de modo que la estrategia no sea solo deseable en términos pedagógicos, sino asimismo realizable en el contexto territorial al que va dirigida.

4.7.4. Validación de la propuesta

La validación de una propuesta de transformación puede realizarse de diversas formas según el momento y el alcance de la investigación. En el caso de la presente tesis, y con base en la naturaleza del estudio desarrollado, la propuesta EDIMIA se valida en esta fase mediante una validación teórico-metodológica y contextual, sustentada en cinco fuentes principales:

- La consistencia con el diagnóstico empírico del estudio, puesto que la propuesta responde directamente a las debilidades identificadas en la muestra de 152 estudiantes y a la lectura pedagógica aportada por los 6 docentes;
- La coherencia con el marco teórico y conceptual, dado que integra de manera articulada constructivismo, mediación sociocultural, modelación matemática, razonamiento abstracto e inteligencia artificial educativa;
- La correspondencia con el currículo costarricense, especialmente con los principios de resolución de problemas, contextualización activa, uso inteligente de tecnologías y tránsito de lo concreto a lo abstracto;
- La viabilidad estructural de sus fases, actividades, recursos e instrumentos, lo cual favorece su implementación gradual y realista en el contexto institucional;
- Su potencial de mejora pedagógica, al transformar simultáneamente tareas, mediación docente, evaluación y uso de tecnología.

En esta etapa, la validación se trata de establecer que la propuesta posee fundamentos suficientes para ser aplicada con sentido pedagógico, con coherencia interna y con posibilidad real de generar cambios en el estado del problema.

4.7.5. Nivel de cumplimiento de los requisitos de calidad de la propuesta

Por consiguiente, Con base en el análisis precedente, se puede establecer el plano de cumplimiento de los requisitos que debe poseer una propuesta doctoral de transformación educativa.

Tabla 10. Valoración global de la propuesta según criterios de calidad.

Criterio	Valoración	Fundamentación
Pertinencia	Alta	La propuesta responde a una necesidad real identificada en el diagnóstico: debilidades en razonamiento abstracto, generalización,

		representación e interpretación matemática en décimo año.
Validez	Alta	La estrategia cumple la función para la cual fue diseñada: fortalecer el razonamiento abstracto mediante modelación matemática e integración pedagógica de IA.
Factibilidad	Media-alta	Puede implementarse con recursos básicos y organización institucional razonable; requiere acompañamiento docente y acceso tecnológico funcional, pero no infraestructura extraordinaria.
Aplicabilidad	Alta	Sus componentes están estructurados en fases, actividades, instrumentos y recursos concretos, lo que facilita su uso por otros docentes en contextos semejantes.
Generalización	Media-alta	Aunque fue diseñada para un contexto específico, su estructura puede adaptarse a otros grupos de educación media con necesidades similares.
Novedad y originalidad	Alta	Integra de forma sistemática modelación matemática, evaluación formativa, mediación docente e inteligencia artificial con foco explícito en razonamiento abstracto.

Fuente: Elaboración propia con base en la valoración integral de la propuesta EDIMIA.

La propuesta alcanza un plano alto en pertinencia, validez, aplicabilidad y novedad; y un plano medio-alto en factibilidad y generalización, debido a que estas dos

últimas dimensiones dependen más intensamente de condiciones institucionales concretas, como formación docente, acceso tecnológico y organización escolar. No obstante, incluso en esos casos, la propuesta muestra suficiente solidez para ser implementada de forma gradual, contextualizada y ajustable.

4.7.6. Valoración integral de la propuesta

Desde una mirada integral, EDIMIA puede valorarse como una propuesta de transformación robusta porque cumple simultáneamente con varios principios que rara vez aparecen reunidos en una misma intervención: responde a un diagnóstico real; se apoya en fundamentos teóricos consistentes; se articula con el currículo nacional; incorpora innovación tecnológica sin perder centralidad pedagógica; modifica tareas, mediación y evaluación; y ofrece una estructura operativa viable en el contexto escolar.

Su principal fortaleza radica en que no plantea la innovación como sustitución de la enseñanza, sino como una reconfiguración inteligente de la experiencia matemática escolar. De ese modo, la propuesta no se reduce a introducir IA en el aula ni a proponer problemas contextualizados de modalidad aislada, sino que reorganiza la relación entre pensamiento matemático, mediación docente, tecnología y evaluación del aprendizaje.

4.7.7. Cierre del capítulo y transformación del estado del problema

Finalmente, dado que en esta fase la propuesta ha sido valorada, evaluada y validada en términos teórico-metodológicos y contextuales, y no sometida todavía a una aplicación longitudinal completa dentro de toda la muestra, el cambio en el estado del problema puede expresarse de modalidad proyectiva, pero con fundamento científico suficiente. A partir de su implementación en el contexto de los 152 estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, la propuesta EDIMIA está en condiciones de desplazar el problema desde un escenario caracterizado por bajo plano de generalización, representación e interpretación matemática, hacia un escenario pedagógico donde el estudiantado participe en procesos de modelación contextualizada, desarrolle mayor razonamiento abstracto, reciba retroalimentación más inteligente y cuente con una mediación docente más alineada con el currículo costarricense y con los

desafíos contemporáneos de la educación matemática. En esa medida, la propuesta no solo ofrece una alternativa metodológica, sino una vía concreta de transformación del problema diagnosticado, con potencial de impacto real sobre la calidad del aprendizaje matemático y sobre la práctica pedagógica institucional.

CONCLUSIONES

El objetivo general de la investigación se cumplió mediante el diseño de la propuesta EDIMIA, entendida como una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial para fortalecer el razonamiento abstracto en la educación matemática de estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, San José, Costa Rica, durante el I período del curso lectivo 2026. La propuesta integra fases, actividades, recursos, criterios de mediación, evaluación formativa y mecanismos de validación, por lo que constituye una respuesta pedagógica organizada, contextualizada e innovadora frente al problema diagnosticado.

El diagnóstico permitió cumplir el primer objetivo específico al caracterizar el estado actual del razonamiento abstracto en la población estudiada. Los resultados mostraron un desempeño predominantemente medio-bajo, con mayores debilidades en generalización, interpretación de representaciones matemáticas y resolución de problemas. Este hallazgo confirmó la existencia de una necesidad pedagógica real y justificó la pertinencia de una estrategia de intervención centrada en procesos cognitivos superiores.

La investigación evidenció que las dificultades del razonamiento abstracto no pueden explicarse únicamente por el rendimiento individual del estudiantado. Las entrevistas docentes y el análisis documental mostraron la coexistencia de prácticas centradas en procedimientos, escasa presencia de tareas abiertas de modelación y uso limitado de recursos tecnológicos con intención didáctica profunda. Por tanto, el problema posee una dimensión pedagógica, metodológica e institucional que exige una respuesta más estructural que remedial.

El segundo objetivo específico se cumplió al fundamentar teórica, didáctica y tecnológicamente la relación entre modelación matemática, razonamiento abstracto e inteligencia artificial. El marco teórico permitió sostener que la modelación favorece el tránsito entre contexto, representación, simbolización, interpretación y validación,

mientras que la inteligencia artificial puede ampliar la exploración y la retroalimentación cuando se utiliza con mediación docente, propósito pedagógico y control ético.

El tercer objetivo específico se cumplió mediante el diseño de una estrategia didáctica contextualizada a las necesidades del Liceo Mauro Fernández Acuña. EDIMIA no se formuló como un modelo genérico, sino como una propuesta derivada de los hallazgos empíricos del estudio, orientada a intervenir sobre las dimensiones más frágiles del razonamiento abstracto y a reorganizar la enseñanza matemática desde tareas de modelación, mediación docente estratégica, evaluación formativa y uso regulado de IA.

El cuarto objetivo específico se cumplió al valorar la propuesta en términos de pertinencia, validez, factibilidad, aplicabilidad, generalización y novedad. El análisis realizado permite concluir que EDIMIA es pertinente porque responde a una necesidad diagnosticada; válida porque mantiene coherencia con el problema, los objetivos y el marco teórico; factible porque puede aplicarse con recursos institucionales razonables; aplicable porque incluye fases e instrumentos concretos; generalizable porque admite adaptación a contextos semejantes; y novedosa porque articula modelación matemática, inteligencia artificial y evaluación del razonamiento abstracto en una misma arquitectura didáctica.

En relación con la hipótesis de trabajo, los resultados permiten sostener que la integración pedagógica de la modelación matemática con herramientas de inteligencia artificial constituye una vía consistente para fortalecer el razonamiento abstracto en matemática. No obstante, debido al carácter propositivo de la tesis, la hipótesis queda sustentada en términos diagnósticos, teóricos y metodológicos, mientras que su verificación empírica plena requiere una implementación prolongada y una evaluación posterior de impacto en el aula.

La tesis aportó una respuesta integral al problema investigado. El Capítulo I delimitó la problemática, los objetivos y la hipótesis; el Capítulo II construyó el sustento teórico, conceptual, contextual y normativo; el Capítulo III produjo la evidencia empírica necesaria para diagnosticar y explicar el fenómeno; y el Capítulo IV concretó la propuesta de transformación. Esta articulación confirma que la investigación no se limitó a describir

una dificultad educativa, sino que avanzó hacia una alternativa didáctica viable y científicamente sustentada.

En términos globales, se concluye que el razonamiento abstracto en la educación matemática puede fortalecerse cuando la enseñanza se reorganiza desde experiencias activas, contextualizadas y cognitivamente exigentes. EDIMIA ofrece una ruta para desplazar prácticas centradas en la reproducción de procedimientos hacia una dinámica de aprendizaje basada en comprensión, modelación, representación, argumentación, validación y uso pedagógico responsable de herramientas de inteligencia artificial.

RECOMENDACIONES

A partir de los hallazgos obtenidos en la presente investigación y en correspondencia con el problema diagnosticado en la educación matemática de los estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, se formulan las siguientes recomendaciones. Estas se orientan a ofrecer continuidad al procedimiento investigativo, fortalecer la práctica pedagógica institucional y favorecer futuras acciones de mejora en torno al razonamiento abstracto, la modelación matemática y la integración pedagógica de herramientas de inteligencia artificial. Las recomendaciones se organizan desde el punto de vista metodológico, académico y práctico, de acuerdo con la naturaleza y alcance del estudio realizado.

Desde el punto de vista metodológico

Se recomienda que futuras investigaciones desarrollen una implementación longitudinal de la propuesta EDIMIA, con seguimiento durante un período más amplio, a fin de valorar con mayor precisión su impacto en el fortalecimiento del razonamiento abstracto y en la mejora del desempeño matemático del estudiantado. Aunque la presente tesis permitió diseñar y validar la propuesta desde una perspectiva teórico-metodológica y contextual, una aplicación prolongada haría posible medir con mayor profundidad la estabilidad de los logros, la transferencia del aprendizaje y los ajustes necesarios para perfeccionar la intervención.

Asimismo, se sugiere que estudios posteriores incorporen un diseño cuasi experimental o comparativo, que permita contrastar grupos con distintas condiciones de mediación pedagógica, de modalidad que puedan identificarse con mayor claridad los efectos específicos de la modelación matemática asistida por inteligencia artificial sobre las dimensiones del razonamiento abstracto. Del mismo modo, sería conveniente profundizar en el análisis de variables como edad, trayectoria escolar, desempeño previo y condiciones de acceso tecnológico, dado que en esta investigación se observaron indicios de diferencias relevantes asociadas a dichas condiciones.

Finalmente, se recomienda que futuras investigaciones amplíen la muestra a otros niveles de la educación secundaria o a instituciones con características semejantes, con el fin de examinar la adaptabilidad de la propuesta y fortalecer su proyección hacia otros contextos educativos costarricenses.

Desde el punto de vista académico

Se recomienda al Liceo Mauro Fernández Acuña y al personal docente de matemática fortalecer progresivamente el trabajo con tareas de modelación matemática, de modo que el aprendizaje no continúe centrado de modalidad predominante en la repetición de procedimientos, sino en la comprensión, la representación, la generalización y la validación de situaciones problemáticas. Los resultados del estudio muestran que las mayores debilidades del estudiantado se concentran precisamente en aquellas dimensiones que exigen mayor plano de abstracción, por lo que una enseñanza más alineada con el currículo costarricense y con el pensamiento matemático de orden superior resulta necesaria.

Asimismo, se recomienda promover espacios de actualización y formación docente sobre modelación matemática, evaluación formativa del razonamiento y uso pedagógico de herramientas de inteligencia artificial. La innovación educativa no depende únicamente de contar con tecnología, sino de que el profesorado disponga de referentes didácticos sólidos para mediar su uso con intencionalidad pedagógica. En este sentido, la capacitación debe orientarse no solo al manejo técnico de herramientas, sino al diseño de secuencias didácticas, preguntas de andamiaje, criterios de validación y estrategias para fomentar autonomía intelectual en el estudiantado.

Por consiguiente, también se considera pertinente que la institución revise gradualmente sus prácticas de evaluación en matemática, incorporando instrumentos que valoren no solo la respuesta final correcta, sino los procesos de razonamiento, representación, argumentación y modelación que desarrolla el estudiante durante la resolución de problemas. Esta recomendación se desprende directamente del hallazgo de que la evaluación centrada en productos terminales limita la posibilidad de visibilizar el pensamiento abstracto en construcción.

Desde el punto de vista práctico

Se recomienda implementar de modalidad gradual la propuesta EDIMIA en décimo año, comenzando por unidades o secuencias específicas en las que sea posible integrar problemas contextualizados, actividades de modelación matemática y uso pedagógico regulado de herramientas de inteligencia artificial. Una implementación progresiva permitiría al profesorado adaptar la propuesta a los ritmos reales del aula, valorar sus alcances y realizar los ajustes necesarios sin generar sobrecarga organizativa o resistencia institucional.

De igual forma, se recomienda establecer protocolos institucionales básicos para el uso responsable de herramientas de inteligencia artificial en el aprendizaje matemático, de modalidad que su incorporación esté guiada por criterios éticos, de protección de datos, supervisión docente y fortalecimiento del pensamiento crítico. La tecnología debe funcionar como apoyo a la exploración, representación y retroalimentación, pero no como sustituto del razonamiento del estudiante ni de la mediación pedagógica del profesor.

De igual forma, sería conveniente fortalecer la disponibilidad y organización de recursos didácticos y tecnológicos que faciliten el desarrollo de experiencias de aprendizaje más activas, tales como acceso básico a dispositivos, espacios para trabajo colaborativo, materiales de modelación, rúbricas de seguimiento y repositorios de tareas contextualizadas. No se trata necesariamente de una inversión extraordinaria, sino de una mejor articulación entre los recursos existentes y los propósitos pedagógicos de la enseñanza matemática.

En conclusión, se recomienda que la experiencia derivada de esta investigación sea compartida dentro de la institución como una oportunidad de reflexión pedagógica colectiva, de modo que los hallazgos y la propuesta no queden restringidos al ámbito de la tesis, sino que se conviertan en un insumo para la mejora continua de la enseñanza de la matemática y para la construcción de una cultura escolar más abierta a la innovación con sentido formativo.

BIBLIOGRAFÍA

- Asamblea Legislativa de la República de Costa Rica. (1949). *Constitución Política de la República de Costa Rica*.
- Asamblea Legislativa de la República de Costa Rica. (1957). *Ley fundamental de educación (Ley N.º 2160)*.
- Asamblea Legislativa de la República de Costa Rica. (1996). *Ley de igualdad de oportunidades para las personas con discapacidad en Costa Rica (Ley N.º 7600)*.
- Asamblea Legislativa de la República de Costa Rica. (2011). *Ley de protección de la persona frente al tratamiento de sus datos personales (Ley N.º 8968)*.
- Barquero-Ocampo, A., Chaves-Montero, D., Chavarría-Vásquez, J., & Gamboa-Araya, R. (2025). Competencias en modelización matemática de docentes de secundaria quienes se están formando en educación matemática: Un análisis a partir del abordaje en resolver situaciones problema. *Uniciencia*, 39(1), 541–565. <https://doi.org/10.15359/ru.39-1.29>
- Caracas Vásquez, D. (2025). *Estrategia metodológica basada en el uso de las TIC, orientada a fortalecer la apropiación de estas tecnologías por parte de los estudiantes de educación básica secundaria y media de la Institución Educativa San Antonio de Padua, en el municipio de Timbío, departamento del Cauca, Colombia, con el fin de potenciar sus competencias digitales y favorecer procesos de enseñanza-aprendizaje innovadores* [Tesis doctoral, Universidad de Investigación e Innovación de México].
- Chavarría-Vásquez, J., & Gamboa-Araya, R. (2024a). La modelación matemática en el proceso de formación de docentes de matemática de secundaria. *Revista Electrónica Educare*, 28(1), 84–106. <https://doi.org/10.15359/ree.28-1.17503>
- Chavarría-Vásquez, J., & Gamboa-Araya, R. (2024b). Significados y perspectivas en modelización matemática de un cuerpo docente formador en enseñanza de la matemática de una universidad pública costarricense. *Actualidades Investigativas en Educación*, 24(1), 442–470. <https://doi.org/10.15517/aie.v24i1.55560>
- Consejo Superior de Educación. (2016). *Política educativa: La persona, centro del proceso educativo y sujeto transformador de la sociedad*.

- Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2018). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (5th ed.). SAGE.
- Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2017). *Designing and conducting mixed methods research* (3rd ed.). SAGE.
- Czarnocha, B. (2020). Does constructivism tell us how to teach? *Mathematics Teaching-Research Journal*, 12(2), 97–106.
- Díaz Porras, J. A. (2025). Aula invertida para el aprendizaje de ecuaciones de primer grado en el estudiantado de undécimo año. *Revista Educación*, 49(1), 1–24.
<https://doi.org/10.15517/revedu.v49i1.61026>
- Díaz Porras, J. A. (2026). Comparación del desempeño de un grupo de personas estudiantes de undécimo año en una prueba estandarizada simulada de matemática, aplicando dos estrategias didácticas. *Revista Educación*, 50(1).
<https://doi.org/10.15517/revedu.v50i1.854>
- González Cárdenas, A. C. (2025). *Modelo de enseñanza basado en tecnologías del aprendizaje y conocimiento (TAC) para mejorar el desarrollo lógico-matemático en escolares de inicial II en la Escuela San Francisco de Peleusí de Azogues-Ecuador, período 2023-2024* [Tesis doctoral, Universidad de Investigación e Innovación de México].
- Greefrath, G., & Vorhölter, K. (2016). *Teaching and learning mathematical modelling: Approaches and developments from German speaking countries*. Springer.
<https://doi.org/10.1007/978-3-319-45004-9>
- Herbert, S. (2021). Overcoming challenges in assessing mathematical reasoning. *Australian Journal of Teacher Education*, 46(8), 17–30.
<https://doi.org/10.14221/ajte.2021v46n8.2>
- Hernández Sampieri, R. (2018). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw-Hill.
- Holman, K., Marino, M. T., Vasquez, T., Taub, M., Hunt, J. H., & Tazi, Y. (2025). Artificial intelligence interventions in mathematics education: A systematic literature review. *Insights into Learning Disabilities*, 22(1), 65–91.
- Jablonski, S. (2023). Real objects as a reason for mathematical reasoning: A comparison of different task settings. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 18(4), Article em0758. <https://doi.org/10.29333/iejme/13859>

- Kholid, M. N., & Aisyah, N. N. (2025). Classification of abstract thinking in solving mathematical problems. *Educational Process: International Journal*, 16(1), Article 194. <https://doi.org/10.22521/edupij.2025.16.194>
- Koskinen, R., & Pitkaniemi, H. (2022). Meaningful learning in mathematics: A research synthesis of teaching approaches. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 17(2), Article em0679. <https://doi.org/10.29333/iejme/11715>
- Ministerio de Ciencia, Innovación, Tecnología y Telecomunicaciones. (2024). *Estrategia nacional de inteligencia artificial Costa Rica 2024–2027*.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2012). *Programas de estudio de matemáticas*.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2018). *Reglamento de evaluación de los aprendizajes (Decreto Ejecutivo N.º 40862-MEP)*.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2021). *Plan integral de nivelación académica*.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2022, 5 de octubre). *MEP presenta primer diagnóstico de rendimiento académico post pandemia*.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2024). *Evaluación de los programas de estudio de matemáticas*. Dirección de Desarrollo Curricular.
- Naciones Unidas. (1989). *Convención sobre los Derechos del Niño*.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2009a). *A teacher's guide to reasoning and sense making*. NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2009b). *A student's guide to high school mathematics: Reasoning and sense making*. NCTM.
- OECD. (2024). *Education GPS: Costa Rica – Student performance (PISA 2022)*. OECD.
- Özdemir, A. Ş., Karaşan, S., & Şahal, M. (2021). An examination of the relationship between secondary school students' abstract thinking skills, self-efficacy perceptions and attitudes towards mathematics. *Participatory Educational Research*, 8(2), 391–406. <https://doi.org/10.17275/per.21.45.8.2>

- Panqueban, D., & Huincahue, J. (2024). Artificial intelligence in mathematics education: A systematic review. *Uniciencia*, 38(1), 357–373. <https://doi.org/10.15359/ru.38-1.20>
- Pardo Sastoque, R. D. A. (2025). *Estrategias didácticas mediadas por tecnología para el fortalecimiento de las habilidades artísticas y culturales en los niveles de secundaria y media de los colegios rurales en Acacías, Meta, Colombia, durante el año 2024* [Tesis doctoral, Universidad de Investigación e Innovación de México].
- Poder Ejecutivo de Costa Rica. (2018). *Decreto Ejecutivo N.º 40955-MEP: Establecimiento de la inclusión y la accesibilidad en el sistema educativo costarricense*.
- Shabani, K., Khatib, M., & Ebadi, S. (2010). Vygotsky's zone of proximal development: Instructional implications and teachers' professional development. *English Language Teaching*, 3(4), 237–248. <https://doi.org/10.5539/elt.v3n4p237>
- Ulker, D., & Ozaltun Celik, A. (2025). A qualitative metasynthesis: Interaction between mathematical modeling and higher order thinking. *Thinking Skills and Creativity*, 56, Article 101773. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2025.101773>
- UNESCO. (2021). *Recomendación sobre la ética de la inteligencia artificial*. UNESCO.
- UNESCO. (2023). *Guidance for generative AI in education and research*. UNESCO.
- Universidad de Investigación e Innovación de México. (2026). *Doctorado en educación e innovación*.
- Valkenburg, J. (2010). Joining the conversation: Scaffolding and tutoring mathematics. *The Learning Assistance Review*, 15(2), 33–41.

ANEXOS

ANEXO A

Prueba diagnóstica de razonamiento abstracto en matemática

Finalidad del instrumento. Identificar el nivel inicial de razonamiento abstracto en matemática en estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, mediante tareas asociadas con identificación de patrones, establecimiento de relaciones, interpretación de representaciones, generalización y resolución de problemas.

Código del estudiante:		Edad:	
Sexo:		Sección:	
Fecha:		Puntaje obtenido:	____ / 20

Fuente: Elaboración propia.

Instrucciones generales

1. Lea cada enunciado con atención antes de responder.
2. Resuelva los ejercicios en el espacio indicado. Cuando el ítem sea de selección única, marque únicamente una alternativa.
3. Justifique brevemente sus respuestas cuando el ejercicio lo solicite.
4. No utilice inteligencia artificial durante la prueba. Puede usar lápiz, borrador, regla y calculadora básica cuando sea necesario.

El puntaje total de la prueba es de 20 puntos; cada ítem vale 1 punto.

I. Identificación de patrones

1. Observe la sucesión numérica 3, 6, 12, 24, ... ¿Cuál es el siguiente término?

a) 26

b) 36

c) 48

d) 54

2. Una secuencia de figuras está formada por triángulos. La figura 1 tiene 3 lados, la figura 2 representa 6 lados visibles, la figura 3 representa 9 lados visibles. ¿Qué relación describe mejor el patrón?

a) Aumenta de 2 en 2

b) Aumenta de 3 en 3

c) Aumenta multiplicando por 3

d) Disminuye de 3 en 3

3. En una tabla, la cantidad de asientos de una gradería crece así por fila: 12, 15, 18, 21. Escriba la regla verbal del patrón.

4. Si una relación sigue el patrón $y = 5n + 2$, ¿cuál es el valor de y cuando $n = 4$?

a) 18

b) 20

c) 22

d) 24

II. Establecimiento de relaciones

5. En una tienda, 2 cuadernos cuestan ₡1 400. Si el precio se mantiene constante, ¿cuánto costarán 5 cuadernos?

a) ₡2 800

b) ¢3 000

c) ¢3 500

d) ¢4 200

6. La tabla muestra una relación entre x e y : si $x = 1$, $y = 4$; si $x = 2$, $y = 7$; si $x = 3$, $y = 10$. ¿Cuál expresión representa mejor la relación?

a) $y = 3x + 1$

b) $y = x + 3$

c) $y = 4x$

d) $y = 2x + 1$

7. Explique brevemente qué relación existe entre el perímetro de un cuadrado y la medida de su lado.

8. Un tanque contiene 120 litros y pierde 8 litros por hora. ¿Cuál expresión representa la cantidad de agua A después de h horas?

a) $A = 120 + 8h$

b) $A = 120 - 8h$

c) $A = 8h - 120$

d) $A = 120h - 8$

III. Interpretación de representaciones matemáticas

9. La gráfica de una relación lineal corta el eje y en 3 y sube 2 unidades por cada 1 unidad que avanza en x . ¿Cuál ecuación representa esa gráfica?

a) $y = 2x + 3$

b) $y = 3x + 2$

c) $y = 2x - 3$

d) $y = x + 3$

10. Una tabla muestra que cuando x toma los valores 0, 1, 2 y 3, los valores de y son 5, 8, 11 y 14. ¿Qué puede concluirse?

a) La relación es constante

b) La relación aumenta de 2 en 2

c) La relación aumenta de 3 en 3

d) La relación disminuye de 3 en 3

11. Observe la expresión $4(a + 2)$. Escriba otra representación equivalente y explique brevemente por qué son equivalentes.

12. Si en una gráfica la recta pasa por los puntos (0, 2) y (4, 10), ¿cuál es su pendiente?

a) 2

b) 3

c) 4

d) 8

IV. Generalización

13. Complete y generalice: $1 + 3 = 4$; $1 + 3 + 5 = 9$; $1 + 3 + 5 + 7 = 16$. ¿Qué afirmación general describe el patrón?

a) La suma de los primeros números impares siempre es par

b) La suma de los primeros n números impares es n^2

c) La suma de los impares aumenta de 3 en 3

d) La suma de los impares siempre es múltiplo de 3

14. Si el número de baldosas en la figura n se expresa como $4n + 1$, ¿cuántas baldosas tendrá la figura 6?

- a) 21
- b) 24
- c) 25
- d) 29

15. Explique con sus palabras qué significa generalizar un patrón matemático.

16. Una secuencia cumple la regla $t_n = 2n - 1$. Escriba los términos correspondientes a $n = 1, 2, 3$ y 4 , y señale qué tipo de números se obtiene.

V. Resolución de problemas

17. Una estudiante tiene ₡6 000 para comprar entradas de cine que cuestan ₡1 750 cada una. ¿Cuántas entradas puede comprar y cuánto dinero le sobra?

- a) 2 entradas y sobran ₡2 500
- b) 3 entradas y sobran ₡750
- c) 3 entradas y sobran ₡250
- d) 4 entradas y sobran ₡1 000

18. Un taxi cobra una tarifa base de ₡900 más ₡650 por cada kilómetro recorrido. Formule una expresión que represente el costo total C en función de los kilómetros k .

19. En un grupo hay 32 estudiantes. El número de mujeres es 4 más que el número de hombres. Plantee una ecuación y determine cuántas mujeres y cuántos hombres hay.

20. Una familia desea cercar un terreno rectangular de 18 m de largo y 12 m de ancho. ¿Cuántos metros de cerca necesita? Si cada metro cuesta ₡3 500, ¿cuál será el costo total?

Clave de respuestas y criterios de calificación

Nota para el evaluador. Cada ítem tiene un valor de 1 punto. En los ítems abiertos se recomienda otorgar el punto completo cuando la respuesta sea matemáticamente correcta y guarde coherencia con el razonamiento solicitado.

Ítem	Clave	Respuesta / criterio
1	c	48
2	b	Aumenta de 3 en 3
3	Respuesta abierta	Ejemplo esperado: cada fila tiene 3 asientos más que la anterior.
4	c	22
5	c	₡3 500

6	a	$y = 3x + 1$
7	Respuesta abierta	Ejemplo esperado: el perímetro es cuatro veces la medida del lado ($P = 4l$).
8	b	$A = 120 - 8h$
9	a	$y = 2x + 3$
10	c	Aumenta de 3 en 3
11	Respuesta abierta	Ejemplo esperado: $4a + 8$, por propiedad distributiva.
12	a	2
13	b	La suma de los primeros n impares es n^2
14	c	25
15	Respuesta abierta	Ejemplo esperado: expresar una regla general que explique todos los casos de un patrón.

16	Respuesta abierta	1, 3, 5, 7; son números impares.
17	b	3 entradas y sobran ¢750
18	Respuesta abierta	$C = 900 + 650k$
19	Respuesta abierta	14 hombres y 18 mujeres; puede plantearse $x + (x + 4) = 32$.
20	Respuesta abierta	Perímetro 60 m; costo total ¢210 000.

Fuente: Elaboración propia.

Criterio general para ítems abiertos. Se asignará 1 punto cuando la respuesta exprese correctamente la relación matemática solicitada. En caso de respuesta parcialmente correcta, con procedimiento pertinente pero incompleto, podrá asignarse 0.5 puntos únicamente si la matriz de calificación institucional lo permite; para efectos del estudio diagnóstico, se recomienda recodificar el resultado final en acierto/no acierto.

ANEXO B

Tabla de especificaciones de la prueba diagnóstica

La presente tabla de especificaciones organiza técnica y pedagógicamente la Prueba Diagnóstica de Razonamiento Abstracto en Matemática aplicada a 152 estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña. Su finalidad es mostrar la correspondencia entre dimensiones, indicadores, ítems, tipo de reactivo, ponderación y nivel de demanda cognitiva, garantizando coherencia entre el instrumento, la variable dependiente y la matriz de operacionalización.

Tabla B1. Datos técnicos de la prueba diagnóstica

Nombre del instrumento	Prueba diagnóstica de razonamiento abstracto en matemática
Población objetivo	152 estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña
Finalidad	Diagnosticar el nivel inicial de razonamiento abstracto en matemática
Número total de ítems	20 ítems
Tipo de ítems	16 de selección única y 4 de respuesta abierta
Puntaje total	20 puntos (1 punto por ítem)

Fuente: Elaboración propia.

Tabla B2. Especificaciones por dimensión, indicador e ítems

Dimensión	Indicadores evaluados	Ítems	N.º de ítems	Tipo de reactivos	Demandas cognitivas	Puntaje	Peso
Identificación de patrones	Reconocimiento de regularidades numéricas o figurales; formulación de reglas simples; sustitución en patrones explícitos.	1–4	4	3 selección única y 1 abierto	Baja a media	4	20 %
Establecimiento de relaciones	Relaciones de proporcionalidad y variación; formulación de expresiones; explicación verbal de relaciones matemáticas.	5–8	4	3 selección única y 1 abierto	Media	4	20 %

Interpretación de representaciones matemáticas	Lectura de tablas, gráficas y expresiones equivalentes; identificación de pendiente y equivalencia de representaciones.	9–12	4	3 selección única y 1 abierto	Media	4	20 %
Generalización	Formulación de reglas generales; interpretación de expresiones generales; explicación del concepto de generalización.	13–16	4	2 selección única y 2 abiertos	Media alta	4	20 %

Resolución de problemas	Planteamiento y resolución de situaciones contextualizadas; traducción de problemas a expresiones o ecuaciones; justificación de resultados.	17–20	4	1 selección única y 3 abiertos	Alta	4	20 %
-------------------------	--	-------	---	--------------------------------	------	---	------

Fuente: Elaboración propia.

Tabla B3. Correspondencia entre ítems y clave de respuesta

Ítem	Dimensión	Clave / criterio
1	Identificación de patrones	c
2	Identificación de patrones	b
3	Identificación de patrones	Abierta
4	Identificación de patrones	c
5	Establecimiento de relaciones	c

6	Establecimiento de relaciones	a
7	Establecimiento de relaciones	Abierta
8	Establecimiento de relaciones	b
9	Interpretación de representaciones	a
10	Interpretación de representaciones	c
11	Interpretación de representaciones	Abierta
12	Interpretación de representaciones	a
13	Generalización	b
14	Generalización	c
15	Generalización	Abierta
16	Generalización	Abierta

17	Resolución de problemas	b
18	Resolución de problemas	Abierta
19	Resolución de problemas	Abierta
20	Resolución de problemas	Abierta

Nota. La prueba fue diseñada con una distribución equilibrada de 20% por dimensión. Los ítems abiertos se califican con criterio dicotómico (1 punto / 0 puntos), considerando corrección conceptual, pertinencia matemática y coherencia básica de la justificación.

Fuente: Elaboración propia.

ANEXO C

GUÍA DE ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA PARA DOCENTES

1. Datos de identificación del instrumento

Nombre del instrumento	Guía de entrevista semiestructurada para docentes
Propósito	Recabar información cualitativa sobre la percepción docente respecto al razonamiento abstracto en matemática, las prácticas pedagógicas implementadas, la presencia de modelación matemática en el aula y la pertinencia del uso de herramientas de inteligencia artificial en el contexto del Liceo Mauro Fernández Acuña.
Población objetivo	Docentes de matemática de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña.
Número de participantes	6 docentes.
Tipo de entrevista	Semiestructurada, individual.
Tiempo estimado	30 a 45 minutos por participante.

Fuente: Elaboración propia.

2. Orientaciones para la persona entrevistadora

Presentar brevemente el propósito de la entrevista y asegurar a la persona participante que la información será utilizada únicamente con fines académicos e investigativos.

Solicitar autorización para registrar la entrevista mediante notas y, cuando corresponda, audio, explicando que la información será tratada con confidencialidad.

Mantener una actitud de escucha activa, evitando interrumpir innecesariamente y favoreciendo respuestas amplias, claras y contextualizadas.

Utilizar las preguntas guía en el orden propuesto, aunque se permite flexibilidad para profundizar en aspectos emergentes relevantes para el estudio.

Emplear preguntas de sondeo cuando sea necesario, sin inducir la respuesta del participante.

Cerrar la entrevista agradeciendo la colaboración y verificando si la persona desea agregar alguna observación adicional.

3. Datos generales de la persona entrevistada

Código del participante	_____
Sexo	_____
Edad	_____
Años de experiencia docente	_____
Formación académica	_____
Asignaturas o niveles que atiende	_____

Fuente: Elaboración propia.

4. Preguntas guía de la entrevista

Las preguntas se organizan en ejes temáticos vinculados con los objetivos específicos de la investigación y con la interpretación de los resultados del diagnóstico cuantitativo.

Eje 1. Percepción del razonamiento abstracto en el estudiantado

¿Cómo valora usted el nivel de razonamiento abstracto que muestran sus estudiantes de décimo año en la asignatura de Matemática?

¿Cuáles son las principales dificultades que observa en sus estudiantes cuando deben generalizar, interpretar representaciones o resolver situaciones matemáticas nuevas?

¿Qué manifestaciones concretas del pensamiento abstracto logra identificar con mayor frecuencia en el aula?

Eje 2. Prácticas pedagógicas en la enseñanza de la matemática

¿Qué estrategias metodológicas utiliza habitualmente para enseñar contenidos matemáticos en décimo año?

¿En qué medida considera que sus prácticas actuales favorecen el razonamiento, la argumentación y la resolución de problemas?

¿Cuáles son las principales limitaciones que enfrenta para desarrollar actividades más centradas en comprensión, modelación o pensamiento abstracto?

Eje 3. Modelación matemática en el aula

¿Qué entiende usted por modelación matemática y qué lugar considera que tiene dentro de la enseñanza de la Matemática en secundaria?

¿Ha utilizado actividades de modelación matemática en sus clases? En caso afirmativo, ¿qué tipo de experiencias ha desarrollado?

¿Qué beneficios y qué dificultades observa en la incorporación de tareas de modelación matemática con estudiantes de décimo año?

Eje 4. Uso de recursos tecnológicos e inteligencia artificial

¿Qué tipo de recursos tecnológicos utiliza actualmente en la enseñanza de la Matemática?

¿Cuál es su opinión sobre el uso de herramientas de inteligencia artificial como apoyo al aprendizaje matemático?

¿Qué ventajas, riesgos o condiciones considera que deberían tomarse en cuenta para integrar herramientas de inteligencia artificial en el aula de Matemática?

Eje 5. Valoración de la propuesta didáctica

Desde su experiencia, ¿qué características debería tener una estrategia didáctica orientada a fortalecer el razonamiento abstracto en Matemática?

¿Considera viable trabajar con secuencias de modelación matemática apoyadas por herramientas de inteligencia artificial en el contexto del Liceo Mauro Fernández Acuña?
¿Por qué?

¿Qué recomendaciones daría para que una propuesta de este tipo sea pertinente, factible y útil para el contexto institucional?

Eje 6. Cierre reflexivo

¿Hay algún otro aspecto relacionado con la enseñanza de la Matemática, el razonamiento abstracto o el uso de inteligencia artificial que considere importante agregar y que no haya sido abordado en esta entrevista?

5. Preguntas de profundización o sondeo

¿Podría ampliar esa idea con un ejemplo concreto?

¿A qué tipo de situaciones se refiere específicamente?

¿Cómo se manifiesta eso en la práctica de aula?

¿Qué efectos observa en el aprendizaje de los estudiantes?

¿Qué condiciones serían necesarias para mejorar ese aspecto?

6. Criterios de registro y análisis

Identificar coincidencias y diferencias entre los discursos docentes.

Registrar percepciones sobre el nivel de razonamiento abstracto del estudiantado.

Reconocer estrategias pedagógicas predominantes y limitaciones de implementación.

Analizar la presencia o ausencia de modelación matemática en la práctica educativa.

Valorar la apertura, reservas y condiciones señaladas para el uso pedagógico de herramientas de inteligencia artificial.

7. Observaciones finales del entrevistador

8. Nota metodológica

Este instrumento fue diseñado en coherencia con el enfoque mixto y el diseño secuencial explicativo de la investigación doctoral titulada “Estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial para fortalecer el

razonamiento abstracto en estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, San José, Costa Rica, durante el I período del curso lectivo 2026”. Su función es complementar e interpretar los resultados obtenidos mediante la prueba diagnóstica aplicada al estudiantado, aportando la perspectiva profesional del profesorado de matemática sobre el problema investigado y sobre la propuesta de transformación formulada.

ANEXO D

FICHA DE ANÁLISIS DOCUMENTAL

Finalidad del instrumento. Registrar de manera sistemática la información contenida en documentos pedagógicos e institucionales vinculados con la enseñanza de la matemática, para contrastar la presencia de resolución de problemas, modelación matemática, uso de recursos tecnológicos, evaluación del razonamiento y coherencia con la propuesta EDIMIA.

Instrucciones de uso. La ficha debe completarse para cada documento revisado. El investigador marcará o describirá la información observada en cada categoría, procurando objetividad, claridad y fidelidad al contenido documental. Cuando sea necesario, se podrán agregar observaciones textuales o fragmentos relevantes del documento analizado.

1. Identificación del documento

Código del documento	
Tipo de documento	
Título o nombre del documento	
Fecha / período	
Autor o responsable	
Área / asignatura / nivel	

Fuente: Elaboración propia.

2. Contextualización del documento

Propósito pedagógico del documento	
Descripción general del contenido	
Relación con la enseñanza de la matemática	

Fuente: Elaboración propia.

3. Categorías de análisis documental

Categoría	Indicadores de observación	Registro / evidencia encontrada	Valoración
Resolución de problemas	Presencia de problemas contextualizados, nivel de apertura, exigencia cognitiva		
Modelación matemática	Situaciones reales, formulación de supuestos, representación, matematización, validación		

Razonamiento abstracto	Generalización, interpretación de representaciones, establecimiento de relaciones, argumentación		
Uso de tecnología	Presencia de recursos digitales, software, plataformas, IA u otros apoyos tecnológicos		
Evaluación del aprendizaje	Tipo de evaluación, énfasis en procesos o productos, criterios de valoración		
Mediación docente	Orientaciones, preguntas de andamiaje, secuenciación de actividades, apoyo al razonamiento		
Contextualización curricular	Correspondencia con programas de estudio, objetivos,		

	contenidos y habilidades		
Observaciones emergentes	Aspectos no previstos inicialmente, pero relevantes para la investigación		

Fuente: Elaboración propia.

4. Síntesis analítica del documento

Principales hallazgos del documento	
Aporte del documento al diagnóstico	
Relación con la propuesta EDIMIA	
Observaciones finales del investigador	

Fuente: Elaboración propia.

Nota metodológica. Esta ficha forma parte de los instrumentos cualitativos de la investigación doctoral titulada “Estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial para fortalecer el razonamiento abstracto en estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, San José, Costa Rica, durante el I período del curso lectivo 2026”.

ANEXO E. MATRIZ DE OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

La presente matriz de operacionalización organiza las variables del estudio en correspondencia con la hipótesis, los objetivos específicos, las dimensiones analíticas y los indicadores observables, con el fin de facilitar su medición y valoración empírica dentro de la investigación.

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Escala / criterio	Instrumento
Variable independiente: Estrategia didáctica inteligente de modelación matemática asistida por IA	Conjunto estructurado de acciones pedagógicas que articula tareas de modelación matemática, mediación docente y uso regulado de herramientas de inteligencia artificial para favorecer procesos	Se expresa a través de la presencia y calidad de secuencias didácticas contextualizadas, mediación docente, integración pedagógica de IA, evaluación formativa y actividades de transferencia	1. Secuencias de modelación matemática 2. Mediación docente estratégica 3. Integración pedagógica de IA 4. Evaluación formativa	- Existencia de tareas contextualizadas - Comprensión, matematización, interpretación y validación - Uso de preguntas de andamiaje - Uso de IA para exploración, representación y retroalimentación - Presencia de rúbricas y	Escala cualitativa de presencia y calidad: Alto / Medio / Bajo Criterios: Pertinencia, coherencia, suficiencia y viabilidad	Guía de entrevista semiestructurada Ficha de análisis documental Matriz de valoración operativa

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Escala / criterio	Instrumento
	de pensamiento matemático de orden superior.	implementadas en la propuesta EDIMIA.	5. Transferencia y consolidación	seguimiento • Actividades de transferencia		
Variable dependiente: Razonamiento abstracto en matemática	Capacidad del estudiante para identificar patrones, establecer relaciones, interpretar representaciones, generalizar regularidades y resolver problemas matemáticos más allá de la percepción inmediata.	Se valora mediante el desempeño del estudiantado en una prueba diagnóstica estructurada, organizada en dimensiones e indicadores del razonamiento abstracto, con puntuación total de 20 puntos.	1. Identificación de patrones 2. Establecimiento de relaciones 3. Interpretación de representaciones matemáticas 4. Generalización 5. Resolución de problemas	• Reconoce regularidades numéricas o algebraicas • Relaciona datos, variables y expresiones • Interpreta tablas, gráficas y expresiones • Formula reglas o generalizaciones • Resuelve situaciones problemáticas no rutinarias	Puntaje cuantitativo sobre 20 puntos. Niveles de desempeño: Bajo: 0–10 Medio: 11–15 Alto: 16–20	Prueba diagnóstica de razonamiento abstracto en matemática

Nota. La variable independiente se operacionaliza con fines de valoración estructural de la propuesta EDIMIA, mientras que la variable dependiente se operacionaliza con fines diagnósticos y de seguimiento del razonamiento abstracto del estudiantado.

Fuente: Elaboración propia.

ANEXO F. MATRIZ DE CONGRUENCIA O CONSISTENCIA CIENTÍFICA-METODOLÓGICA

La presente matriz de congruencia sintetiza la relación lógica entre el problema de investigación, la hipótesis, los objetivos, las variables, dimensiones e indicadores que orientan el estudio doctoral desarrollado en el Liceo Mauro Fernández Acuña.

MATRIZ DE CONGRUENCIA						
Título: Estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial para fortalecer el razonamiento abstracto en estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro Fernández Acuña, San José, Costa Rica, durante el I período del curso lectivo 2026.						
Pregunta de investigación	Hipótesis	Objetivo general	Objetivos específicos	Variables estudiadas	Dimensiones	Indicadores
¿Cómo fortalecer el razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de educación diversificada del Liceo Mauro	La implementación de una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de	Proponer una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramienta	Diagnosticar el estado actual del razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes	Variable independiente : Estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas	Modelación matemática Integración pedagógica de IA	- Presencia de tareas contextualizadas de modelación matemática. - Uso de fases del ciclo de modelación.

Fernández Acuña, en San José, Costa Rica, durante el I período del curso lectivo 2026?	inteligencia artificial fortalece significativamente el razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña.	s de inteligencia artificial para fortalecer el razonamiento abstracto en la educación matemática de los estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica.	de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña.	de inteligencia artificial.		- Uso pedagógico regulado de herramientas de IA. - Retroalimentación, exploración y contraste de soluciones con apoyo de IA.
			Fundamentar teórica, didáctica y tecnológicamente la relación entre modelación matemática, herramientas de inteligencia		Mediación docente estratégica Evaluación formativa	- Preguntas de andamiaje y acompañamiento docente. - Orientaciones para representación, validación y generalización. - Uso de rúbricas,

			artificial y razonamiento abstracto.			listas de cotejo y retroalimentación formativa.
			Diseñar una estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial, contextualizada a las necesidades pedagógicas de los estudiantes.	Variable dependiente: Razonamiento o abstracto en la educación matemática.	Identificación de patrones	- Reconoce regularidades numéricas, gráficas y simbólicas. - Identifica secuencias y comportamientos recurrentes.
			Valorar la pertinencia,		Establecimiento de relaciones	- Relaciona variables,

			factibilidad y aplicabilidad de la estrategia didáctica propuesta para el fortalecimiento del razonamiento abstracto en la educación matemática.		Interpretación de representaciones	magnitudes y expresiones. - Interpreta tablas, gráficas, expresiones algebraicas y esquemas. - Explica el significado matemático de las representaciones.
			Valorar la pertinencia, factibilidad y aplicabilidad de la estrategia didáctica propuesta para el		Generalización Resolución de problemas	- Formula reglas o expresiones generales a partir de casos particulares. - Resuelve situaciones matemáticas no

			fortalecimiento del razonamiento abstracto en la educación matemática.			rutinarias. - Justifica procedimientos y valida soluciones en contexto.
--	--	--	---	--	--	--

Nota. La matriz de congruencia articula el problema de investigación, la hipótesis, los objetivos y las variables del estudio, permitiendo verificar la coherencia interna del diseño científico-metodológico de la tesis.

Fuente: Elaboración propia.

ANEXO G. VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS

El presente anexo reúne los formatos y la síntesis técnica del proceso de validación por juicio de expertos realizado a los instrumentos de recolección de información de la investigación doctoral titulada “Estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial para fortalecer el razonamiento abstracto en estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, San José, Costa Rica”. La validación se orientó a valorar la pertinencia, claridad, coherencia y suficiencia de los instrumentos, con el propósito de garantizar su adecuación técnica antes de la aplicación definitiva.

1. Finalidad de la validación

El juicio de expertos tuvo como finalidad examinar la calidad técnica de la Prueba Diagnóstica de Razonamiento Abstracto en Matemática, la Guía de Entrevista Semiestructurada para Docentes y la Ficha de Análisis Documental. La revisión se centró en la correspondencia de los instrumentos con los objetivos de la investigación, la variable dependiente, las categorías de análisis y las condiciones reales del contexto institucional.

2. Criterios de valoración

Los instrumentos fueron sometidos a valoración con base en cuatro criterios: pertinencia, claridad, coherencia y suficiencia. Para cada criterio se utilizó una escala ordinal de cuatro niveles: 1 = deficiente, 2 = regular, 3 = bueno y 4 = excelente. Asimismo, se dispuso de un espacio para observaciones cualitativas y recomendaciones de ajuste.

3. Perfil de los expertos

Para la validación se consideró la participación de especialistas con formación de posgrado y experiencia en educación matemática, metodología de la investigación y/o tecnología educativa. En la presentación final del documento, los datos de identificación podrán completarse con los nombres de los expertos efectivamente consultados.

Experto	Formación académica	Área de especialidad	Institución	Observación
Experto 1	Doctorado / Maestría	Educación matemática	Completar	Validador del instrumento cuantitativo
Experto 2	Doctorado / Maestría	Metodología de la investigación	Completar	Validador de estructura y coherencia
Experto 3	Doctorado / Maestría	Tecnología educativa / IA aplicada	Completar	Validador de integración tecnológica

Fuente: Elaboración propia.

4. Formato de validación del Instrumento 1. Prueba Diagnóstica de Razonamiento Abstracto en Matemática

Instrumento dirigido a estudiantes de décimo año, diseñado para valorar las dimensiones: identificación de patrones, establecimiento de relaciones, interpretación de representaciones, generalización y resolución de problemas.

Aspecto a valorar	1	2	3	4	Observaciones / recomendaciones
Pertinencia respecto del	☐	☐	☐	☐	

Aspecto a valorar	1	2	3	4	Observaciones / recomendaciones
objetivo de investigación					
Claridad en la redacción de ítems o preguntas	☐	☐	☐	☐	
Coherencia con la variable o categoría evaluada	☐	☐	☐	☐	
Suficiencia del número y cobertura de indicadores	☐	☐	☐	☐	
Adecuación al nivel y contexto de los participantes	☐	☐	☐	☐	

Aspecto a valorar	1	2	3	4	Observaciones / recomendaciones
Viabilidad de aplicación y registro	☐	☐	☐	☐	

Fuente: Elaboración propia.

Síntesis del dictamen del experto: _____

Ajustes sugeridos:

5. Formato de validación del Instrumento 2. Guía de Entrevista Semiestructurada para Docentes

Instrumento cualitativo dirigido a seis docentes de matemática, orientado a profundizar en la percepción del razonamiento abstracto del estudiantado, las prácticas pedagógicas predominantes y la valoración del uso de modelación matemática e inteligencia artificial.

Aspecto a valorar	1	2	3	4	Observaciones / recomendaciones
Pertinencia respecto del objetivo de investigación	☐	☐	☐	☐	
Claridad en la redacción	☐	☐	☐	☐	

Aspecto a valorar	1	2	3	4	Observaciones / recomendaciones
de ítems o preguntas					
Coherencia con la variable o categoría evaluada	☐	☐	☐	☐	
Suficiencia del número y cobertura de indicadores	☐	☐	☐	☐	
Adecuación al nivel y contexto de los participantes	☐	☐	☐	☐	
Viabilidad de aplicación y registro	☐	☐	☐	☐	

Fuente: Elaboración propia.

Síntesis del dictamen del experto: _____

Ajustes sugeridos:

6. Formato de validación del Instrumento 3. Ficha de Análisis Documental

Instrumento diseñado para registrar de forma sistemática información proveniente de planeamientos, instrumentos de evaluación y materiales pedagógicos vinculados con la enseñanza de la matemática en el contexto institucional.

Aspecto a valorar	1	2	3	4	Observaciones / recomendaciones
Pertinencia respecto del objetivo de investigación	☐	☐	☐	☐	
Claridad en la redacción de ítems o preguntas	☐	☐	☐	☐	
Coherencia con la variable o categoría evaluada	☐	☐	☐	☐	

Aspecto a valorar	1	2	3	4	Observaciones / recomendaciones
Suficiencia del número y cobertura de indicadores	☐	☐	☐	☐	
Adecuación al nivel y contexto de los participantes	☐	☐	☐	☐	
Viabilidad de aplicación y registro	☐	☐	☐	☐	

Fuente: Elaboración propia.

Síntesis del dictamen del experto: _____

Ajustes sugeridos:

7. Matriz de consolidación de resultados del juicio de expertos

La siguiente matriz resume el resultado global estimado de la validación y los ajustes derivados del juicio técnico.

Instrumento	Valoración global	Aspectos fuertes	Aspectos a ajustar	Decisión metodológica
Prueba diagnóstica	Alta	Cobertura adecuada de dimensiones; secuencia gradual de dificultad	Ajustar redacción de dos ítems y precisar instrucciones	Aprobado con ajustes menores
Guía de entrevista	Alta	Coherencia con objetivos y categorías del estudio	Reducir redundancia en un eje temático	Aprobada con ajustes menores
Ficha documental	Alta	Categorías pertinentes y facilidad de registro	Ampliar campo para observaciones pedagógicas	Aprobada con ajustes menores

Fuente: Elaboración propia.

8. Ajustes incorporados luego del juicio de expertos

Se precisó la redacción de ítems de la prueba diagnóstica para reducir ambigüedad semántica.

Se reorganizó el orden de algunas preguntas de la guía de entrevista para mejorar la progresión temática.

Se amplió el apartado de observaciones de la ficha documental para registrar evidencias de modelación matemática y uso de tecnología.

Se reforzaron las instrucciones generales de aplicación de los instrumentos para homogenizar su administración.

9. Constancia de validación

Se deja constancia de que los instrumentos fueron sometidos a revisión técnica por juicio de expertos antes de su aplicación definitiva, y que las observaciones emitidas fueron consideradas para el ajuste metodológico correspondiente.

Nombre del experto	Firma	Fecha
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____

Fuente: Elaboración propia.

ANEXO H

EVIDENCIA DE PRUEBA PILOTO

El presente anexo documenta la prueba piloto aplicada a la Prueba Diagnóstica de Razonamiento Abstracto en Matemática, elaborada para el estudio titulado “Estrategia didáctica inteligente de modelación matemática asistida por inteligencia artificial para el fortalecimiento del razonamiento abstracto en estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, San José, Costa Rica”. La prueba piloto tuvo como finalidad verificar la claridad de los ítems, la pertinencia de los contextos problemáticos, el tiempo requerido para la resolución, la funcionalidad de la estructura del instrumento y las condiciones básicas de aplicación antes de su uso definitivo con la muestra de 152 estudiantes.

La aplicación piloto se desarrolló durante la primera quincena de febrero de 2026 con un grupo externo al estudio definitivo, integrado por estudiantes con características académicas semejantes a la población objetivo. La información obtenida permitió identificar fortalezas del instrumento, detectar aspectos susceptibles de ajuste y adoptar decisiones técnicas para mejorar su calidad antes de la administración formal.

H.1. Ficha técnica de la prueba piloto

Aspecto	Descripción
Instrumento pilotado	Prueba Diagnóstica de Razonamiento Abstracto en Matemática
Objetivo del piloto	Valorar claridad, pertinencia, tiempo de aplicación y funcionalidad general del instrumento antes de su aplicación definitiva

Fecha de aplicación	Primera quincena de febrero de 2026
Participantes	20 estudiantes con características semejantes a la población objetivo, externos a la muestra definitiva
Nivel educativo de referencia	Educación media superior / nivel equivalente al grupo meta
Tipo de instrumento	Prueba estructurada de 20 ítems con calificación total de 20 puntos
Dimensiones observadas	Identificación de patrones, establecimiento de relaciones, interpretación de representaciones, generalización y resolución de problemas
Modalidad de aplicación	Presencial e individual

Fuente: Elaboración propia.

H.2. Objetivos específicos de la prueba piloto

- Comprobar la comprensión de las instrucciones generales y particulares del instrumento.
- Valorar la pertinencia y claridad semántica de los ítems planteados.
- Estimar el tiempo promedio requerido para resolver la prueba en condiciones reales de aula.
- Detectar dificultades de redacción, sobrecarga verbal, ambigüedad o problemas de secuenciación.

- Obtener evidencia preliminar para realizar ajustes antes de la aplicación definitiva.

H.3. Procedimiento de aplicación

La prueba piloto fue administrada en un espacio de aula ordinario, bajo condiciones de trabajo individual y con acompañamiento del investigador. Antes de iniciar, se explicó a los participantes el propósito técnico de la actividad, enfatizando que no se trataba de una evaluación calificativa, sino de una revisión del funcionamiento del instrumento. Durante la sesión se registraron observaciones sobre dudas frecuentes, tiempos de respuesta, secuencia de trabajo y comportamiento general del grupo frente a los ítems propuestos.

Una vez concluida la aplicación, se revisaron los protocolos respondidos y se analizaron tanto los patrones de respuesta como las observaciones generadas durante el proceso. Ese análisis permitió establecer qué ítems funcionaban de manera adecuada y cuáles requerían ajustes de forma o contenido.

H.4. Resultados principales del piloto

Aspecto evaluado	Hallazgo observado	Implicación metodológica	Decisión adoptada
Comprensión de instrucciones	La mayoría comprendió las instrucciones generales sin dificultad; se identificaron dudas menores en la forma de responder dos ítems abiertos.	Las instrucciones eran funcionales, pero podían simplificarse en algunos apartados.	Se ajustó la redacción de las consignas y se incorporó un ejemplo breve de respuesta esperada.

Tiempo de aplicación	El tiempo promedio de resolución fue de 34 minutos; el rango observado osciló entre 28 y 41 minutos.	El tiempo estimado era adecuado para una sesión de aula sin generar presión excesiva.	Se mantuvo el tiempo general previsto, estableciendo 45 minutos como margen operativo.
Claridad de los ítems	Tres ítems presentaron sobrecarga verbal y uno mostró ambigüedad en la interpretación de datos.	La complejidad lingüística interfería parcialmente con la medición del razonamiento abstracto.	Se reformularon cuatro ítems para mejorar precisión, brevedad y claridad semántica.
Secuencia de dificultad	Los estudiantes respondieron mejor los ítems iniciales y mostraron mayor dificultad en generalización y resolución de problemas.	La progresión de complejidad fue adecuada para discriminar niveles de desempeño.	Se mantuvo la secuencia, ajustando la redacción final de dos ítems de mayor complejidad.
Pertinencia de contextos	Los contextos cercanos a situaciones escolares y cotidianas	La contextualización favoreció el	Se conservaron los contextos mejor valorados y se sustituyó un contexto

	generaron mayor comprensión y disposición.	involucramiento cognitivo del grupo.	percibido como poco familiar.
--	--	--------------------------------------	-------------------------------

Fuente: Elaboración propia.

H.5. Ajustes realizados al instrumento después del piloto

Tipo de ajuste	Descripción del cambio	Finalidad del ajuste
Redacción	Simplificación de instrucciones y reformulación de ítems con exceso de carga verbal.	Mejorar comprensión lectora sin alterar la exigencia cognitiva.
Claridad semántica	Precisión en términos matemáticos y en datos presentados en problemas contextualizados.	Reducir ambigüedad y aumentar validez de contenido.
Ejemplo de respuesta	Incorporación de una referencia breve sobre cómo contestar ejercicios de respuesta corta.	Disminuir errores de forma en el diligenciamiento.
Contextualización	Sustitución de un escenario poco familiar por uno más	Aumentar pertinencia cultural y escolar del instrumento.

	cercano al entorno del estudiantado.	
Tiempo operativo	Definición de 45 minutos como tiempo estándar de aplicación.	Garantizar margen suficiente para lectura, resolución y revisión.

Fuente: Elaboración propia.

H.6. Valoración técnica del piloto

Los resultados del piloto mostraron que la prueba diagnóstica era pertinente y funcional para el propósito del estudio, siempre que se introdujeran ajustes menores de redacción y presentación. No se identificaron defectos estructurales que invalidaran el instrumento; por el contrario, la prueba evidenció una secuencia de dificultad adecuada, capacidad de discriminación inicial entre distintos niveles de desempeño y pertinencia de las dimensiones evaluadas en relación con el razonamiento abstracto en matemática.

Desde el punto de vista metodológico, la prueba piloto permitió confirmar la viabilidad de aplicación del instrumento en una sesión regular de aula, así como mejorar la calidad técnica de la versión definitiva. En consecuencia, se consideró que el instrumento se encontraba en condiciones de ser administrado a la muestra final de la investigación, integrada por 152 estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña.

ANEXO I

EVIDENCIA DE CONFIABILIDAD DEL INSTRUMENTO

El presente anexo documenta la evidencia de confiabilidad de la Prueba Diagnóstica de Razonamiento Abstracto en Matemática, elaborada para la investigación “Estrategia didáctica inteligente de modelación matemática asistida por inteligencia artificial para el fortalecimiento del razonamiento abstracto en estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, San José, Costa Rica”. La confiabilidad del instrumento se estimó con base en la consistencia interna de los ítems, con el fin de determinar el grado en que la prueba ofrecía resultados estables y coherentes respecto de la variable evaluada.

Dado que el instrumento fue estructurado con 20 ítems puntuados dicotómicamente en una escala total de 20 puntos, el estadístico seleccionado fue el coeficiente Kuder-Richardson 20 (KR-20), considerado adecuado para pruebas de rendimiento con respuestas correctas e incorrectas. Este procedimiento fue coherente con el diseño metodológico de la investigación y con la naturaleza cuantitativa del instrumento aplicado a estudiantes de décimo año.

I.1. Fundamentación técnica del coeficiente KR-20

I.2. Datos considerados para la estimación de confiabilidad

El coeficiente KR-20 se expresa mediante la siguiente relación:

$$KR-20 = [k / (k - 1)] \times [1 - (\sum pq / \sigma^2 t)]$$

Donde: k representa el número total de ítems; p corresponde a la proporción de respuestas correctas por ítem; q representa la proporción de respuestas incorrectas; $\sum pq$ corresponde a la suma del producto $p \cdot q$ de todos los ítems; y $\sigma^2 t$ representa la varianza total de las puntuaciones obtenidas en la prueba.

Para la estimación preliminar de la confiabilidad se utilizó la información procedente de la prueba piloto aplicada durante la primera quincena de febrero de 2026 a un grupo externo a la

muestra definitiva, compuesto por 25 estudiantes con características académicas semejantes a la población objetivo. El procesamiento de los resultados permitió calcular los parámetros básicos requeridos para la estimación del coeficiente.

Tabla I.1. Parámetros utilizados para la estimación preliminar del coeficiente KR-20

Parámetro	Descripción	Valor estimado
K	Número total de ítems de la prueba	20
N	Número de participantes en la prueba piloto	25
Σpq	Suma de los productos $p \cdot q$ de los ítems	2.41
σ^2_t	Varianza total de la prueba	13.42
KR-20	Coeficiente de confiabilidad estimado	0.82

Fuente: Elaboración propia con base en la prueba piloto y en el cálculo metodológico de confiabilidad del instrumento.

I.3. Interpretación de la confiabilidad obtenida

El valor obtenido de $KR-20 = 0.82$ permite interpretar que la prueba presenta una consistencia interna alta. En términos metodológicos, ello indica que los ítems del instrumento guardan una relación adecuada entre sí y que, en conjunto, miden de manera suficientemente

homogénea el razonamiento abstracto en matemática. Un coeficiente de esta magnitud resulta aceptable y defendible para fines diagnósticos en investigación educativa aplicada.

La estimación obtenida también es congruente con los resultados de la prueba piloto, en la que se observó una secuencia de dificultad funcional, ausencia de defectos estructurales severos y una capacidad inicial de discriminación entre estudiantes con distintos niveles de desempeño. Por ello, la confiabilidad del instrumento se consideró suficiente para su aplicación a la muestra definitiva de 152 estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña.

I.4. Criterio de decisión metodológica

Con base en el análisis efectuado, se determinó que la Prueba Diagnóstica de Razonamiento Abstracto en Matemática cumplía con un nivel de confiabilidad aceptable para ser utilizada en el estudio. En consecuencia, el instrumento fue conservado para la aplicación definitiva, introduciendo únicamente ajustes menores de redacción y presentación derivados del piloto, sin modificar su estructura de dimensiones, indicadores ni puntaje total.

I.5. Conclusión técnica del anexo

Por tanto, la evidencia de confiabilidad presentada en este anexo respalda el uso del instrumento cuantitativo dentro de la investigación, al demostrar que la prueba posee consistencia interna suficiente para diagnosticar el razonamiento abstracto en matemática en la población estudiada. Esta condición fortalece la validez metodológica del análisis cuantitativo y ofrece soporte técnico a los resultados presentados en el capítulo correspondiente.

ANEXO J.

CRONOGRAMA DE TRABAJO DE CAMPO

El presente anexo muestra la organización temporal del trabajo de campo desarrollado entre febrero y mayo de 2026 en el Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica. El cronograma articula las fases de preparación, aplicación de instrumentos, entrevistas, análisis documental y procesamiento inicial de la información, en correspondencia con el diseño metodológico de la investigación y con la participación de 152 estudiantes de décimo año y 6 docentes de matemática.

Tabla J.1. Cronograma del trabajo de campo

Fase / actividad	Febrero 2026	Marzo 2026	Abril 2026	Mayo 2026	Responsables / participantes	Productos o evidencias
Planificación y organización del trabajo de campo	X				Investigador; coordinación institucional	Cronograma validado; coordinación de horarios y espacios
Revisión final y ajuste de instrumentos	X				Investigador; revisión técnica	Versiones finales de prueba, guía de entrevista y ficha documental
Socialización institucional del proceso	X				Investigador; autoridades y docentes	Acuerdos operativos de aplicación

Fase / actividad	Febrero 2026	Marzo 2026	Abril 2026	Mayo 2026	Responsables / participantes	Productos o evidencias
Aplicación de la prueba diagnóstica a estudiantes	X	X			152 estudiantes de décimo año; investigador	Pruebas aplicadas; registros de participación
Depuración y organización inicial de datos cuantitativos		X			Investigador	Base de datos preliminar; control de integridad de instrumentos
Aplicación de entrevistas semiestructuradas a docentes			X		6 docentes de matemática; investigador	Entrevistas realizadas; registros y transcripciones
Revisión documental de planeamientos e instrumentos				X	Investigador	Fichas de análisis documental diligenciadas
Integración preliminar de				X	Investigador	Sistematización inicial de

Fase / actividad	Febrero 2026	Marzo 2026	Abril 2026	Mayo 2026	Responsables / participantes	Productos o evidencias
evidencias del trabajo de campo						resultados y evidencias

Nota. El cronograma se organizó de manera secuencial, de acuerdo con el diseño explicativo del estudio: primero se aplicó la prueba diagnóstica al estudiantado, luego se realizaron las entrevistas al profesorado y, finalmente, se desarrolló el análisis documental y la sistematización inicial de la información.

Fuente: Elaboración propia con base en la planificación metodológica del estudio.

ANEXO K. CARACTERIZACIÓN DE LA MUESTRA

El presente anexo expone la caracterización general de la muestra participante en la investigación, en correspondencia con el enfoque mixto y con el diseño metodológico asumido. La información se organiza en dos grupos: la muestra estudiantil, integrada por 152 estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, y la muestra docente, conformada por 6 profesores vinculados con la enseñanza de la matemática en el mismo centro educativo.

La caracterización de la muestra se presenta con fines descriptivos y metodológicos, y permite contextualizar los hallazgos obtenidos en el diagnóstico del razonamiento abstracto, así como la interpretación cualitativa derivada de las entrevistas docentes. Se incluyen variables de identificación relevantes para el estudio, tales como nivel educativo, sexo, rango de edad y formación académica del profesorado.

K.1. Caracterización de la muestra estudiantil

La muestra estudiantil estuvo conformada por 152 estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, con edades comprendidas entre 14 y 17 años. En cuanto a la distribución por sexo, el 58% correspondió a mujeres y el 42% a hombres. La Tabla K.1 resume las principales características de esta muestra.

Tabla K.1. Caracterización de la muestra estudiantil

Variable	Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Nivel educativo	Décimo año	152	100%
Sexo	Mujeres	88	58%
Sexo	Hombres	64	42%

Rango de edad	14 a 17 años	152	100%
---------------	--------------	-----	------

Fuente: Elaboración propia con base en la caracterización de la muestra estudiantil del estudio.

La composición etaria y la distribución por sexo permiten describir con mayor precisión el contexto del diagnóstico cuantitativo. Dado que todos los participantes pertenecieron al mismo nivel educativo, la variable nivel se utilizó con fines de caracterización general y no como criterio de comparación interna.

K.2. Caracterización de la muestra docente

La muestra docente estuvo integrada por 6 profesores del área de matemática. En cuanto al sexo, participaron 5 mujeres y 1 hombre. Todos los docentes contaban con el grado de licenciatura en Enseñanza de la Matemática, lo cual aportó consistencia profesional a la información cualitativa obtenida mediante entrevistas semiestructuradas. La Tabla K.2 presenta la síntesis de esta caracterización.

Tabla K.2. Caracterización de la muestra docente

Variable	Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Cargo/función	Docentes de matemática	6	100%
Sexo	Mujeres	5	83.3%
Sexo	Hombre	1	16.7%

Formación académica	Licenciatura en Enseñanza de la Matemática	6	100%
---------------------	--	---	------

Fuente: Elaboración propia con base en la caracterización de la muestra docente del estudio.

La participación de seis docentes con formación disciplinar específica en matemática fortaleció la calidad de la información cualitativa del estudio, al permitir recuperar percepciones especializadas sobre el razonamiento abstracto del estudiantado, las estrategias didácticas utilizadas y la viabilidad de integrar modelación matemática e inteligencia artificial en el aula.

De este modo, la caracterización de la muestra que la investigación se desarrolló sobre una base empírica claramente delimitada y metodológicamente consistente, integrada por estudiantes de décimo año y docentes especialistas en matemática, lo cual aportó pertinencia contextual y solidez al diagnóstico y a la posterior formulación de la propuesta EDIMIA.

ANEXO L

EVIDENCIAS DE APLICACIÓN DE INSTRUMENTOS

El presente anexo reúne y sistematiza las evidencias de aplicación de los instrumentos empleados en la investigación titulada “*Estrategia didáctica de modelación matemática apoyada por herramientas de inteligencia artificial para fortalecer el razonamiento abstracto en estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña, en San José, Costa Rica*”. Su finalidad es dejar constancia técnica y metodológica del trabajo de campo realizado entre febrero y mayo de 2026, así como de las condiciones de aplicación, participantes, soportes de registro y observaciones de control de calidad.

La evidencia presentada se organiza conforme a los tres instrumentos utilizados en el estudio: **prueba diagnóstica de razonamiento abstracto en matemática, guía de entrevista semiestructurada para docentes y ficha de análisis documental**. En cada caso se consignan el objetivo del instrumento, el período de aplicación, la población o fuentes atendidas, los medios de verificación y una síntesis de observaciones metodológicas relevantes.

Tabla L1. Síntesis general de evidencias de aplicación

Instrumento	Período de aplicación	Participantes / fuentes	Tipo de evidencia	Soporte de registro	Observaciones metodológicas
Prueba diagnóstica de razonamiento abstracto en matemática	Febrero–marzo de 2026	152 estudiantes de décimo año	Registro de aplicación, control de participantes, instrumentos diligenciados	Acta de aplicación, listado de control y cuadernillos respondidos	Aplicación grupal en contexto de aula, con instrucciones homogéneas y revisión de

Instrumento	Período de aplicación	Participantes / fuentes	Tipo de evidencia	Soporte de registro	Observaciones metodológicas
			y matriz de codificación		integridad al cierre
Guía de entrevista semiestructurada para docentes	Abril de 2026	6 docentes de matemática	Agenda de entrevistas, registro de participación, guía aplicada y transcripciones analíticas	Bitácora del investigador, audios y fichas de sistematización	Entrevistas individuales realizadas según disponibilidad docente y en ambiente de privacidad
Ficha de análisis documental	Mayo de 2026	Planeamientos, instrumentos de evaluación y materiales pedagógicos institucionales	Relación de documentos revisados y fichas diligenciadas por categoría	Matriz de análisis documental y notas de contraste	Selección intencional de documentos vinculados con enseñanza de la matemática y evaluación del razonamiento

Fuente: Elaboración propia.

L.1 Evidencias de aplicación de la prueba diagnóstica

La prueba diagnóstica de razonamiento abstracto en matemática se aplicó entre febrero y marzo de 2026 a 152 estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña. La administración se realizó en el contexto escolar habitual del estudiantado, bajo condiciones equivalentes de tiempo, instrucciones y control de aplicación. El instrumento fue utilizado con finalidad diagnóstica, por lo que se explicó previamente al grupo su carácter no sancionatorio y su función dentro del estudio.

Tabla L.1. Evidencias de aplicación de la prueba diagnóstica

Aspecto	Descripción / evidencia
Objetivo del instrumento	Diagnosticar el nivel inicial del razonamiento abstracto en matemática en las dimensiones de identificación de patrones, establecimiento de relaciones, interpretación de representaciones, generalización y resolución de problemas.
Participantes	152 estudiantes de décimo año; 58% mujeres y 42% hombres; rango de edad entre 14 y 17 años.
Modalidad de aplicación	Aplicación grupal, presencial y estructurada, con supervisión directa del investigador.
Medios de verificación	Registro de asistencia o control de participación, cuadernillos diligenciados, matriz de codificación y bitácora de aplicación.

Aspecto	Descripción / evidencia
Observaciones relevantes	Se procuró uniformidad en instrucciones y tiempos. Al cierre se revisó integridad formal de cada instrumento para identificar omisiones o inconsistencias.

Fuente: Elaboración propia.

L.2 Evidencias de aplicación de la entrevista semiestructurada a docentes

La guía de entrevista semiestructurada se aplicó durante abril de 2026 a seis docentes vinculados con la enseñanza de la matemática en el centro educativo. Las entrevistas se desarrollaron de forma individual, con una ruta temática común y flexibilidad para profundizar en la experiencia profesional, las dificultades identificadas en el razonamiento abstracto del estudiantado y la valoración del uso pedagógico de la modelación matemática y la inteligencia artificial.

Tabla L.2. Evidencias de aplicación de la entrevista semiestructurada a docentes

Aspecto	Descripción / evidencia
Objetivo del instrumento	Profundizar en la perspectiva docente sobre el razonamiento abstracto del estudiantado, las prácticas pedagógicas, el uso de modelación matemática y la incorporación de herramientas de IA.
Participantes	6 docentes de matemática; 5 mujeres y 1 hombre; todos con licenciatura en Enseñanza de la Matemática.

Aspecto	Descripción / evidencia
Modalidad de aplicación	Entrevistas individuales semiestructuradas, con guía temática común y adecuación a la disponibilidad horaria del profesorado.
Medios de verificación	Agenda de entrevistas, registros de participación, notas de campo, audios y fichas de sistematización.
Observaciones relevantes	Las entrevistas se desarrollaron en ambientes de privacidad y sin interferir con la jornada lectiva. La información fue posteriormente organizada por categorías de análisis.

Fuente: Elaboración propia.

L.3 Evidencias de aplicación del análisis documental

La ficha de análisis documental se utilizó en mayo de 2026 para registrar información procedente de planeamientos didácticos, instrumentos de evaluación y materiales pedagógicos relacionados con la enseñanza de la matemática. El proceso permitió contrastar la información proveniente del diagnóstico estudiantil y de las entrevistas docentes, fortaleciendo la triangulación metodológica del estudio.

Tabla L.3. Evidencias de aplicación del análisis documental

Aspecto	Descripción / evidencia
Objetivo del instrumento	Registrar y analizar información contenida en documentos pedagógicos e institucionales vinculados con la enseñanza de la matemática y la evaluación del razonamiento abstracto.

Aspecto	Descripción / evidencia
Fuentes revisadas	Planeamientos didácticos, instrumentos de evaluación, materiales de apoyo y otros documentos institucionales relacionados con décimo año.
Modalidad de aplicación	Revisión sistemática mediante ficha de análisis documental, organizada por categorías previamente definidas.
Medios de verificación	Matriz de análisis documental, relación de documentos consultados y notas de contraste metodológico.
Observaciones relevantes	La selección de documentos respondió a criterios de pertinencia curricular y vinculación directa con la enseñanza de la matemática en el contexto estudiado.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla L2. Formato de control de evidencias de aplicación

Código de evidencia	Instrumento asociado	Fecha	Descripción de la evidencia	Responsable del registro	Observaciones
L-01	Prueba diagnóstica	Febrero– marzo 2026	Control de participación y cuadernillos respondidos	Investigador	Respaldo principal de la fase cuantitativa

Código de evidencia	Instrumento asociado	Fecha	Descripción de la evidencia	Responsable del registro	Observaciones
L-02	Entrevista semiestructurada	Abril 2026	Agenda de entrevistas, audios y fichas de sistematización	Investigador	Respaldo principal de la fase cualitativa
L-03	Análisis documental	Mayo 2026	Matriz de documentos revisados y fichas diligenciadas	Investigador	Respaldo principal de la fase documental

Nota. Las evidencias aquí descritas pueden anexarse en copia física o digital, según la política institucional de resguardo documental, la protección de datos personales y la disponibilidad de soportes de archivo. La presente sistematización cumple la función de dejar constancia metodológica del proceso de aplicación de instrumentos y de sus medios de verificación.

Fuente: Elaboración propia.

ANEXO M. TABLAS COMPLETAS DE RESULTADOS CUANTITATIVOS

En este anexo se presentan las tablas completas derivadas del procesamiento cuantitativo de la Prueba Diagnóstica de Razonamiento Abstracto en Matemática aplicada a 152 estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña. Los resultados se organizan según niveles de desempeño, dimensiones evaluadas y variables de caracterización de la muestra.

Tabla M1. Distribución general del nivel de razonamiento abstracto

Nivel de desempeño	Frecuencia	Porcentaje
Bajo	71	46.7%
Medio	59	38.8%
Alto	22	14.5%
Total	152	100.0%

Nota. Porcentajes calculados con base en $n = 152$ estudiantes.

Fuente: Elaboración propia con base en los datos del estudio.

Tabla M2. Puntaje promedio por dimensión del razonamiento abstracto

Dimensión evaluada	Puntaje promedio (sobre 20)	Orden de desempeño	Interpretación
--------------------	--------------------------------	--------------------	----------------

Identificación de patrones	12.4	1	Desempeño medio
Establecimiento de relaciones	11.3	2	Desempeño medio
Interpretación de representaciones matemáticas	10.2	3	Desempeño medio-bajo
Resolución de problemas matemáticos	9.8	4	Desempeño medio-bajo
Generalización de regularidades y estructuras	9.6	5	Desempeño medio-bajo

Nota. El puntaje promedio por dimensión se interpretó con base en una escala de 0 a 20 puntos.

Fuente: Elaboración propia con base en los datos del estudio.

Tabla M3. Resultados cuantitativos según sexo del estudiantado

Sexo	Frecuencia	Porcentaje	Promedio general (sobre 20)
Mujeres	88	58.0%	11.1
Hombres	64	42.0%	10.6

Total	152	100.0%	10.9
--------------	------------	---------------	-------------

Nota. La diferencia entre promedios fue leve y se utilizó con fines descriptivos.

Fuente: Elaboración propia con base en los datos del estudio.

Tabla M4. Resultados cuantitativos según edad del estudiantado

Edad	Frecuencia	Porcentaje	Promedio general (sobre 20)
14 años	34	22.4%	11.8
15 años	56	36.8%	11.1
16 años	40	26.3%	10.4
17 años	22	14.5%	9.7
Total	152	100.0%	10.9

Nota. Se observa una tendencia descendente del promedio general a medida que aumenta la edad.

Fuente: Elaboración propia con base en los datos del estudio.

Tabla M5. Distribución de niveles de desempeño según sexo

Sexo	Nivel bajo	Nivel medio	Nivel alto	Total
Mujeres	37 (42.0%)	38 (43.2%)	13 (14.8%)	88
Hombres	34 (53.1%)	21 (32.8%)	9 (14.1%)	64
Total	71 (46.7%)	59 (38.8%)	22 (14.5%)	152

Nota. Los porcentajes en cada fila se calcularon con base en la frecuencia total por sexo.

Fuente: Elaboración propia con base en los datos del estudio.

Tabla M6. Distribución de niveles de desempeño según edad

Edad	Nivel bajo	Nivel medio	Nivel alto	Total
14 años	10 (29.4%)	18 (52.9%)	6 (17.6%)	34
15 años	22 (39.3%)	25 (44.6%)	9 (16.1%)	56
16 años	24 (60.0%)	13 (32.5%)	3 (7.5%)	40
17 años	15 (68.2%)	3 (13.6%)	4 (18.2%)	22
Total	71 (46.7%)	59 (38.8%)	22 (14.5%)	152

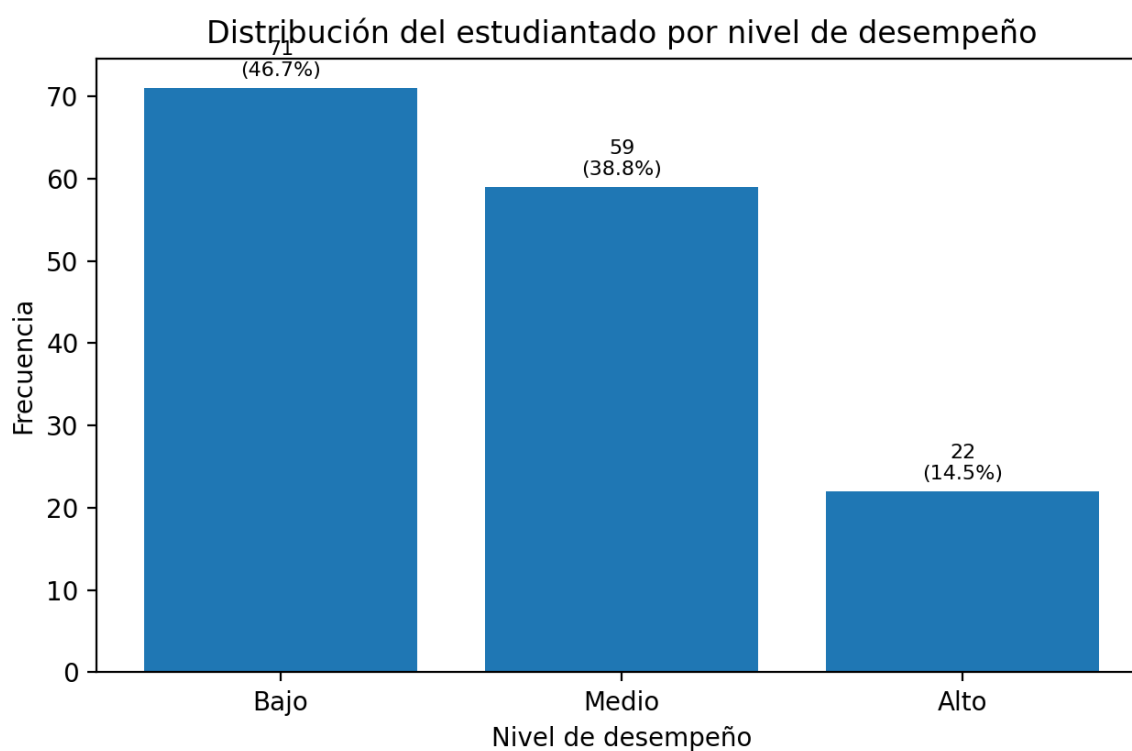
Nota. Los porcentajes en cada fila se calcularon con base en la frecuencia total de cada grupo de edad.

Fuente: Elaboración propia con base en los datos del estudio.

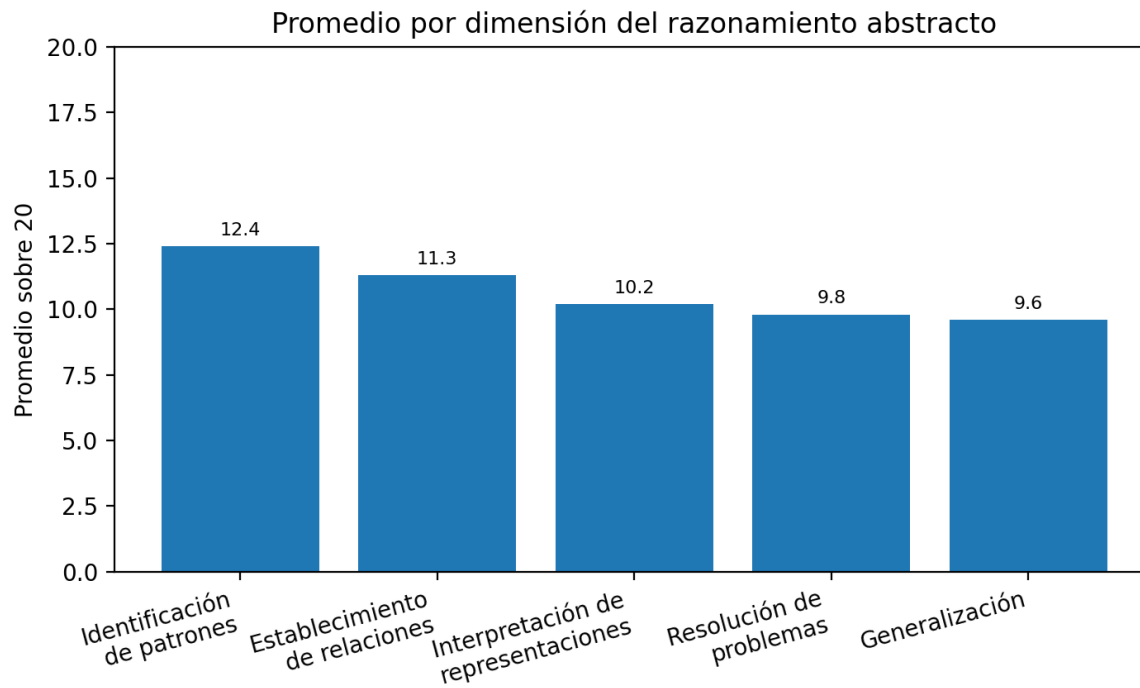
ANEXO N. GRÁFICAS COMPLETAS DE RESULTADOS

En el presente anexo se presentan las gráficas completas derivadas del análisis cuantitativo del estudio realizado con 152 estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña. Estas figuras complementan las tablas de resultados y permiten observar visualmente el comportamiento general del razonamiento abstracto, así como su distribución por dimensiones, sexo y edad.

Figura N1. Distribución de estudiantes según nivel de desempeño en razonamiento abstracto.

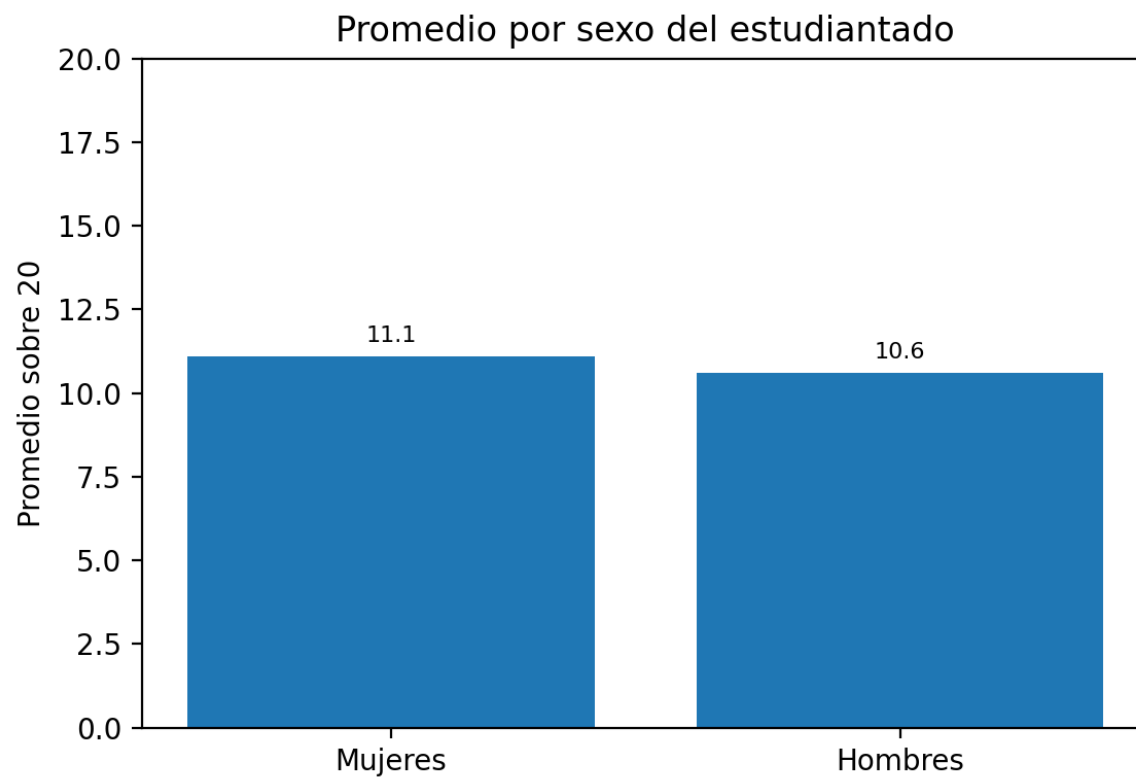


Fuente: Elaboración propia con base en los datos del estudio.

Figura N2. Promedio obtenido por dimensión del razonamiento abstracto.

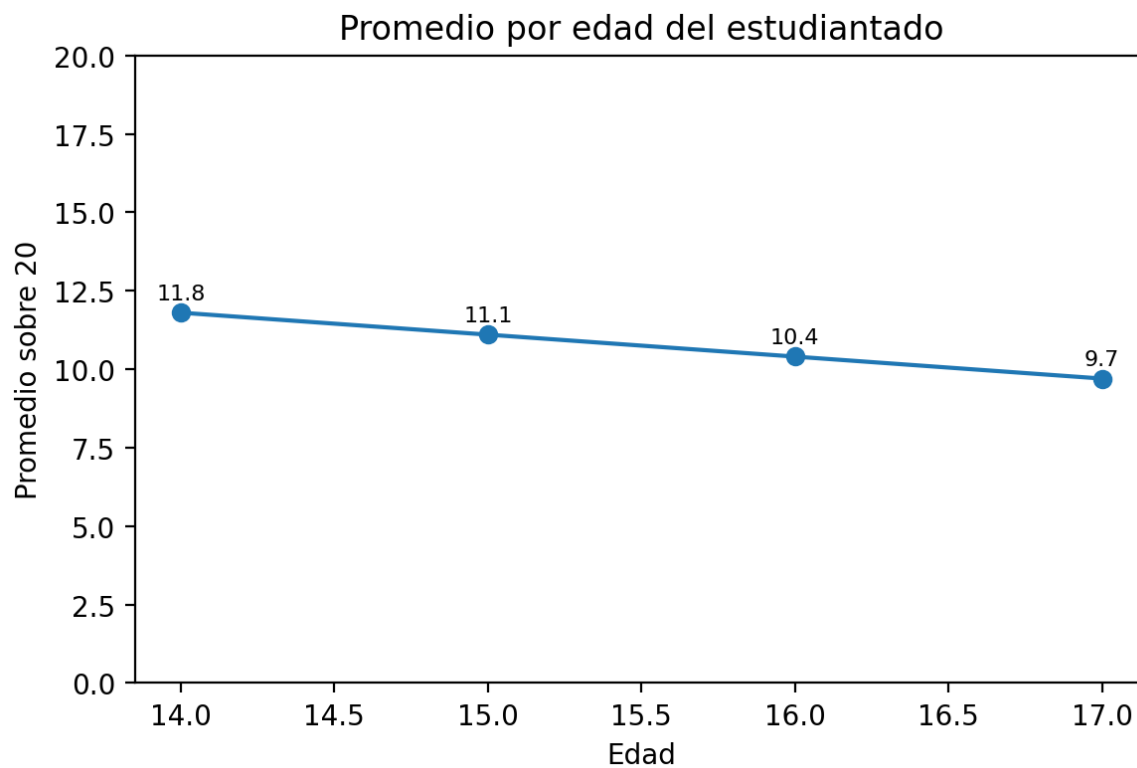
Fuente: Elaboración propia con base en los datos del estudio.

Figura N3. Promedio del razonamiento abstracto según sexo del estudiantado.



Fuente: Elaboración propia con base en los datos del estudio.

Figura N4. Promedio del razonamiento abstracto según edad del estudiantado.



Fuente: Elaboración propia con base en los datos del estudio.

ANEXO O. EVIDENCIAS DOCUMENTALES ANALIZADAS

En el presente anexo se sistematizan las evidencias documentales revisadas durante la fase de análisis documental de la investigación. Con el propósito de resguardar la confidencialidad institucional y de las personas participantes, los documentos se presentan mediante códigos de identificación y síntesis analítica, conservando los elementos pedagógicos sustantivos necesarios para respaldar los hallazgos del Capítulo III. La selección de documentos se orientó a identificar evidencias sobre el enfoque metodológico de la enseñanza de la matemática, la presencia de resolución de problemas, modelación matemática, uso de tecnologías digitales e instrumentos de evaluación utilizados en décimo año.

1. Criterios de selección documental

- Documentos vinculados directamente con la enseñanza de la matemática en décimo año.
- Materiales producidos o utilizados durante el período de estudio (febrero a mayo de 2026).
- Evidencias que permitieran contrastar la planificación, la evaluación y la mediación pedagógica declarada por el profesorado.
- Documentos pertinentes para verificar la presencia o ausencia de actividades de modelación matemática y uso pedagógico de recursos tecnológicos.

2. Inventario de documentos analizados

Tabla O.1. Inventario de documentos analizados

Código	Documento	Tipo	Propósito analítico	Hallazgo sintético
DOC-01	Planeamiento didáctico de	Planeamiento docente	Verificar objetivos, mediación, tipo de	Se identificó predominio de

Código	Documento	Tipo	Propósito analítico	Hallazgo sintético
	décimo año – Unidad de relaciones y variación		actividades y presencia de resolución de problemas/modelación	actividades orientadas a procedimientos y práctica guiada; presencia nominal del enfoque de resolución de problemas.
DOC-02	Planeamiento didáctico de décimo año – Unidad de funciones lineales	Planeamiento docente	Examinar articulación entre contenido, actividades y evaluación	Se observó secuenciación centrada en explicación de conceptos, ejercicios resueltos y práctica individual.
DOC-03	Prueba escrita parcial de matemática de décimo año	Instrumento de evaluación	Analizar el tipo de desempeño solicitado al estudiante	Predominaron reactivos de aplicación procedimental; escasa valoración de argumentación o modelación.
DOC-04	Guía de trabajo de aula sobre	Material didáctico	Identificar oportunidades de	El material favorece reconocimiento de patrones, pero limita

Código	Documento	Tipo	Propósito analítico	Hallazgo sintético
	patrones y sucesiones		generalización y representación	la formulación de reglas generales y la validación.
DOC-05	Instrumento de práctica calificada sobre ecuaciones y funciones	Instrumento de evaluación	Examinar peso relativo de ejercicios rutinarios frente a problemas abiertos	La mayoría de ítems se orienta a cálculo y sustitución directa; ausencia de problemas contextualizados de modelación.
DOC-06	Presentación digital de apoyo docente	Recurso tecnológico de aula	Valorar uso pedagógico de tecnologías	El recurso tecnológico se utiliza principalmente con función expositiva; no se evidencian procesos de exploración asistida.
DOC-07	Rúbrica institucional de desempeño	Documento institucional	Verificar criterios de evaluación presentes en la práctica	La rúbrica privilegia logro final y cumplimiento de procedimiento; limitada explicitación

Código	Documento	Tipo	Propósito analítico	Hallazgo sintético
				de razonamiento abstracto.
DOC-08	Registro de actividades de clase y evidencias de cuaderno	Evidencia pedagógica	Contrastar planificación con ejecución observable	Se corroboró énfasis en ejercicios repetitivos y resolución dirigida por el docente.

Fuente: Elaboración propia con base en el análisis documental realizado en la investigación.

3. Síntesis de hallazgos por categoría documental

3.1. Planeamientos didácticos

Los planeamientos revisados mostraron alineación formal con el currículo costarricense al declarar resolución de problemas y contextualización activa; sin embargo, la secuencia operativa de actividades se concentró principalmente en explicación de procedimientos, ejemplos resueltos y ejercicios de aplicación directa. La presencia de modelación matemática fue incipiente y, cuando apareció, lo hizo como referencia general y no como estructura didáctica sostenida.

3.2. Instrumentos de evaluación

Las pruebas y prácticas calificadas analizadas evidenciaron predominio de reactivos cerrados o semiestructurados orientados al resultado correcto, con escaso espacio para justificar procedimientos, comparar representaciones o validar modelos. Esta tendencia coincide con los hallazgos del estudio respecto a un bajo desarrollo de la generalización y la resolución de problemas en el grupo diagnosticado.

3.3. Materiales didácticos de aula

Las guías de trabajo y presentaciones utilizadas en clase facilitaron el reconocimiento de patrones y la práctica de relaciones matemáticas básicas, pero ofrecieron menos oportunidades para que el estudiantado formulara hipótesis, construyera modelos o transfiriera lo aprendido a nuevas situaciones. En el uso de recursos tecnológicos se observó un enfoque más expositivo que exploratorio.

3.4. Documentos institucionales y registros pedagógicos

Los documentos institucionales revisados revelaron interés por fortalecer el desempeño académico y mantener criterios comunes de evaluación; no obstante, los indicadores explícitos relacionados con razonamiento abstracto, argumentación o modelación matemática aparecieron de manera limitada. Los registros de clase corroboraron una dinámica predominantemente procedimental.

4. Matriz de evidencias documentales representativas

Tabla O.2. Matriz de evidencias documentales representativas

Tipo de evidencia	Descripción representativa	Interpretación analítica
Planeamiento de unidad	“Resolución de ejercicios propuestos por el docente” / “Práctica individual en cuaderno”	Predominio de mediación procedimental y baja presencia de tareas abiertas de modelación.
Prueba escrita	Ítems centrados en sustitución, cálculo y respuesta final correcta	Escasa valoración de procesos de argumentación, representación y validación.

Tipo de evidencia	Descripción representativa	Interpretación analítica
Guía de trabajo	Secuencias de reconocimiento de patrones con continuidad corta	Favorece identificación inicial de regularidades, pero no siempre conduce a generalización explícita.
Recurso digital de apoyo	Uso de diapositivas para explicación de contenido y ejemplos	La tecnología se usa con función expositiva más que como herramienta de exploración matemática.
Rúbrica de desempeño	Criterios generales de cumplimiento y exactitud	Limitada explicitación de indicadores de razonamiento abstracto o modelación matemática.

Fuente: Elaboración propia con base en el análisis documental realizado en la investigación.

5. Observación final del anexo

Las evidencias documentales analizadas respaldan la interpretación desarrollada en el cuerpo de la tesis: existe correspondencia entre el bajo desempeño del estudiantado en generalización, interpretación y resolución de problemas, las percepciones docentes sobre la práctica pedagógica y los documentos institucionales revisados. En conjunto, estos materiales confirman la necesidad de una propuesta didáctica que fortalezca el razonamiento abstracto mediante modelación matemática y uso pedagógico regulado de herramientas de inteligencia artificial.

ANEXO P

Secuencias didácticas de la propuesta EDIMIA

El presente anexo reúne un conjunto de secuencias didácticas diseñadas para la implementación de la Estrategia Didáctica Inteligente de Modelación Matemática Asistida por IA (EDIMIA), orientada al fortalecimiento del razonamiento abstracto en estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña. Cada secuencia integra modelación matemática, mediación docente estratégica, evaluación formativa y uso pedagógico regulado de herramientas de inteligencia artificial. Las secuencias fueron organizadas para desarrollarse de forma progresiva, contextualizada y viable en el entorno institucional descrito en la tesis.

Criterios generales de implementación

- Nivel sugerido: décimo año de Educación Diversificada.
- Enfoque didáctico: modelación matemática contextualizada con mediación docente y apoyo de IA.
- Propósito transversal: fortalecer identificación de patrones, establecimiento de relaciones, interpretación de representaciones, generalización y resolución de problemas.
- Evaluación: rúbricas analíticas, listas de cotejo, autoevaluación, coevaluación y revisión de productos intermedios.
- Uso de IA: exploración, visualización, contraste de estrategias, generación de ejemplos y retroalimentación; no se permite delegar en la IA la resolución final sin justificación matemática propia.

Secuencia didáctica 1. Patrones de crecimiento y generalización algebraica en contextos de consumo

Tabla P.1. Estructura general de la secuencia didáctica 1

Situación problema	Modelar el costo de un servicio de telefonía móvil a partir de una tarifa base y un cobro variable por consumo.
Propósito didáctico	Favorecer la transición desde regularidades numéricas y tabulares hacia la formulación de una expresión general, fortaleciendo la generalización y la interpretación de relaciones lineales.
Duración estimada	3 sesiones de 80 minutos
Dimensiones priorizadas	Identificación de patrones, establecimiento de relaciones, generalización.
Recursos principales	Guía de trabajo, hoja cuadriculada, calculadora, proyector, herramienta de IA conversacional, hoja de cálculo opcional.
Uso pedagógico de IA	Solicitar a la IA ejemplos de tablas compatibles con un mismo modelo lineal, preguntas de verificación y explicaciones alternativas sobre diferencia entre término independiente y tasa de cambio.

Fuente: Elaboración propia como parte de la propuesta EDIMIA.

Desarrollo por sesiones

Tabla P.2. Desarrollo por sesiones de la secuencia didáctica 1

Sesión / etapa	Actividades clave
Sesión 1. Exploración del contexto	Presentación de tres planes hipotéticos de telefonía; análisis de datos, identificación de tarifa fija y costo variable; elaboración de tabla de valores y discusión guiada.
Sesión 2. Matematización y contraste	Construcción de expresiones algebraicas para cada plan; uso de IA para generar ejemplos equivalentes y contraejemplos; comparación entre representación verbal, tabular y algebraica.
Sesión 3. Validación y transferencia	Resolución de preguntas tipo “¿en qué consumo conviene cada plan?”; representación gráfica; discusión final y generalización del modelo lineal.

Fuente: Elaboración propia como parte de la propuesta EDIMIA.

Productos esperados

Tabla de valores, expresión algebraica del modelo, gráfica comparativa y justificación escrita de la mejor elección según el consumo.

Criterios de evaluación formativa

Se valora la identificación correcta del patrón, la formulación del modelo, la coherencia entre representaciones y la calidad de la justificación.

Orientaciones para la mediación docente

- Activar saberes previos sin anticipar el procedimiento formal completo.
- Promover que el estudiantado explique cómo representa la situación y por qué elige determinado modelo.
- Usar la herramienta de IA como recurso para contrastar, ampliar o cuestionar estrategias, no como fuente definitiva de respuesta.
- Registrar errores frecuentes y convertirlos en oportunidades de discusión y validación matemática.
- Cerrar cada secuencia con un momento de reflexión metacognitiva sobre lo aprendido y lo transferible a nuevas situaciones.

Secuencia didáctica 2. Interpretación de representaciones matemáticas en el consumo de agua del hogar

Tabla P.3. Estructura general de la secuencia didáctica 2

Situación problema	Analizar datos de consumo mensual de agua para representar tendencias y formular explicaciones matemáticas sobre el comportamiento observado.
Propósito didáctico	Fortalecer la lectura e interpretación de tablas, gráficas y expresiones matemáticas, así como la capacidad para vincular datos con explicaciones contextualizadas.
Duración estimada	3 sesiones de 80 minutos

Dimensiones priorizadas	Interpretación de representaciones, establecimiento de relaciones, resolución de problemas.
Recursos principales	Registro de datos simulados, hojas de trabajo, papel milimetrado o software gráfico, calculadora, herramienta de IA para visualización y contraste de interpretación.
Uso pedagógico de IA	Uso de IA para generar gráficas equivalentes, reformular preguntas interpretativas y ofrecer explicaciones alternativas que el estudiantado debe validar o refutar.

Fuente: Elaboración propia como parte de la propuesta EDIMIA.

Desarrollo por sesiones

Tabla P.4. Desarrollo por sesiones de la secuencia didáctica 2

Sesión / etapa	Actividades clave
Sesión 1. Organización de datos	Lectura del caso, identificación de magnitudes, elaboración de tabla y discusión sobre variaciones mensuales.
Sesión 2. Representación múltiple	Construcción de gráfico cartesiano y comparación con representaciones generadas

Sesión / etapa	Actividades clave
	por la IA; análisis de qué muestra cada representación y qué no muestra.
Sesión 3. Interpretación y toma de decisiones	El grupo responde preguntas sobre tendencias, variación y posibles causas; propone recomendaciones para reducir el consumo con sustento matemático.

Fuente: Elaboración propia como parte de la propuesta EDIMIA.

Productos esperados

Tabla depurada, gráfica elaborada por el estudiante, análisis interpretativo y propuesta de decisión razonada.

Criterios de evaluación formativa

Se valora la precisión en la lectura de datos, la correspondencia entre tabla y gráfica, la interpretación de variaciones y la argumentación sobre decisiones.

Orientaciones para la mediación docente

- Activar saberes previos sin anticipar el procedimiento formal completo.
- Promover que el estudiantado explique cómo representa la situación y por qué elige determinado modelo.
- Usar la herramienta de IA como recurso para contrastar, ampliar o cuestionar estrategias, no como fuente definitiva de respuesta.

- Registrar errores frecuentes y convertirlos en oportunidades de discusión y validación matemática.
- Cerrar cada secuencia con un momento de reflexión metacognitiva sobre lo aprendido y lo transferible a nuevas situaciones.

Secuencia didáctica 3. Modelación geométrica y funcional de una rampa accesible

Tabla P.5. Estructura general de la secuencia didáctica 3

Situación problema	Diseñar un modelo matemático que permita estimar la longitud de una rampa accesible a partir de la altura a salvar y de una pendiente razonable.
Propósito didáctico	Integrar relaciones geométricas y funcionales para resolver una situación real, promoviendo abstracción, validación y toma de decisiones con criterio matemático y social.
Duración estimada	4 sesiones de 80 minutos
Dimensiones priorizadas	Establecimiento de relaciones, interpretación de representaciones, resolución de problemas, generalización.
Recursos principales	Croquis, cinta métrica o datos simulados, calculadora, software de representación geométrica, IA conversacional, normativa o criterios de accesibilidad simplificados.

Uso pedagógico de IA	Se usa para contrastar supuestos, revisar coherencia geométrica del modelo, generar escenarios alternativos y apoyar la visualización de relaciones entre variables.
-----------------------------	--

Fuente: Elaboración propia como parte de la propuesta EDIMIA.

Desarrollo por sesiones

Tabla P.6. Desarrollo por sesiones de la secuencia didáctica 3

Sesión / etapa	Actividades clave
Sesión 1. Comprensión del problema	Análisis del contexto, variables y restricciones; revisión de nociones de pendiente, razón y proporcionalidad.
Sesión 2. Construcción del modelo	Formulación de relaciones entre altura, base y longitud; elaboración de esquemas y tablas; consulta a la IA para contrastar rutas de modelación.
Sesión 3. Validación técnica y contextual	Discusión sobre viabilidad del modelo; comparación de alternativas; análisis de sensibilidad ante cambios en la pendiente.
Sesión 4. Presentación del diseño	Socialización de la propuesta del grupo, defensa del modelo y argumentación final sobre la opción seleccionada.

Fuente: Elaboración propia como parte de la propuesta EDIMIA.

Productos esperados

Croquis de la rampa, tabla de valores, modelo matemático, informe breve de validación y presentación oral.

Criterios de evaluación formativa

Se valora la formulación del modelo, la coherencia geométrica, la validación contextual y la argumentación de la decisión final.

Orientaciones para la mediación docente

- Activar saberes previos sin anticipar el procedimiento formal completo.
- Promover que el estudiantado explique cómo representa la situación y por qué elige determinado modelo.
- Usar la herramienta de IA como recurso para contrastar, ampliar o cuestionar estrategias, no como fuente definitiva de respuesta.
- Registrar errores frecuentes y convertirlos en oportunidades de discusión y validación matemática.
- Cerrar cada secuencia con un momento de reflexión metacognitiva sobre lo aprendido y lo transferible a nuevas situaciones.

Secuencia didáctica 4. Comparación de modelos para la gestión de transporte escolar

Tabla P.7. Estructura general de la secuencia didáctica 4

Situación problema	Comparar alternativas de transporte escolar a partir de costo fijo, costo variable y tiempo de
---------------------------	--

	desplazamiento para seleccionar la opción más conveniente.
Propósito didáctico	Promover pensamiento comparativo, interpretación de intersecciones y análisis de condiciones de decisión mediante modelos lineales contextualizados.
Duración estimada	3 sesiones de 80 minutos
Dimensiones priorizadas	Resolución de problemas, generalización, interpretación de representaciones.
Recursos principales	Caso contextualizado, tablas de datos, hoja de cálculo o calculadora, proyector, IA para contraste de escenarios y preguntas de profundización.
Uso pedagógico de IA	Apoya la generación de escenarios “qué pasaría si...”, la formulación de preguntas para análisis de sensibilidad y la comparación de interpretaciones gráficas.

Fuente: Elaboración propia como parte de la propuesta EDIMIA.

Desarrollo por sesiones

Tabla P.8. Desarrollo por sesiones de la secuencia didáctica 4

Sesión / etapa	Actividades clave
Sesión 1. Construcción de alternativas	Lectura del caso, identificación de variables y costos; elaboración de tablas para dos o más opciones de transporte.
Sesión 2. Representación y comparación	Construcción de expresiones y gráficas; uso de la IA para generar escenarios con cambios en precios o distancias; identificación de puntos de equilibrio.
Sesión 3. Toma de decisión argumentada	El grupo emite una recomendación sustentada en el análisis matemático, explicando cuándo conviene cada alternativa.

Fuente: Elaboración propia como parte de la propuesta EDIMIA.

Productos esperados

Tabla comparativa, modelos algebraicos, gráfica de intersección, informe de recomendación y reflexión final.

Criterios de evaluación formativa

Se valora la comparación de modelos, la interpretación del punto de equilibrio, la calidad de la recomendación y la transferencia a nuevos escenarios.

Orientaciones para la mediación docente

- Activar saberes previos sin anticipar el procedimiento formal completo.

- Promover que el estudiantado explique cómo representa la situación y por qué elige determinado modelo.
- Usar la herramienta de IA como recurso para contrastar, ampliar o cuestionar estrategias, no como fuente definitiva de respuesta.
- Registrar errores frecuentes y convertirlos en oportunidades de discusión y validación matemática.
- Cerrar cada secuencia con un momento de reflexión metacognitiva sobre lo aprendido y lo transferible a nuevas situaciones.

Consideraciones finales de implementación

Las secuencias anteriores constituyen una propuesta base y pueden adaptarse al calendario institucional, al ritmo del grupo y a la disponibilidad tecnológica. Se recomienda implementarlas con evaluación formativa continua, registro de evidencias y ajustes progresivos. La lógica común de las cuatro secuencias es que el estudiantado enfrente situaciones matemáticas contextualizadas, construya modelos, contraste estrategias con apoyo regulado de IA y fortalezca la capacidad de generalizar, representar, interpretar y validar soluciones.

ANEXO Q. BANCO DE TAREAS DE MODELACIÓN MATEMÁTICA

El presente anexo contiene un banco de tareas de modelación matemática diseñado para la propuesta EDIMIA, orientada al fortalecimiento del razonamiento abstracto en estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña. Las tareas fueron construidas con criterios de pertinencia curricular, gradualidad cognitiva, contextualización y posibilidad de integración pedagógica de herramientas de inteligencia artificial. Cada tarea incluye propósito, competencias de razonamiento, situación contextualizada, orientaciones de mediación y productos esperados.

Tarea 1. Patrones de consumo de datos móviles

Propósito: Reconocer regularidades y construir una regla general a partir de una situación de variación creciente.

Competencias de razonamiento abstracto: Identificación de patrones, generalización, interpretación tabular y validación de resultados.

Situación contextualizada: Un grupo de estudiantes analiza el consumo semanal de datos móviles de su sección. Durante cuatro semanas registran consumos promedio de 2.5 GB, 3.1 GB, 3.7 GB y 4.3 GB. Se desea construir un modelo que permita estimar el consumo para las semanas siguientes y valorar si el crecimiento puede mantenerse.

Actividades sugeridas:

Organizar la información en una tabla y describir el patrón observado.

Representar los datos en una gráfica y proponer una regla de crecimiento.

Estimar el consumo de la semana 8 y justificar el procedimiento utilizado.

Contrastar la regla propuesta con una simulación o una sugerencia generada por una herramienta de IA y validar si es razonable.

Integración pedagógica de inteligencia artificial: Solicitar a la herramienta de IA ejemplos alternativos de representación, preguntas de verificación y contrastes sobre la regla general propuesta.

Producto esperado: Tabla, gráfica, expresión general, estimación argumentada y validación del modelo.

Tarea 2. Presupuesto para una feria científica escolar

Propósito: Modelar relaciones de proporcionalidad y optimización básica en un contexto escolar real.

Competencias de razonamiento abstracto: Establecimiento de relaciones, modelación de costos, interpretación de restricciones y toma de decisiones.

Situación contextualizada: Una comisión de estudiantes organiza una feria científica y dispone de un presupuesto máximo de 180 000 colones. Deben decidir cuántos afiches, materiales experimentales y refrigerios adquirir, considerando precios unitarios y necesidades mínimas de participación.

Actividades sugeridas:

Identificar variables y restricciones de la situación.

Construir una tabla de costos posibles y expresar relaciones entre cantidades y presupuesto.

Diseñar al menos dos propuestas de distribución del presupuesto.

Seleccionar la opción más conveniente y justificarla con base en criterios matemáticos.

Integración pedagógica de inteligencia artificial: Usar la IA para generar escenarios alternativos de distribución del presupuesto y comparar si respetan las restricciones definidas por el grupo.

Producto esperado: Modelo de costo, propuestas comparadas, decisión justificada y reflexión sobre la pertinencia del modelo.

Tarea 3. Temperatura y rendimiento deportivo

Propósito: Interpretar relaciones funcionales entre variables en un contexto de salud y actividad física.

Competencias de razonamiento abstracto: Interpretación de gráficas, análisis de covariación, formulación de relaciones y validación contextual.

Situación contextualizada: Durante una jornada deportiva se registran temperatura ambiente y tiempo promedio para completar una carrera corta. El grupo debe analizar si existe relación entre ambas variables y construir un modelo simple que permita interpretar el comportamiento observado.

Actividades sugeridas:

Registrar y organizar los pares de datos en una tabla.

Construir un diagrama de dispersión e identificar tendencias.

Plantear una relación funcional aproximada entre temperatura y tiempo.

Explicar si el modelo describe de manera adecuada el fenómeno y qué limitaciones presenta.

Integración pedagógica de inteligencia artificial: Solicitar a la IA la reformulación verbal de la tendencia observada y posibles advertencias sobre variables no consideradas en el modelo.

Producto esperado: Tabla de datos, gráfica, interpretación funcional y juicio crítico sobre el modelo.

Tarea 4. Diseño de una grada o rampa accesible

Propósito: Aplicar relaciones geométricas y razones de cambio en una situación de accesibilidad escolar.

Competencias de razonamiento abstracto: Representación geométrica, establecimiento de relaciones, resolución de problemas y validación.

Situación contextualizada: La institución analiza la posibilidad de construir una rampa de acceso para un desnivel específico entre dos zonas del centro educativo. El grupo debe determinar medidas adecuadas que garanticen seguridad y accesibilidad.

Actividades sugeridas:

Representar geométricamente la situación.

Identificar la relación entre altura, base y longitud de la rampa.

Proponer dimensiones posibles bajo criterios razonables de inclinación.

Comparar distintas soluciones y seleccionar la más adecuada.

Integración pedagógica de inteligencia artificial: Pedir a la IA ejemplos de criterios de inclinación accesible y contrastarlos con las soluciones elaboradas por el grupo.

Producto esperado: Esquema geométrico, cálculos, propuesta dimensional y validación contextual.

Tarea 5. Crecimiento de residuos en el aula

Propósito: Construir un modelo lineal o no lineal simple a partir de una problemática ambiental del centro educativo.

Competencias de razonamiento abstracto: Generalización, interpretación de datos, modelación y toma de decisiones.

Situación contextualizada: Durante diez días se registra la cantidad de residuos generados por un grupo de estudiantes. Con esos datos se busca proyectar la acumulación mensual y evaluar estrategias de reducción.

Actividades sugeridas:

Organizar la información y describir la tendencia.

Construir un modelo que permita proyectar la cantidad de residuos a un mes.

Comparar dos escenarios: continuidad del comportamiento actual y reducción progresiva del 10%.

Emitir recomendaciones con base en el modelo construido.

Integración pedagógica de inteligencia artificial: Usar la IA para comparar dos posibles formas de modelar la situación y discutir cuál representa mejor los datos disponibles.

Producto esperado: Modelo de proyección, comparación de escenarios y recomendaciones fundamentadas.

Tarea 6. Análisis de rendimiento académico por asignatura

Propósito: Interpretar datos, representar tendencias y establecer comparaciones cuantitativas.

Competencias de razonamiento abstracto: Representación estadística, análisis comparativo, abstracción de relaciones y argumentación.

Situación contextualizada: Se dispone de un conjunto de promedios trimestrales de un grupo en varias asignaturas. El objetivo es analizar comportamientos, identificar áreas críticas y proponer decisiones de apoyo académico.

Actividades sugeridas:

Seleccionar una forma adecuada de representar los datos.

Comparar asignaturas según promedio y dispersión básica.

Formular conclusiones sobre el comportamiento del grupo.

Diseñar una recomendación apoyada en evidencia cuantitativa.

Integración pedagógica de inteligencia artificial: Solicitar a la IA maneras alternativas de visualizar los datos y discutir cuál favorece mejor la interpretación.

Producto esperado: Representación gráfica, análisis comparativo y propuesta de apoyo académico.

Tarea 7. Simulación de ahorro para una meta personal

Propósito: Modelar procesos de acumulación y planificar decisiones financieras simples.

Competencias de razonamiento abstracto: Relaciones numéricas, formulación de expresiones, proyección y validación.

Situación contextualizada: Cada estudiante plantea una meta de ahorro personal para adquirir un recurso académico o tecnológico. Debe estimar cuánto tiempo necesitaría ahorrar si aparta una cantidad fija semanal o si aumenta progresivamente el monto.

Actividades sugeridas:

Definir meta, monto inicial y estrategia de ahorro.

Construir una tabla o expresión que represente el proceso.

Comparar dos estrategias de ahorro.

Determinar cuál opción resulta más viable y justificarla.

Integración pedagógica de inteligencia artificial: Pedir a la IA ejemplos de estrategias equivalentes o comparables y contrastarlas con las construidas por el estudiante.

Producto esperado: Modelo de ahorro, comparación de estrategias y justificación de viabilidad.

Tarea 8. Optimización del uso del tiempo de estudio

Propósito: Relacionar variables temporales y rendimiento para tomar decisiones de mejora académica.

Competencias de razonamiento abstracto: Establecimiento de relaciones, análisis funcional simple, modelación y reflexión metacognitiva.

Situación contextualizada: Un grupo registra durante dos semanas el tiempo diario dedicado al estudio de matemática y lo relaciona con el nivel de comprensión percibido en clase o con resultados en prácticas breves.

Actividades sugeridas:

Recolectar y organizar los datos en tablas.

Identificar la relación entre tiempo de estudio y desempeño.

Proponer un modelo que permita estimar una distribución de tiempo razonable.

Reflexionar sobre los límites del modelo y sobre factores adicionales que afectan el rendimiento.

Integración pedagógica de inteligencia artificial: Usar la IA para formular preguntas de reflexión sobre el modelo y proponer escenarios alternativos de organización del tiempo.

Producto esperado: Tabla de registro, representación gráfica, modelo de distribución del tiempo y reflexión crítica.

Observaciones de uso didáctico

Las tareas incluidas en este banco fueron diseñadas para desarrollarse de forma flexible, individual, en parejas o en pequeños grupos, y pueden adaptarse según el ritmo, las necesidades y los recursos disponibles en el aula. Cada tarea debe ser mediada por el docente mediante

preguntas de andamiaje, momentos de socialización y evaluación formativa del proceso. La inteligencia artificial debe incorporarse únicamente con propósito pedagógico, bajo supervisión docente y como apoyo a la exploración, la representación, el contraste y la metacognición, evitando la sustitución del razonamiento propio del estudiante.

ANEXO R. PROTOCOLO PEDAGÓGICO DE USO DE INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Propuesta EDIMIA

Estrategia Didáctica Inteligente de Modelación Matemática Asistida por IA para el Fortalecimiento del Razonamiento Abstracto

El presente protocolo pedagógico establece los lineamientos para la integración responsable, crítica y didácticamente pertinente de herramientas de inteligencia artificial en la propuesta EDIMIA, orientada al fortalecimiento del razonamiento abstracto en la educación matemática de estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña. Su finalidad es regular el uso de estas herramientas para que funcionen como mediaciones de exploración, representación, retroalimentación y metacognición, sin sustituir la actividad intelectual del estudiante ni la mediación profesional del docente.

1. Finalidad del protocolo

Regular el uso pedagógico de herramientas de inteligencia artificial en la enseñanza de la matemática dentro de la propuesta EDIMIA, asegurando que su incorporación contribuya al desarrollo del razonamiento abstracto, a la comprensión matemática profunda y a la toma de decisiones pedagógicas éticamente responsables.

2. Objetivos específicos del protocolo

- Definir criterios pedagógicos para el uso de herramientas de inteligencia artificial en actividades de modelación matemática.
- Delimitar funciones permitidas y no permitidas de la inteligencia artificial durante el trabajo académico.
- Orientar al docente sobre formas de mediación y supervisión del uso de IA en el aula.
- Favorecer en el estudiantado una cultura de uso crítico, ético y reflexivo de las herramientas tecnológicas.
- Prevenir dependencia cognitiva, copia automática de respuestas y uso descontextualizado de resultados generados por IA.

3. Principios pedagógicos orientadores

Tabla R.1. Principios pedagógicos orientadores para el uso de IA

Principio	Descripción
Centralidad del aprendizaje	La inteligencia artificial se integra para fortalecer el aprendizaje del estudiante y no para reemplazarlo.
Mediación docente	Toda actividad con IA debe estar acompañada por criterios, preguntas y supervisión docente.
Pensamiento matemático activo	El estudiante debe interpretar, justificar, contrastar y validar; no solo aceptar respuestas generadas.
Uso crítico y ético	La herramienta debe usarse con responsabilidad, verificando exactitud, pertinencia y límites de sus respuestas.
Contextualización	La IA debe apoyar situaciones matemáticas contextualizadas y coherentes con los objetivos de aprendizaje.
Evaluación de procesos	Se valorará el razonamiento seguido por el estudiante, no solo el producto final apoyado por IA.

Fuente: Elaboración propia como parte del protocolo pedagógico de uso de IA.

4. Funciones pedagógicas autorizadas de la IA en la propuesta

Tabla R.2. Funciones pedagógicas autorizadas de la IA en la propuesta

Función	Uso esperado
Exploración	Generar ejemplos, contraejemplos, variantes de problemas o escenarios de análisis.
Representación	Ayudar a traducir una situación entre lenguaje verbal, tabular, gráfico y algebraico.
Retroalimentación inicial	Señalar errores posibles, proponer caminos alternativos y solicitar revisión del razonamiento.
Metacognición	Formular preguntas que obliguen a explicar, justificar y comparar procedimientos.
Apoyo a la validación	Sugerir criterios para contrastar si una solución tiene sentido en el contexto.

Fuente: Elaboración propia como parte del protocolo pedagógico de uso de IA.

5. Usos no permitidos

Copiar íntegramente respuestas generadas por la herramienta y presentarlas como producción propia.

Solicitar a la IA la solución final sin realizar el proceso de comprensión, modelación, representación y validación.

Sustituir la argumentación del estudiante por explicaciones automáticas no comprendidas.

Compartir datos personales, sensibles o identificables del estudiantado o del personal docente dentro de la herramienta.

Usar la IA durante momentos de evaluación en los que el docente haya determinado restricción expresa.

Aceptar como correcta cualquier respuesta generada por la IA sin someterla a verificación matemática.

6. Roles y responsabilidades

6.1. Responsabilidades del docente

Seleccionar tareas en las que la IA aporte valor pedagógico real.

Definir cuándo, cómo y para qué se utilizará la herramienta.

Formular preguntas de andamiaje que eviten el uso pasivo o automático.

Supervisar el proceso y exigir validación matemática de toda respuesta apoyada por IA.

Resguardar la ética del uso tecnológico y la protección de datos.

6.2. Responsabilidades del estudiante

Utilizar la IA como apoyo para pensar, no como sustituto del razonamiento propio.

Registrar los pasos seguidos y explicar cómo usó la herramienta en la resolución de la tarea.

Contrastar la información generada con procedimientos matemáticos y con el contexto del problema.

Evitar el plagio, la copia automática y el uso de datos personales.

Participar en procesos de autoevaluación y reflexión sobre el uso de la IA.

7. Secuencia pedagógica sugerida para el uso de IA en clase

Tabla R.3. Secuencia pedagógica sugerida para el uso de IA en clase

Paso	Acción pedagógica
Paso 1. Presentación del problema	El docente introduce una situación contextualizada sin mostrar inmediatamente el procedimiento matemático.
Paso 2. Comprensión inicial	El estudiante analiza datos, variables y condiciones del problema sin apoyo inicial de la IA.
Paso 3. Consulta orientada a la IA	La IA se usa para generar ejemplos, contrastar representaciones o sugerir preguntas de profundización.
Paso 4. Elaboración del modelo	El estudiante matematiza la situación, resuelve y documenta sus decisiones.
Paso 5. Validación	Se compara la solución con el contexto real y con los criterios matemáticos de coherencia.
Paso 6. Discusión metacognitiva	El estudiante explica qué aportó la IA, qué tuvo que corregir y cómo verificó la validez de la respuesta.

Fuente: Elaboración propia como parte del protocolo pedagógico de uso de IA.

8. Preguntas orientadoras para uso regulado de IA

¿Qué relaciones matemáticas observas en esta situación?

¿Puedes mostrar una representación diferente de este mismo problema?

¿Qué error podría existir en este procedimiento?

¿Qué información falta para validar esta respuesta?

¿La solución obtenida tiene sentido en el contexto del problema?

¿Cómo explicarías con tus propias palabras el procedimiento seguido?

9. Criterios de evaluación del uso pedagógico de IA

Tabla R.4. Criterios de evaluación del uso pedagógico de IA

Criterio	Descripción
Pertinencia	La herramienta se usó con un propósito claro y relacionado con el objetivo de aprendizaje.
Transparencia	El estudiante puede explicar cómo utilizó la IA y qué parte del trabajo realizó personalmente.
Validación	La respuesta generada fue contrastada matemáticamente y contextualizada.

Autonomía	El uso de IA fortaleció el razonamiento del estudiante y no generó dependencia.
Ética	No hubo plagio, copia automática ni exposición indebida de datos.

Fuente: Elaboración propia como parte del protocolo pedagógico de uso de IA.

10. Recomendaciones operativas para el aula

Preferir actividades en parejas o pequeños grupos cuando se use IA, para favorecer discusión y contraste de ideas.

Solicitar siempre evidencia escrita del proceso de razonamiento seguido.

Combinar momentos sin IA y momentos con IA para evitar dependencia.

Emplear la IA como recurso de consulta estructurada y no de respuesta final automática.

Cerrar cada actividad con un momento de validación matemática y reflexión metacognitiva.

11. Consideraciones éticas y de protección de datos

Durante el uso de herramientas de inteligencia artificial no deberán incorporarse nombres completos, identificaciones, datos personales, calificaciones individualizadas ni información sensible del estudiantado o del personal docente. El uso de la herramienta debe realizarse bajo supervisión del docente, en correspondencia con la normativa institucional y con principios de privacidad, responsabilidad académica y centralidad humana del proceso educativo.

12. Cierre del protocolo

El presente protocolo establece que la integración de inteligencia artificial dentro de la propuesta EDIMIA es legítima solo cuando fortalece el pensamiento matemático, la modelación,

la reflexión y la validación de resultados. En consecuencia, la IA debe concebirse como una mediación pedagógica complementaria y no como sustituto del razonamiento del estudiante ni del papel profesional del docente. Su aplicación responsable permite aprovechar el potencial tecnológico actual sin renunciar a los fines formativos de la educación matemática.

ANEXO S. RÚBRICAS E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN FORMATIVA

El presente anexo reúne los instrumentos de evaluación formativa diseñados para la propuesta EDIMIA (Estrategia Didáctica Inteligente de Modelación Matemática Asistida por IA), orientados a valorar el desarrollo del razonamiento abstracto en estudiantes de décimo año del Liceo Mauro Fernández Acuña. Los instrumentos fueron construidos con base en las dimensiones definidas en la tesis: identificación de patrones, establecimiento de relaciones, interpretación de representaciones, generalización y resolución de problemas, incorporando además criterios de modelación matemática, uso pedagógico de herramientas de inteligencia artificial y reflexión metacognitiva.

S.1. Rúbrica analítica para valorar el razonamiento abstracto en tareas de modelación matemática

Propósito: Valorar el desempeño del estudiantado durante el desarrollo de tareas de modelación matemática, centrando la observación en procesos de pensamiento y no únicamente en la respuesta final.

Escala de desempeño: 4 = Avanzado, 3 = Satisfactorio, 2 = Básico, 1 = Inicial.

Tabla S.1. Rúbrica analítica para valorar el razonamiento abstracto en tareas de modelación matemática

Criterio / indicador	4. Avanzado	3. Satisfactorio	2. Básico	1. Inicial
Comprensión de la situación problema	Identifica con precisión datos, condiciones y propósito de la situación; distingue	Comprende la situación y reconoce la mayor parte de	Comprende parcialmente la situación; omite o confunde datos importantes.	Presenta dificultades significativas para comprender la situación o

Criterio / indicador	4. Avanzado	3. Satisfactorio	2. Básico	1. Inicial
	información relevante e irrelevante.	los datos relevantes.		interpretar su propósito.
Representación matemática	Construye representaciones pertinentes y las relaciona entre sí (verbal, tabular, gráfica o algebraica).	Construye al menos una representación adecuada y funcional para resolver la tarea.	La representación es parcial, incompleta o poco pertinente.	No logra representar matemáticamente la situación o la representación es errónea.
Establecimiento de relaciones y patrones	Identifica regularidades, relaciones funcionales o dependencias con claridad y consistencia.	Reconoce relaciones o patrones principales con algunos apoyos.	Identifica relaciones de manera limitada o superficial.	No identifica patrones ni relaciones matemáticas relevantes.
Generalización	Formula una regla, expresión o conclusión general con fundamento y la	Formula una generalización adecuada, aunque con	La generalización es incompleta o requiere fuerte	No logra generalizar o permanece en

Criterio / indicador	4. Avanzado	3. Satisfactorio	2. Básico	1. Inicial
	aplica a nuevos casos.	menor precisión o alcance.	mediación docente.	casos particulares.
Resolución y validación del modelo	Resuelve correctamente, interpreta el resultado y valida su coherencia con el contexto.	Resuelve de manera adecuada e interpreta parcialmente el resultado.	Resuelve con errores parciales o valida de forma insuficiente.	No logra resolver adecuadamente ni validar el resultado obtenido.
Argumentación matemática	Justifica procedimientos y decisiones con lenguaje matemático claro y pertinente.	Explica sus decisiones con argumentos aceptables, aunque no siempre profundos.	La argumentación es débil, incompleta o poco precisa.	No justifica sus procedimientos o lo hace de manera irrelevante.
Uso pedagógico de IA	Utiliza la IA para explorar, contrastar o mejorar su razonamiento sin	Usa la IA de forma pertinente con alguna orientación docente.	Usa la IA de forma limitada o dependiente, con escasa reflexión.	Depende de la IA sin análisis propio o la utiliza de manera inadecuada.

Criterio / indicador	4. Avanzado	3. Satisfactorio	2. Básico	1. Inicial
	delegar la resolución.			
Metacognición y reflexión	Reconoce errores, ajustes y aprendizajes, y propone mejoras para nuevos problemas.	Reflexiona sobre su desempeño e identifica algunos aspectos a mejorar.	La reflexión es breve o poco profunda.	No evidencia reflexión sobre el proceso seguido.

Fuente: Elaboración propia como parte de los instrumentos de evaluación formativa de la propuesta.

S.2. Lista de cotejo para observación del desempeño durante la secuencia EDIMIA

Propósito: Registrar evidencias rápidas de logro durante la implementación de actividades de modelación matemática asistida por IA.

Tabla S.2. Lista de cotejo para observación del desempeño durante la secuencia EDIMIA

Indicador observable	Sí	Parcialmente	No	Observaciones
Comprende la situación planteada antes	☐	☐	☐	

Indicador observable	Sí	Parcialmente	No	Observaciones
de iniciar cálculos.				
Selecciona datos relevantes para el problema.	☐	☐	☐	
Construye al menos una representación matemática pertinente.	☐	☐	☐	
Relaciona variables o identifica patrones en la situación.	☐	☐	☐	
Formula una regla, conclusión o generalización.	☐	☐	☐	
Interpreta el resultado	☐	☐	☐	

Indicador observable	Sí	Parcialmente	No	Observaciones
obtenido en función del contexto.				
Valida si la respuesta tiene sentido en la situación original.	☐	☐	☐	
Utiliza la IA como apoyo de exploración y no como sustituto del razonamiento.	☐	☐	☐	
Explica oralmente o por escrito cómo resolvió el problema.	☐	☐	☐	
Reflexiona sobre errores, dudas o	☐	☐	☐	

Indicador observable	Sí	Parcialmente	No	Observaciones
mejoras posibles.				

Fuente: Elaboración propia como parte de los instrumentos de evaluación formativa de la propuesta.

S.3. Formato de autoevaluación del estudiante

Nombre del estudiante: _____ Sección: _____ Fecha: _____

Instrucción: Marca con una X la opción que mejor describa tu desempeño durante la actividad.

Tabla S.3. Formato de autoevaluación del estudiante

Enunciado	Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
Comprendí el problema antes de comenzar a resolverlo.	☐	☐	☐	☐
Pude representar la situación con tablas, gráficas, expresiones u otras formas.	☐	☐	☐	☐
Identifiqué relaciones o patrones matemáticos en la actividad.	☐	☐	☐	☐
Intenté generalizar o	☐	☐	☐	☐

Enunciado	Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
explicar una regla a partir de los casos trabajados.				
Utilicé la inteligencia artificial para explorar o revisar ideas, no para copiar respuestas.	☐	☐	☐	☐
Explicué mi procedimiento con claridad.	☐	☐	☐	☐
Revisé si mi respuesta tenía sentido en el contexto del problema.	☐	☐	☐	☐
Aprendí algo nuevo sobre cómo pensar matemáticamente.	☐	☐	☐	☐

Fuente: Elaboración propia como parte de los instrumentos de evaluación formativa de la propuesta.

¿Qué fue lo que mejor hice en la actividad?

¿Qué necesito mejorar para la próxima actividad?

S.4. Formato de coevaluación entre pares

Nombre de quien evalúa: _____ Nombre de quien es evaluado(a):

Instrucción: Valora el trabajo de tu compañero(a) con respeto y honestidad académica.

Tabla S.4. Formato de coevaluación entre pares

Criterio	4	3	2	1	Comentario breve
Participó activamente en la resolución del problema.	☐	☐	☐	☐	
Aportó ideas para representar o modelar la situación.	☐	☐	☐	☐	

Criterio	4	3	2	1	Comentario breve
Explicó relaciones o procedimientos con claridad.	☐	☐	☐	☐	
Ayudó a validar si la respuesta tenía sentido.	☐	☐	☐	☐	
Usó la IA de manera responsable y crítica.	☐	☐	☐	☐	

Fuente: Elaboración propia como parte de los instrumentos de evaluación formativa de la propuesta.

S.5. Registro docente de seguimiento por estudiante

Propósito: Documentar avances, dificultades persistentes y apoyos requeridos en cada estudiante o subgrupo.

Tabla S.5. Registro docente de seguimiento por estudiante

Estudiante / código	Patrones y relaciones	Representación	Generalización	Resolución y validación	Uso de IA	Observaciones / apoyo requerido

Fuente: Elaboración propia como parte de los instrumentos de evaluación formativa de la propuesta.

Escala sugerida para registro: A = Avanzado, S = Satisfactorio, B = Básico, I = Inicial.

S.6. Orientaciones para el uso de las rúbricas e instrumentos

Las rúbricas deben aplicarse durante y al final de las tareas de modelación matemática, valorando tanto el proceso como el producto.

La lista de cotejo se recomienda para observación rápida en clase y para registrar avances de cada sesión.

La autoevaluación y la coevaluación deben utilizarse como herramientas de metacognición y responsabilidad compartida, no como mecanismos punitivos.

El registro docente permite identificar estudiantes o grupos que requieren apoyos diferenciados.

En todos los instrumentos, el uso de la inteligencia artificial debe ser valorado por su aporte al razonamiento, no por la mera utilización de la herramienta.

ANEXO T. MATRIZ DE VALORACIÓN OPERATIVA DE LA PROPUESTA EDIMIA

La presente matriz sintetiza los componentes operativos de la propuesta EDIMIA, los indicadores de evaluación, los criterios de valoración, los medios de verificación y los productos esperados, con el propósito de orientar su seguimiento, evaluación y validación en el contexto del Liceo Mauro Fernández Acuña.

Tabla T.1. Matriz de valoración operativa de la propuesta EDIMIA

Componente / fase	Indicadores de evaluación	Criterios de valoración	Instrumentación / medios de verificación	Productos esperados
Fase I. Diagnóstico	Identificación del nivel inicial; activación de saberes previos;	Claridad diagnóstica; adecuación al contexto;	Prueba diagnóstica; registros de activación; guías	Perfil inicial del grupo; necesidades priorizadas;

Componente / fase	Indicadores de evaluación	Criterios de valoración	Instrumentación / medios de verificación	Productos esperados
pedagógico y activación	construcción de acuerdos pedagógicos.	comprensión del propósito de la propuesta.	de observación; acuerdos de aula.	condiciones de arranque.
Fase II. Diseño y preparación de secuencias	Calidad de las tareas; pertinencia contextual; coherencia entre problema, actividad y objetivo.	Relevancia matemática; secuenciación cognitiva; contextualización; viabilidad de uso.	Planeación didáctica; banco de tareas; guías de modelación; protocolo de uso de IA.	Secuencias didácticas estructuradas; tareas contextualizadas; instrumentos de apoyo.
Fase III. Desarrollo de experiencias de modelación asistida por IA	Participación activa; construcción de representaciones; generalización; uso regulado de IA.	Profundidad cognitiva; interacción significativa; mediación docente; uso crítico de IA.	Rúbricas; listas de cotejo; registros de clase; evidencias estudiantiles; productos de modelación.	Producciones matemáticas; evidencias de razonamiento; registros de interacción.
Fase IV. Evaluación formativa y	Avances por indicador; calidad de la	Pertinencia de la evaluación; seguimiento del	Rúbricas analíticas; portafolio;	Retroalimentación documentada; identificación de

Componente / fase	Indicadores de evaluación	Criterios de valoración	Instrumentación / medios de verificación	Productos esperados
retroalimentación	retroalimentación; ajuste pedagógico.	proceso; mejora progresiva.	autoevaluación; coevaluación; matrices de seguimiento.	avances y dificultades; reajustes.
Fase V. Transferencia, consolidación y mejora continua	Aplicación a nuevas situaciones; estabilidad del aprendizaje; reflexión final.	Transferencia; sostenibilidad; proyección del aprendizaje; posibilidad de mejora.	Tareas de transferencia; comparación de modelos; reflexión final; registros docentes.	Evidencias de consolidación; proyección de uso; sistematización y mejora continua.

Fuente: Elaboración propia con base en la estructura de evaluación y validación de la propuesta EDIMIA desarrollada en la tesis.

ANEXO U. VALORACIÓN GLOBAL DE LA PROPUESTA SEGÚN CRITERIOS DE CALIDAD

La presente tabla sintetiza la valoración global de la propuesta EDIMIA en función de los criterios de calidad establecidos en la tesis doctoral, considerando su pertinencia, validez, factibilidad, aplicabilidad, generalización y novedad u originalidad.

Tabla U.1. Valoración global de la propuesta según criterios de calidad

Criterio	Valoración	Fundamentación
Pertinencia	Alta	La propuesta responde a necesidades reales diagnosticadas en el Liceo Mauro Fernández Acuña, particularmente a las debilidades identificadas en razonamiento abstracto, generalización, representación e interpretación matemática en décimo año.
Validez	Alta	La estrategia cumple la función para la cual fue diseñada: fortalecer el razonamiento abstracto mediante modelación matemática, mediación docente estratégica e integración pedagógica de herramientas de inteligencia artificial.
Factibilidad	Media-alta	Puede implementarse con recursos institucionales básicos y organización escolar razonable. Requiere acompañamiento docente y acceso funcional a recursos tecnológicos, pero no demanda infraestructura extraordinaria.

Aplicabilidad	Alta	Sus componentes están estructurados en fases, actividades, instrumentos, recursos y criterios de evaluación concretos, lo que facilita su uso por otros docentes en contextos semejantes.
Generalización	Media-alta	Aunque fue diseñada para un contexto específico, su estructura puede adaptarse a otros grupos de educación media con necesidades similares en el fortalecimiento del razonamiento abstracto.
Novedad y originalidad	Alta	Integra de manera sistemática modelación matemática, evaluación formativa, mediación docente e inteligencia artificial con foco explícito en el razonamiento abstracto, diferenciándose de propuestas centradas solo en procedimientos o en uso aislado de tecnología.

Fuente: Elaboración propia con base en la evaluación integral de la propuesta de transformación.

Esta valoración confirma que la propuesta posee un nivel alto de calidad en sus componentes esenciales y que cuenta con condiciones suficientes para ser aplicada, ajustada y proyectada en contextos educativos semejantes.