



Estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuye al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el diseño del kit PropMath en estudiantes de quinto grado de educación primaria durante el periodo 2024

TESIS DOCTORAL

que, para obtener el Grado de Ph.D.

DOCTOR EN EDUCACIÓN E INNOVACIÓN

PRESENTA

Diana Carolina Ramirez Moyano

ASESOR

Roberto Carlos Ontiveros Cepeda

México, (2025)

La presente Tesis Doctoral debe ser citada como:

Ramirez Moyano, Diana Carolina (2025) *Estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuye al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el diseño del kit PropMath en estudiantes de quinto grado de educación primaria durante el periodo 2024* [Tesis de Doctorado de la Universidad de Investigación e Innovación de México - UIIX].



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivar 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

Se permite la reproducción total o parcial y la comunicación pública de la obra con reconocimiento de la autoría y mención de la Universidad de Investigación e Innovación de México - UIIX.

No se permite el uso comercial ni la creación de obras derivadas.

Resumen.

Esta investigación aborda la relación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado, ante la evidencia de bajos desempeños en pruebas nacionales e internacionales. El estudio correlacional con enfoque cuantitativo, realizado en una institución educativa pública de Bogotá, evaluó a 104 estudiantes mediante un instrumento validado con alta confiabilidad ($\alpha=0.931$). La hipótesis sugería que había una relación estadísticamente significativa entre las dos variables, lo que apoyaba el diseño de una estrategia didáctica integrada. Los resultados mostraron una predominancia del nivel cualitativo (59%) en comprensión de la proporcionalidad y nivel básico (59%) en resolución de problemas, evidenciando dificultades en la transición hacia el razonamiento multiplicativo. El análisis correlacional reveló una asociación positiva muy fuerte ($Rho=0.948$, $p<0.001$) entre ambas variables, confirmando la hipótesis principal. Esta correlación fundamenta el diseño del kit didáctico "PropMath", que integra el desarrollo simultáneo de ambas competencias mediante recursos graduados que facilitan la progresión desde niveles básicos hacia comprensiones más avanzadas. La propuesta se alinea con la Teoría de la Objetivación y con enfoques didácticos que conciben la resolución de problemas como parte integral del aprendizaje matemático, contribuyendo a la transformación educativa en contextos similares al estudiado.

Palabras clave: *proporcionalidad, resolución de problemas, correlación estadística, estrategia didáctica, razonamiento multiplicativo.*

Abstract.

This research addresses the relationship between proportionality understanding and mathematical problem-solving in fifth-grade students, considering evidence of low performance in national and international tests. The quantitative correlational study, conducted in a public educational institution in Bogotá, evaluated 104 students through a validated instrument with high reliability ($\alpha=0.931$). The hypothesis proposed a statistically significant correlation between both variables that would substantiate the design of an integrated didactic strategy. Results showed a predominance of qualitative level (59%) in proportionality understanding and basic level (59%) in problem-solving, revealing difficulties in transitioning toward multiplicative reasoning. The correlational analysis revealed a very strong positive association ($Rho=0.948$, $p<0.001$) between both variables, confirming the main hypothesis. This correlation underpins the design of the "PropMath" didactic kit, which integrates the simultaneous development of both competencies through graduated resources that facilitate progression from basic levels to more advanced understanding. The proposal aligns with the Theory of Objectification and with didactic approaches that conceive problem-solving as an integral part of mathematical learning, contributing to educational transformation in contexts similar to the one studied.

Keywords: *proportionality, problem-solving, statistical correlation, didactic strategy, multiplicative reasoning.*

Agradecimientos.

Expreso mi agradecimiento a Dios y a la vida por cada experiencia de aprendizaje vivida, por las oportunidades que han impulsado mi desarrollo y por la fortaleza que me ha permitido superar los desafíos a lo largo de este proceso. La perseverancia y la fe han sido guías constantes en este trayecto de descubrimiento y formación.

Agradezco sinceramente a UIIX por ofrecer un entorno académico de calidad, exigente y propicio para el avance de estos estudios doctorales.

A mi familia, les agradezco su amor y respaldo incondicional, especialmente en los momentos más complejos. A mi esposo y a mis hijos, quienes han sido mi mayor impulso durante todo este proceso. Su comprensión, cariño y aliento fueron fundamentales para mantenerme firme y enfocada. Este logro es, en gran medida, de ellos también, y compartirlo representa una alegría inmensa.

Manifiesto también mi gratitud a mis estudiantes del Colegio José Manuel Restrepo, cuya participación fue esencial para el desarrollo de esta investigación. Su interés, disposición y entusiasmo reafirman el impacto profundo que tiene la educación en la vida de las personas.

Finalmente, extendiendo mi reconocimiento a todas las personas que, directa o indirectamente, hicieron posible este proyecto. Cada uno de ustedes ha contribuido a esta meta y ha dejado una huella en mi crecimiento personal y profesional.

Dedicatorias.

A mi esposo Richard y a mis queridos hijos Martín, Nicolás y Santiago, les dedico este logro y cada página que refleja el fruto de mi esfuerzo:

En el camino hacia la realización de nuestros sueños, contar con quienes nos alientan es un regalo invaluable. Mi esposo, has sido mi pilar y mi guía, alentándome a alcanzar metas que en ocasiones parecían lejanas e inalcanzables. Tu apoyo incondicional y tu presencia constante han sido la fuerza que ha sostenido mi vuelo en esta travesía de crecimiento académico y personal.

A mis hijos, su existencia ilumina mis días y da sentido a cada noche. Pensar en su futuro fue el motor que encendió mi determinación, impulsándome a superar cada dificultad. Esta tesis no es únicamente un ejercicio académico; es una manifestación de amor, entrega y fe en un porvenir lleno de posibilidades para ustedes.

Esta dedicatoria trasciende las palabras: es una declaración de mi compromiso con el bienestar y el desarrollo que compartimos como familia. A través de este logro, anhelo dejarles un ejemplo de constancia y pasión, y demostrarles que, aun en medio de los desafíos, es posible alcanzar cumbres significativas en lo personal y en lo profesional.

A mis padres, les agradezco por haber creído en mí incluso antes de que yo misma lo hiciera, y por inculcarme desde siempre que el verdadero crecimiento se construye sobre la base firme del conocimiento, la disciplina y el amor por el aprendizaje.

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN	10
Capítulo 1. Proyección de la investigación.	13
1.1. Línea de investigación de la Universidad de Innovación e Investigación de México y su ámbito de estudio.	13
1.2. Planteamiento del problema.	14
1.3. Formulación del problema (Pregunta de investigación).	17
1.4. Justificación.	18
1.5. Objeto de estudio.	21
1.6. Campo de acción.	22
1.7. Objetivos.	23
1.7.1. Objetivo General.	23
1.7.2. Objetivos específicos.	23
1.8. Hipótesis.	23
1.9. Alcance temático.	24
1.10. Delimitación Espacial y Temporal.	25
CAPÍTULO 2. Fundamentos Teóricos Referenciales.	28
2.1. Estado del arte (Marco Histórico y Actual).	28
2.2. Marco Teórico.	33

	7
2.3. Marco Conceptual.	45
2.4. Marco Contextual.	51
2.5. Marco Legal y Normativo.	54
Capítulo 3. Fundamentos metodológicos y resultados de investigación.	60
3.1. Cuadro Operacionalización de variables.	60
3.2.1. Definición del enfoque, diseño y tipo de investigación de la tesis.	65
3.2.3. Determinación de la muestra y su criterio de selección.	70
3.3. Trabajo de campo (o Presentación de evidencias, si corresponde).	71
3.4. Aplicación de los instrumentos.	73
3.5. Procesamiento de la información.	75
3.6. Análisis de los resultados en los datos obtenidos.	76
3.7. Redacción de resultados y discusión.	85
Capítulo IV: PROPUESTA DE TRANSFORMACIÓN	90
4.1. Fundamentación de la propuesta de transformación.	90
4.2. Estructura de la propuesta de transformación.	93
4.3. Valoración/ evaluación / validación de la propuesta de transformación.	98
CONCLUSIONES	111
BIBLIOGRAFÍA	116
ANEXOS	125

	8
· Anexo A Carta de autorización institucional.	125
· Anexo B Autorización Colegio firmado	127
· Anexo C Formato consentimiento informado.	128
· Anexo D Formato consentimiento informado y uso de datos personales e imagen	129
· Anexo E Ejemplo consentimiento firmado por acudiente	131
· Anexo F Instrumento proporcionalidad matemática y resolución de problemas	133
· Anexo G Instrumento de validación pares expertos del instrumento	134
· Anexo H Instrumento Cuestionario sociodemográfico	135
· Anexo I Validación del Instrumento por pares expertos.	135
· Anexo J Registros fotográficos aplicación de instrumento piloto	137
· Anexo K Registro de datos recolectados instrumento.	140
· Anexo L Evidencia propuesta de innovación Kit PropMath	140
· Anexo M Instrumento validación pares expertos propuesta de innovación.	144

· Anexo N Validación propuesta de innovación pares expertos	150
· Anexo N Certificado participación Facilitador Ciclo de Conferencias “CONFUTURO 2025” UIXX	151

Índice de figuras.

Figura 1 - Colegio José Manuel Restrepo...	25
Figura 2 - Delimitación temporal investigación	26
Figura 3 - Etapas de razonamiento proporcional modelo Karplus	35
Figura 4 - Tipo de comparación entre magnitudes proporcionales.....	37
Figura 5 - Proceso de resolución de problemas de Polya.....	38
Figura 6 - Estrategias para la resolución efectiva de.....	40
Figura 7 - % Comprensión de la proporcionalidad matemática	76
Figura 8 - Nivel de eficacia en la resolución de problemas.....	77
Figura 9 - Cuerpo operacional instrumental	93
Figura 10 - Cronograma de implementación sugerencia metodológica	98
Figura 11 - Dimensiones para la validación del kit PropMath... ..	99

Índice de tablas.

Tabla 1 - Trabajo de campo	70
Tabla 2 - Datos sociodemográficos.....	75

Tabla 3 – Análisis estadístico niveles de comprensión de la proporcionalidad matemática	76
Tabla 4 – Análisis estadístico resolución de problemas	77
Tabla 5 - Prueba de normalidad variable comprensión de la proporcionalidad.....	80
Tabla 6 - Prueba de normalidad- variable resolución de problemas.....	81
Tabla 7 - Rango correlación rho Spearman	82
Tabla 8 - Correlación rho Spearman.....	83

INTRODUCCIÓN

La comprensión de la proporcionalidad matemática y la capacidad para resolver problemas son dos competencias fundamentales en el desarrollo del pensamiento matemático escolar, ambas permiten a los estudiantes no solo operar con conceptos abstractos, sino aplicarlos en situaciones de la vida cotidiana y en otros dominios académicos. La resolución de problemas, por su parte, es reconocida como el eje estructurador del currículo de matemáticas, ya que moviliza el conocimiento conceptual y procedimental en contextos significativos, y favorece procesos de análisis, inferencia y toma de decisiones.

La integración de la proporcionalidad y la resolución de problemas en el aula permite abordar tareas complejas, como la interpretación de escalas, el cálculo de porcentajes, la comparación de magnitudes, o el análisis de fenómenos científicos que implican razones, tasas y relaciones lineales. Tal como lo señalan Godino et al. (2023), el razonamiento proporcional es clave para la comprensión y aplicación de estructuras matemáticas avanzadas, mientras que la resolución de problemas potencia el pensamiento lógico y flexible.

Sin embargo, a pesar de su relevancia conceptual y su presencia en el currículo escolar, los resultados obtenidos por varios países latinoamericanos en pruebas internacionales como PISA (2022) evidencian un bajo desempeño en competencias matemáticas relacionadas con la proporcionalidad y la resolución de problemas. Países como Colombia (383 puntos), México (415 puntos), Brasil (379 puntos) y Argentina (378 puntos) se situaron significativamente por debajo del promedio de la OCDE (472 puntos), con diferencias que superan los 80 puntos en todos los casos (OECD, 2022). Estas cifras reflejan no sólo dificultades en la resolución de problemas, sino también una comprensión limitada de conceptos fundamentales como la proporcionalidad matemática, lo que genera como consecuencia limitaciones en el desarrollo del pensamiento algebraico y de competencias necesarias para contextos científicos y tecnológicos.

A nivel regional el contexto educativo colombiano presenta desafíos específicos en esta área, las evaluaciones del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES, 2022) muestran que, en el componente "resuelve problemas aditivos, multiplicativos y de

proporción", los estudiantes de quinto grado obtuvieron un 59.6% de respuestas correctas, y solo un 51.2% en situaciones relacionadas con eventos aleatorios simples, las cuales también implican el uso de razonamiento proporcional. Estas dificultades se deben principalmente a métodos de enseñanza que tratan la proporcionalidad como un tema separado, sin relacionarlo con la solución de problemas en situaciones significativas.

En el ámbito local, específicamente en el Colegio José Manuel Restrepo de Bogotá, escenario de esta investigación, los estudiantes de grado quinto enfrentan obstáculos similares. Al analizar los resultados de pruebas ICFES del 2022, el 64% de los estudiantes se ubicaron en nivel 3 y solo un 24% en nivel 2 en las competencias evaluadas, evidenciando un énfasis en la resolución de problemas como una de las áreas de mayor dificultad. Este escenario muestra que los estudiantes no logran consolidar los aprendizajes esperados en proporcionalidad, presentando respuestas erradas ante situaciones que requieren identificar y aplicar relaciones proporcionales en contextos de resolución de problemas.

En este contexto educativo, diversos investigadores han explorado la relación entre las habilidades de resolución de problemas y la comprensión de conceptos matemáticos específicos. Martínez-Luaces y Rico (2022) señalan que la capacidad para resolver problemas matemáticos no depende exclusivamente del dominio de procedimientos algorítmicos, sino también de la comprensión conceptual profunda que permita identificar y aplicar relaciones matemáticas en contextos diversos. Sánchez et al. (2021) han destacado la importancia de estudiar las relaciones entre los distintos procesos mentales que participan en el aprendizaje de matemáticas. Esto es esencial para crear intervenciones educativas más efectivas y adecuadas al contexto.

En respuesta a esta problemática, esta investigación se inscribe en la línea de innovación educativa y perspectivas tecnológicas de la Universidad de Investigación e Innovación de México (UIIX), con énfasis en el diseño e innovación de recursos didácticos. La investigación se orienta a diseñar una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuya al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el diseño de un kit PropMath para estudiantes de quinto grado de educación primaria.

La evidencia empírica obtenida mediante el análisis correlacional entre el razonamiento proporcional y la capacidad para resolver problemas matemáticos justifica la necesidad de

diseñar una estrategia didáctica y un recurso que atienda simultáneamente ambas dimensiones del aprendizaje. Como señalan referentes como (Fernández et al., 2024; Radford, 2020), el aprendizaje matemático es un proceso social y culturalmente mediado, donde los conceptos adquieren significado a través de su aplicación en contextos relevantes y mediante interacciones significativas con artefactos culturales y otros individuos.

El marco teórico de esta investigación se articula con la Teoría de la Objetivación de Luis Radford (2018), que plantea el aprendizaje como una construcción social y culturalmente mediada, en la que los artefactos y prácticas compartidas favorecen la internalización del conocimiento matemático. Este enfoque se complementa con las propuestas de autores clásicos en proporcionalidad matemática y resolución de problemas como Karplus (1983), Freudenthal (1986) y Pólya (1965), quienes ofrecen fundamentos sobre el desarrollo del razonamiento proporcional, sus etapas y su relación con la resolución estructurada de problemas.

La presente investigación se estructura en cuatro capítulos. En el Capítulo 1 se describe la proyección de la investigación: planteamiento del problema, pregunta, objetivos e hipótesis. El Capítulo 2 expone los fundamentos teóricos referenciales, abordando el estado del arte, marco conceptual y contexto legal. En el Capítulo 3 se detalla el enfoque metodológico y los resultados obtenidos. Finalmente, el Capítulo 4 presenta la propuesta de transformación mediante el diseño de la estrategia didáctica y el kit "PropMath", con su fundamentación, estructura y criterios de validación. La investigación se completa con las conclusiones derivadas del estudio, recomendaciones para futuras investigaciones e implementaciones, la bibliografía consultada y los anexos que documentan el proceso investigativo desarrollado.

Capítulo 1. Proyección de la investigación.

La educación matemática contemporánea enfrenta una paradoja significativa: mientras los currículos oficiales y estándares educativos reconocen la proporcionalidad y la resolución de problemas como componentes fundamentales para el desarrollo del pensamiento matemático, la realidad del aula muestra una brecha persistente entre lo esperado y lo logrado en procesos de enseñanza- aprendizaje, esta contradicción se manifiesta en evaluaciones nacionales e internacionales donde los estudiantes latinoamericanos, particularmente los colombianos, demuestran dificultades para aplicar el razonamiento proporcional en situaciones problemáticas, a pesar de haber sido expuestos a estos conceptos desde los primeros años de escolaridad, esta disonancia entre teoría y práctica ha generado un ciclo donde los estudiantes memorizan procedimientos sin comprender su fundamento conceptual, limitando su capacidad para transferir estos conocimientos a situaciones nuevas.

Esta situación problemática, presente en sistemas educativos internacionales, se concreta en el Colegio José Manuel Restrepo de Bogotá. Los estudiantes de quinto grado evidencian dificultades similares, lo que revela la necesidad de propuestas transformadoras basadas en comprender profundamente cómo se relacionan estos procesos cognitivos.

1.1. Línea de investigación de la Universidad de Innovación e Investigación de México y su ámbito de estudio.

La presente investigación se adscribe a la línea de *Innovación educativa y perspectivas tecnológicas*, definida por la Universidad de Innovación e Investigación de México (UIIX) como un eje que promueve el análisis, diseño y aplicación de estrategias didácticas innovadoras, así como el estudio de modelos educativos flexibles que respondan a las transformaciones sociales, tecnológicas y pedagógicas actuales. Esta línea resulta pertinente frente a los desafíos contemporáneos en el campo de la educación matemática, donde se requieren soluciones integradas que combinen teoría, evidencia empírica y recursos concretos para enfrentar las dificultades persistentes en el aprendizaje de conceptos fundamentales. Dentro de esta línea, el estudio se sitúa específicamente en el ámbito del *diseño e innovación de estrategias didácticas*, al proponer el desarrollo de una estrategia didáctica fundamentada en el análisis empírico de la

relación entre dos procesos clave en el aprendizaje matemático: la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas. Esta relación no solo permite una mejor comprensión de los obstáculos que enfrentan los estudiantes en contextos escolares reales, sino que también orienta la estructuración de propuestas pedagógicas contextualizadas que puedan ser implementadas como parte de estrategias de transformación educativa.

El enfoque propuesto guarda coherencia con el carácter propositivo del programa doctoral de la UIIX, debido a que, a partir de un análisis riguroso del problema basado en evidencia correlacional, se plantea una estrategia didáctica como respuesta concreta a una demanda formativa actual del contexto educativo. El kit didáctico "PropMath", como componente central de esta estrategia, constituye una materialización de este enfoque, al integrar recursos didácticos y metodológicos que facilitan la progresión gradual en la comprensión de la proporcionalidad y el fortalecimiento simultáneo de las habilidades de resolución de problemas.

Con ello, se aporta al fortalecimiento de la enseñanza de las matemáticas desde un enfoque didáctico basado en evidencias, alineado con las prioridades formativas definidas por la UIIX y con las demandas del sistema educativo colombiano, al promover espacios de aprendizaje contextualizados y significativos para los estudiantes.

En este sentido, el desarrollo de esta investigación representa una contribución significativa no solo al campo teórico de la educación matemática, sino también a la práctica docente y al aprendizaje de los estudiantes en contextos educativos reales. Con ello, se aporta al fortalecimiento de la enseñanza de las matemáticas desde un enfoque didáctico basado en evidencias, alineado con las prioridades formativas definidas por la UIIX y con las demandas del sistema educativo colombiano y necesidades de contexto institucional, al promover espacios de aprendizaje en contexto.

1.2. Planteamiento del problema.

La comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas constituyen competencias fundamentales en el aprendizaje matemático, no solo por su relevancia curricular sino por su aplicabilidad directa en contextos cotidianos, científicos y tecnológicos (Mardika & Mahmudi, 2021). A pesar de su existencia en los estándares curriculares de matemáticas desde

educación básica, las dificultades para su apropiación siguen siendo una constante en los sistemas educativos a nivel internacional, particularmente en América Latina.

Organismos internacionales como la UNESCO y la OCDE han identificado la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas como competencias clave para el siglo XXI, esenciales para el desarrollo científico y tecnológico. Sin embargo, evaluaciones globales muestran que estas competencias no se están desarrollando adecuadamente en muchos sistemas educativos, según los resultados PISA 2022, países latinoamericanos como Colombia (383 puntos), México (415 puntos), Brasil (379 puntos) y Argentina (378 puntos) se situaron significativamente por debajo del promedio de la OCDE (472 puntos) en competencias matemáticas relacionadas con el razonamiento proporcional (OECD, 2022).

Las causas de estas dificultades son diversas entre ellas se encuentran los enfoques didácticos descontextualizados, fragmentación curricular, formación docente insuficiente en didáctica específica, y concepciones erróneas sobre el aprendizaje matemático. Como consecuencia, los estudiantes desarrollan aprendizajes superficiales, basados en procedimientos mecánicos y memorísticos que no permiten la transferencia y aplicación de conocimientos a nuevos contextos, aspectos que traen como consecuencia: presentar limitaciones en el desarrollo del pensamiento matemático avanzado, dificultades para acceder a carreras científicas y tecnológicas, y desventajas en un mundo cada vez más dependiente del análisis cuantitativo y el razonamiento proporcional.

Como señalan Fernández-Plaza et al. (2021), muchos estudiantes no logran establecer conexiones entre conceptos matemáticos porque se enfrentan a una enseñanza centrada en la repetición de procedimientos, lo cual impide una comprensión significativa y limita la aplicabilidad del conocimiento matemático.

En el ámbito institucional, el Colegio José Manuel Restrepo, ubicado en la localidad de Puente Aranda en Bogotá- Colombia y escenario de esta investigación, refleja la tendencia nacional de bajo desempeño en matemáticas, según los resultados de las pruebas ICFES de 2022, el 64% de los estudiantes que presentaron la evaluación se ubicaron en el nivel 3 y solo el 24% en el nivel 2 en las competencias evaluadas, destacándose la resolución de problemas como una de las áreas con mayores dificultades. Asimismo, los resultados de la prueba SABER aplicada en

2021 a estudiantes de grado quinto mostraron un puntaje promedio de 309 sobre 500, con apenas un 11% en el nivel avanzado y un 26% en el nivel satisfactorio.

Estos datos evidencian debilidades importantes en la comprensión y resolución de problemas matemáticos, en particular en lo relacionado con la aplicación de conceptos en contextos diversos y el desarrollo del pensamiento multiplicativo, situación que evidencia que los estudiantes no están consolidando los aprendizajes esperados en proporcionalidad y enfrentan dificultades para interpretar y aplicar relaciones matemáticas en situaciones contextualizadas, lo cual limita su desempeño académico y el desarrollo de habilidades lógico-matemáticas esenciales.

A su vez, considerando reuniones de área institucionales documentadas entre 2022 y 2023 en el colegio, también se ha identificado dificultades en lo que refiere a la competencia de resolución de problemas y la eficacia de estos procesos en diversas áreas del conocimiento, especialmente en aquellos que implican el uso de estructuras multiplicativas y proporcionales, los estudiantes presentan dificultades tanto en la formulación de estrategias como en la interpretación de los enunciados y la justificación de los procedimientos utilizados. En consecuencia, la combinación de ambos factores genera una situación de problema en el desarrollo de competencias matemáticas fundamentales.

Las causas a nivel institucional incluyen prácticas pedagógicas tradicionales, recursos didácticos limitados para la enseñanza de la proporcionalidad, y un abordaje limitado de la resolución de problemas, como consecuencia, los estudiantes desarrollan concepciones erróneas sobre la proporcionalidad, limitándose a aplicar procedimientos mecánicos sin comprender su fundamento conceptual, lo que afecta su capacidad para transferir estos conocimientos a nuevos contextos.

Desde una perspectiva pedagógica, diversos estudios han sugerido que los estudiantes que alcanzan niveles más altos de comprensión de la proporcionalidad son también los que despliegan estrategias más eficaces en la resolución de problemas entre ellos Piñeiro et al. (2019) mencionan que una comprensión profunda de la proporcionalidad permite reconocer relaciones entre magnitudes, elegir representaciones adecuadas y justificar los procedimientos utilizados, estos

elementos son clave no solo para resolver con éxito problemas proporcionales, sino para fomentar un pensamiento matemático generalizable.

Acorde con Radford (2018), la comprensión matemática no debe limitarse a la adquisición de algoritmos, sino que debe enmarcarse en procesos de objetivación donde el conocimiento se construye en interacción con contextos culturales y sociales, desde esta perspectiva, enseñar proporcionalidad de forma desvinculada de la resolución de problemas limita las oportunidades de aprendizaje significativo y aplicado.

En consecuencia, el problema de investigación que se plantea parte de una contradicción estructural, aunque la proporcionalidad es un contenido abordado curricularmente y respaldado por la política educativa (MEN, 2006), los niveles de comprensión y aplicación son bajos, y no se refleja una transferencia efectiva del conocimiento a contextos de resolución de problemas.

En este sentido, la presente investigación busca diseñar una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuya al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el diseño del kit PropMath para estudiantes de quinto grado, respondiendo así a las necesidades educativas identificadas en el contexto institucional y alineándose con el abordaje propositivo de la UIIX en el desarrollo de estrategias transformadoras para la educación matemática.

1.3. Formulación del problema (Pregunta de investigación).

A pesar de que la proporcionalidad y la resolución de problemas han sido reconocidas como competencias fundamentales en el currículo nacional colombiano desde la educación básica, se evidencia que los estudiantes continúan presentando dificultades para comprender y aplicar estos conceptos de manera integrada. Esta situación se refleja en los bajos resultados obtenidos en evaluaciones nacionales como las pruebas SABER donde persisten debilidades en la resolución de problemas con estructuras proporcionales. Estas dificultades se evidencian en instituciones públicas como el Colegio José Manuel Restrepo de Bogotá, donde los datos muestran que los estudiantes de grado quinto enfrentan obstáculos persistentes para identificar relaciones proporcionales, aplicar estrategias adecuadas y justificar sus procedimientos.

En este contexto, surge la necesidad de diseñar una estrategia didáctica basada en evidencia empírica que permita atender simultáneamente ambos procesos cognitivos. La pregunta central que orienta esta investigación es:

¿Cómo proponer una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuya al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el diseño del kit PropMath en estudiantes de quinto grado de la institución educativa José Manuel Restrepo de Bogotá durante el periodo 2024?

Para abordar esta pregunta principal de manera sistemática, se plantean las siguientes preguntas secundarias que orientan los objetivos específicos:

- ¿Cuáles son los niveles de comprensión de la proporcionalidad y los procesos de resolución de problemas que manifiestan los estudiantes de quinto grado de la institución educativa José Manuel Restrepo?
- ¿Existe una correlación estadísticamente significativa entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos en estos estudiantes que pueda fundamentar el diseño de una estrategia didáctica integrada?
- ¿Cómo diseñar el kit didáctico PropMath como componente central de la estrategia, a partir de la evidencia correlacional obtenida en la investigación y las necesidades identificadas en el contexto educativo?

Estas interrogantes guían la construcción de una estrategia pedagógica contextualizada, basada en el análisis de datos reales, que busca mejorar significativamente el aprendizaje matemático en la educación primaria pública.

1.4. Justificación.

La presente investigación surge como respuesta a una necesidad en el ámbito de la educación matemática en primaria: *la relación e integración efectiva entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas*. A pesar de los esfuerzos curriculares y de formación docente, persiste una desconexión entre estos dos procesos, que se manifiesta en bajos niveles de desempeño de los estudiantes en evaluaciones nacionales e internacionales, lo anterior evidencia una brecha entre lo que se espera que los estudiantes logren y lo que realmente pueden

hacer, lo que justifica la necesidad de una intervención didáctica sustentada en evidencia empírica.

Desde el punto de *vista teórico*, esta investigación aporta nuevo conocimiento al campo de la educación matemática al determinar mediante evidencia empírica, la naturaleza y magnitud de la correlación entre estas dos variables en estudiantes de quinto grado, un área insuficientemente explorada en el contexto latinoamericano y particularmente en Colombia, el enfoque correlacional permite identificar patrones en el desarrollo de estas habilidades y comprender cómo se influyen mutuamente, lo que fortalece el marco conceptual existente.

En este sentido, el trabajo contribuye a enriquecer el enfoque semiótico-cultural propuesto por Radford, al aportar evidencia empírica sobre la manifestación de los procesos de objetivación en el aprendizaje de la proporcionalidad y su relación con la resolución de problemas en un contexto específico. Asimismo, complementa los modelos de desarrollo del razonamiento proporcional de Karplus (1983), al explorar cómo las distintas etapas de comprensión se correlacionan con los procesos definidos por Pólya (1945) para la resolución de problemas en la educación primaria. Finalmente, el estudio proporciona un marco integrador que articula los conceptos de la Teoría de la Objetivación con modelos específicos sobre el desarrollo del razonamiento proporcional y la resolución de problemas, ofreciendo así una perspectiva más holística y contextualizada para la comprensión de estos procesos de aprendizaje.

Desde el aspecto *práctico*, el estudio tiene un objetivo transformador: diseñar un recurso didáctico fundamentada en evidencia correlacional, el kit PropMath que pueda ser implementado en el aula para mejorar simultáneamente la comprensión de la proporcionalidad y la capacidad para resolver problemas, este material representa una innovación en los recursos disponibles para la enseñanza de la proporcionalidad y la resolución de problemas al integrar, una secuencia estructurada de actividades que facilita el desarrollo progresivo del razonamiento proporcional en conexión con habilidades de resolución de problemas

La propuesta de actividades, guías y rúbricas especialmente diseñadas para facilitar la transición entre los diferentes niveles de comprensión de la proporcionalidad permitirá abordar situaciones problema contextualizadas que conectan el aprendizaje matemático con experiencias

significativas para los estudiantes, aumentando la motivación y el compromiso con el aprendizaje.

Estos elementos contribuyen a transformar la realidad educativa inmediata, mejorando la eficiencia del proceso de enseñanza-aprendizaje y reduciendo la fragmentación curricular que ha caracterizado los enfoques tradicionales, la estrategia didáctica propuesta permite abordar de manera integrada objetivos que tradicionalmente se han trabajado por separado.

Desde el aspecto *social*, esta investigación tiene un impacto significativo en diversos grupos poblacionales, los beneficiarios directos son los estudiantes de quinto grado de educación primaria, particularmente aquellos de instituciones educativas públicas con características similares al Colegio José Manuel Restrepo de Bogotá. Para estos estudiantes, desarrollar competencias matemáticas sólidas, especialmente el razonamiento proporcional, constituye un factor determinante para su trayectoria académica futura y sus oportunidades profesionales.

De manera indirecta, también se benefician los docentes de matemáticas de educación primaria, quienes contarán con una estrategia didáctica fundamentada y recursos concretos para enriquecer su práctica pedagógica, favoreciendo así su desarrollo profesional. Las instituciones educativas, por su parte, podrán implementar propuestas pedagógicas innovadoras alineadas con los estándares curriculares nacionales, lo que podría traducirse en una mejora de sus indicadores de calidad educativa.

Asimismo, las familias de los estudiantes se verán favorecidas, ya que sus hijos desarrollarán competencias matemáticas fundamentales para la vida cotidiana, como la toma de decisiones informadas en situaciones que involucran proporciones (por ejemplo, compras, presupuestos y análisis de ofertas), el pensamiento crítico frente a información cuantitativa y la capacidad para resolver problemas comunitarios que requieren razonamiento matemático, en un sentido más amplio, la comunidad educativa en general se beneficiará al contribuir a la formación de ciudadanos con mayores competencias matemáticas, capaces de participar activamente en la sociedad del conocimiento.

Desde el punto de vista *metodológico*, el estudio contribuye al campo de la investigación educativa mediante la aplicación de un diseño correlacional con técnicas estadísticas rigurosas,

que permiten explorar la relación entre variables cognitivas clave en el aprendizaje matemático, la sistematización de instrumentos y procesos desarrollados en este trabajo podrá servir como referencia en futuras investigaciones sobre competencias matemáticas en primaria así como a otros investigadores interesados en estudiar las relaciones entre distintos aspectos del aprendizaje matemático y desarrollar propuestas didácticas fundamentadas empíricamente. La metodología utilizada puede adaptarse para el estudio de otras relaciones conceptuales en matemáticas y en otras áreas del currículo escolar.

En el ámbito *personal*, como docente e investigadora en educación matemática, esta investigación representa una oportunidad significativa para articular mi experiencia práctica en el aula con un proceso de indagación sistemática y rigurosa, la motivación surge de la observación directa de las dificultades que enfrentan los estudiantes al abordar situaciones que involucran proporcionalidad, y de la convicción de que es posible desarrollar aproximaciones pedagógicas más efectivas fundamentadas en evidencia empírica.

El proceso de investigación doctoral representa también una oportunidad para establecer un diálogo entre la teoría educativa y la práctica pedagógica, contribuyendo a cerrar la brecha que frecuentemente existe entre estos ámbitos, los aprendizajes derivados de este proceso no solo beneficiarán mi desarrollo profesional individual, sino que podrán compartirse con colegas y comunidades educativas.

1.5. Objeto de estudio.

El objeto de estudio de esta investigación se centra en los procesos de aprendizaje matemático en educación primaria, específicamente en la comprensión de la proporcionalidad y su relación con la resolución de problemas, este objeto se inscribe en el campo científico de la educación matemática, área del conocimiento que estudia los factores que afectan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como el desarrollo de propuestas didácticas para mejorar estos procesos así como las condiciones que los favorecen o dificultan, y las estrategias didácticas que pueden optimizar el desarrollo del pensamiento matemático en distintos niveles educativos (Godino, Batanero & Font, 2007).

La proporcionalidad es considerada un concepto disciplinar estructurante en la educación matemática, al funcionar como puente entre el razonamiento aritmético y el algebraico, y facilitar el acceso a contenidos más complejos como funciones, tasas de cambio o relaciones lineales (Mardika & Mahmudi, 2021). A su vez, la resolución de problemas ha sido reconocida como un eje articulador del currículo matemático, que no solo permite aplicar conocimientos, sino también promover el pensamiento crítico, la formulación de estrategias y la generalización de patrones (Martínez-Luaces & Rico, 2022).

Desde esta perspectiva, el objeto de estudio no se limita a identificar qué saben los estudiantes sobre proporcionalidad, sino que busca comprender cómo construyen este conocimiento y cómo lo movilizan en contextos de resolución de problemas, esta relación es fundamental, ya que diversos estudios han demostrado que una comprensión profunda del razonamiento proporcional se vincula con un desempeño más eficaz en la resolución de situaciones problemáticas reales (Godino & Burgos, 2023). Por tanto, el análisis se centra en la relación entre ambas competencias, con el propósito de fundamentar propuestas didácticas que integren estos procesos en el aula de forma significativa.

El abordaje del objeto de estudio responde a la necesidad de superar enfoques fragmentados que han predominado en la enseñanza de las matemáticas, donde la proporcionalidad se presenta como un contenido aislado, desconectado de situaciones que impliquen toma de decisiones o aplicación práctica. En este sentido, este trabajo asume un enfoque articulador, en el que comprender y resolver problemas proporcionales constituye una oportunidad para el desarrollo del pensamiento matemático flexible, generalizable y culturalmente situado (Radford, 2020).

1.6. Campo de acción.

El campo de acción de esta investigación se ubica específicamente en la didáctica de las matemáticas, en específico la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos en el nivel de educación primaria, constituyendo el área más directamente afectada por la problemática identificada, en este contexto se expresan de manera concreta las dificultades observadas en los estudiantes para comprender y aplicar relaciones proporcionales en contextos problemáticos, lo

cual ha sido evidenciado tanto en evaluaciones estandarizadas como en prácticas pedagógicas cotidianas en la institución educativa.

Este campo de acción se sitúa en la intersección entre los contenidos matemáticos escolares y las metodologías empleadas para su enseñanza, especialmente aquellas dirigidas a estudiantes de grado quinto, quienes se encuentran en una etapa clave para la transición del pensamiento aritmético al algebraico, la proporcionalidad, al ser un concepto estructurante, y la resolución de problemas, al ser un proceso transversal en la enseñanza de las matemáticas acorde con Castillo, Burgos & Godino, (2022) demandan enfoques integradores que permitan superar los límites de una enseñanza fragmentada

Al intervenir en este campo, la investigación busca contribuir al fortalecimiento de la enseñanza de la proporcionalidad y la resolución de problemas mediante recursos que promuevan aprendizajes significativos, articulando teoría y práctica desde un enfoque basado en evidencia empírica. Esto resulta relevante en instituciones educativas públicas, donde las limitaciones de recursos y las brechas de aprendizaje requieren soluciones didácticas innovadoras y accesibles.

1.7. Objetivos.

1.7.1. Objetivo General.

Proponer una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuya al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el diseño del kit PropMath para estudiantes de quinto grado de educación primaria.

1.7.2. Objetivos específicos.

1. Analizar los niveles de comprensión de la proporcionalidad y los procesos de resolución de problemas en estudiantes de quinto grado de la institución educativa pública José Manuel Restrepo de Bogotá.
2. Determinar la correlación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado de la institución educativa José Manuel Restrepo de Bogotá, como base empírica para la estrategia didáctica.

3. Diseñar el kit didáctico PropMath como componente central de la estrategia, a partir de la evidencia correlacional obtenida en la investigación y las necesidades identificadas en el contexto educativo.

1.8. Hipótesis.

Hipótesis general (H_1): La comprensión de la proporcionalidad matemática y la capacidad de resolución de problemas presentan una correlación estadísticamente significativa que fundamenta la propuesta de una estrategia didáctica integrada mediante el diseño del kit PropMath para el desarrollo de ambas competencias en estudiantes de quinto grado.

Hipótesis nula (H_0): No existe correlación estadísticamente significativa entre la comprensión de la proporcionalidad matemática y la capacidad de resolución de problemas en estudiantes de quinto grado que justifique el diseño de una estrategia didáctica integrada.

1.9. Alcance temático.

El alcance de esta investigación comprende tres dimensiones fundamentales que delimitan aspectos teóricos, metodológicos y prácticos que serán aplicados para abordar la relación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas en estudiantes de grado quinto.

Desde el punto de vista teórico, la investigación se fundamenta en marcos consolidados en la educación matemática, adaptando como eje principal la Teoría de la Objetivación de Luis Radford (2018), que considera el aprendizaje matemático como un proceso social y culturalmente mediado, destacando la importancia de los medios semióticos de objetivación y los procesos de subjetivación. Esta mirada se complementa con el modelo de desarrollo del razonamiento proporcional de un autor clásico como Karplus (1983), que permite identificar los niveles progresivos de comprensión desde etapas incompletas hasta el pensamiento proporcional formal.

Para el análisis de la resolución de problemas, se adopta la teoría clásica de Pólya (1945), que describe las fases que siguen los estudiantes al enfrentarse a situaciones problemáticas: comprender, planificar, ejecutar y verificar. Adicionalmente, el enfoque fenomenológico propuesto por un autor clásico como Freudenthal (1986) ofrece una clasificación de los contextos proporcionales, que guía la selección de tareas didácticas.

En cuanto al alcance metodológico, el estudio comprende un enfoque cuantitativo de tipo correlacional, con la intención es establecer si existe una relación estadísticamente significativa entre el nivel de comprensión de la proporcionalidad y los procesos de resolución de problemas. El análisis de datos se realizará mediante estadística descriptiva e inferencial, no se contempla en esta fase la implementación de métodos cualitativos como estudios de caso o etnografías, aunque se reconoce su valor para investigaciones complementarias futuras.

Desde el alcance práctico, la investigación se orienta al diseño de una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que integre actividades progresivas para el desarrollo de la proporcionalidad y la resolución de problemas, reflejadas en la creación del kit didáctico PropMath el cuál incluirá actividades graduadas en dificultad, situaciones problema contextualizadas y guías docentes con orientaciones metodológicas claras, así como rúbricas de evaluación y recomendaciones metodológicas. El alcance práctico no incluye la implementación completa ni la evaluación de impacto de la estrategia didáctica, aspectos que podrían abordarse en futuras investigaciones

1.10. Delimitación Espacial y Temporal.

Delimitación espacial

La presente investigación se desarrolla en el Colegio José Manuel Restrepo, institución educativa oficial ubicada en la Calle 6 No. 40-09, zona urbana de la localidad de Puente Aranda en la ciudad de Bogotá, Colombia, esta institución pertenece a la Secretaría de Educación del Distrito Capital y atiende principalmente a población de estratos socioeconómicos 2 y 3.

FIGURA 1 COLEGIO JOSE MANUEL RESTREPO



La institución se caracteriza por seguir el modelo pedagógico constructivista social, enmarcado en su Proyecto Educativo Institucional titulado "Formación en valores y desarrollo del conocimiento para la construcción de un futuro mejor". En el área de matemáticas, la institución ha implementado el programa "Matemática para la vida" desde 2020, que busca contextualizar el aprendizaje matemático en situaciones cotidianas.

El estudio se centra en la sede A de la institución, donde se encuentran los cursos del grado quinto, de educación básica primaria quienes se encuentran en una etapa curricular en la que se introduce y consolida el concepto de proporcionalidad según los estándares nacionales del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006). La elección de esta institución obedece tanto al contexto real de dificultades identificadas como al acceso directo por parte de la investigadora, lo cual permitió una comprensión de la dinámica escolar y del problema estudiado.

Delimitación temporal

El desarrollo de la investigación se estructura en tres fases claramente definidas durante el periodo 2023-2024:

FIGURA 2 DELIMITACIÓN TEMPORAL INVESTIGACIÓN



- **Fase diagnóstica y correlacional (agosto - diciembre 2023):**
 - o Diseño y validación de instrumentos
 - o Aplicación de instrumentos para evaluar nivel de comprensión de proporcionalidad y procesos de resolución de problemas

- o Análisis de datos y establecimiento de correlaciones.
- **Fase de diseño de la estrategia didáctica (enero - marzo 2024):**
 - o Fundamentación teórica y metodológica
 - o Diseño actividades y recursos del kit PropMath)
 - o Elaboración de guías para docentes e instrumentos de evaluación
- **Fase de validación y ajustes (abril - junio 2024):**
 - o Ajustes a la estrategia y materiales según retroalimentación
 - o Documentación final de la propuesta

Esta delimitación temporal garantiza la coherencia entre los momentos de diagnóstico, análisis y diseño, permitiendo una secuencia lógica en el desarrollo del estudio.

CAPÍTULO 2. Fundamentos Teóricos Referenciales.

Este capítulo presenta los marcos teóricos, conceptuales y contextuales que sustentan la investigación, proporcionando las bases epistemológicas y pedagógicas necesarias para analizar la relación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de grado quinto. Se abordan teorías fundamentales en el campo de la educación matemática que explican cómo se construyen y movilizan los conceptos matemáticos en contextos escolares, así como los factores que influyen en el aprendizaje significativo de estos saberes. El propósito de este capítulo es ofrecer una mirada estructurada a los avances investigativos, enfoques didácticos y perspectivas teóricas que orientan tanto el análisis del problema como el diseño de la propuesta pedagógica. Con ello, se pretende no solo abordar conceptualmente el objeto de estudio, sino también sustentar la pertinencia y viabilidad de la estrategia didáctica propuesta: el kit PropMath.

2.1. Estado del arte (Marco Histórico y Actual).

La comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas ha sido objeto de estudio en educación matemática, debido a su papel estructurante en el desarrollo del pensamiento lógico y algebraico desde los primeros grados de escolaridad. A lo largo de las últimas décadas, distintas investigaciones han abordado estos conceptos tanto de forma separada como integrada, destacando su relevancia en el aprendizaje matemático, pero también sus dificultades persistentes en la práctica educativa, especialmente en contextos latinoamericanos. Este apartado presenta una revisión sistemática de la evolución histórica y los avances contemporáneos en ambos campos, identificando las confluencias que fundamentan la presente investigación.

2.1.1. Marco Histórico: Comprensión de la Proporcionalidad

Históricamente, el razonamiento proporcional tiene sus bases en las civilizaciones egipcia y griega, que utilizaron principios proporcionales en contextos aplicados como la arquitectura y el comercio, entre ellos se encuentra los aportes de Euclides, en los Elementos quien sistematizó los conceptos de razón y proporción, estableciendo las bases del pensamiento proporcional en la

matemática formal por su relevancia en la estructura lógica de la geometría (Bell, 2025; Bellan, 2025).

Durante el Renacimiento, referentes como Fibonacci, Da Vinci y Descartes extendieron estas ideas hacia la geometría analítica, la música y la óptica, consolidando su utilidad transversal, Leonardo da Vinci la utilizó para analizar la simetría del cuerpo humano, en su célebre *Hombre de Vitruvio*, donde vinculó proporciones matemáticas con la anatomía. (Thomas et al., 2020) Por su parte, Fibonacci introdujo la secuencia que lleva su nombre, ilustrando patrones proporcionales en la naturaleza y en el comercio. Más adelante, René Descartes integró el razonamiento proporcional en la geometría analítica, articulando relaciones entre álgebra y geometría.

En los siglos XVIII y XIX, la proporcionalidad se convirtió en una herramienta fundamental en el desarrollo de las ciencias naturales, científicos como Newton y Boyle recurrieron a la proporcionalidad para formular leyes fundamentales en física y química, Isaac Newton la empleó para establecer relaciones cuantitativas entre fuerzas y movimientos en su *Principia Mathematica* (1687), mientras que Robert Boyle formuló su ley sobre los gases, describiendo la relación inversamente proporcional entre presión y volumen, así mismo en economía se utilizó para modelar relaciones de cambio y valor, lo que cimentó parte de la teoría económica moderna.

A mediados del siglo XX el estudio del razonamiento proporcional tuvo un enfoque psicológico y educativo, al respecto Piaget e Inhelder (1958, citados en Mochón, 2012) lo identificaron como un marcador del paso al pensamiento formal, señalando que la comprensión de relaciones proporcionales implica un salto cualitativo en el desarrollo cognitivo.

Posteriormente, Karplus (1983) y Noelling (1980) propusieron modelos de desarrollo que describen una progresión desde razonamientos aditivos hacia razonamientos proporcionales, aportando herramientas conceptuales para el análisis de niveles de comprensión en el aula. El modelo de Karplus estableció cinco etapas progresivas: incompleta, cualitativa, aditiva, pre-proporcional y proporcional, que se mantiene como referencia fundamental en la literatura educativa.

Más recientemente, Godino y Burgos (2023) han enfatizado la necesidad de enseñar la proporcionalidad desde una perspectiva multidimensional (aritmética, algebraica y geométrica) que supere el tratamiento algorítmico tradicional. Sin embargo, estudios empíricos demuestran que los estudiantes continúan enfrentando dificultades al aplicar el razonamiento proporcional en contextos significativos, ya que tienden a emplear estrategias aditivas inapropiadas (Behr et al., 1992; Mardika & Mahmudi, 2021).

Para la tercera década del Siglo XXI, investigaciones recientes han aportado nuevas perspectivas sobre factores que inciden en la comprensión proporcional entre ellas se encuentran Keersmaecker et al. (2023) quienes demostraron que el vocabulario proporcional contribuye significativamente tanto a las habilidades de razonamiento proporcional como al desempeño en problemas verbales, estableciendo un vínculo innegable entre el componente lingüístico y el desarrollo del pensamiento matemático.

De manera complementaria, Supply et al. (2023) han evidenciado que el contexto influye determinantemente en el desempeño de los estudiantes, encontrando resultados superiores en situaciones de reparto justo en comparación con contextos de mezclas y probabilidad, lo que reafirma la necesidad de diversificar los escenarios de aplicación en el diseño de intervenciones didácticas.

Por su parte, Vanluydt et al. (2024) han aportado evidencia empírica sobre la emergencia temprana del razonamiento proporcional, incluso antes de su instrucción formal, confirmando la posibilidad de estimular estas habilidades desde edades tempranas. Este resultado fundamenta la pertinencia de intervenciones dirigidas a estudiantes de quinto grado, como la que propone el presente estudio.

Brady et al. (2024) presentan un enfoque que integra la inteligencia artificial en una plataforma colaborativa digital incorporada con un currículo matemático basado en problemas. Esta iniciativa recibió el nombre de "SPArrows" (Student Proportional Reasoning Arrows) el cual permite a estudiantes y docentes anotar su razonamiento proporcional mediante notas visuales, generando datos para entrenar sistemas de aprendizaje automático que analicen el razonamiento proporcional.

En síntesis, los modelos históricos de desarrollo del razonamiento proporcional, especialmente el de Karplus (1983), proporcionan a la investigación propuesta el marco conceptual para categorizar los niveles de comprensión de los estudiantes en este estudio. La evolución histórica evidencia que la proporcionalidad ha sido reconocida como concepto estructurante, validando su importancia como variable de estudio.

Finalmente, los hallazgos contemporáneos sobre vocabulario proporcional y contexto (Keersmaecker et al., 2023; Supply et al., 2023) informan el diseño del instrumento de evaluación. La evidencia sobre emergencia temprana (Vanluydt et al., 2024) valida la pertinencia de trabajar con estudiantes de quinto grado.

2.1.3. Marco Histórico: Resolución de Problemas Matemáticos

La resolución de problemas matemáticos ha constituido el núcleo fundamental del desarrollo de las matemáticas a lo largo de la historia. La resolución de problemas ha sido el auténtico motor de las matemáticas, estableciendo las bases para el avance científico y tecnológico de la humanidad. Esta perspectiva encuentra sus bases en el trabajo de George Polya, quien en 1945 publicó "How to solve it", obra que impulsó el estudio de la resolución de problemas y la ubicó dentro de los temas a investigar por la comunidad de Educación Matemática.

La resolución de problemas ha evolucionado como un eje articulador del currículo de matemáticas. Pólya (1945) propuso un modelo clásico de cuatro fases: comprender el problema, idear un plan, ejecutar el plan y verificar la solución. Este enfoque ha tenido impacto duradero en la didáctica de las matemáticas y ha servido como base para investigaciones posteriores.

En la segunda mitad del Siglo XX, Schoenfeld (2016) amplió este marco al incluir dimensiones metacognitivas como el monitoreo y la autorregulación del pensamiento, estableciendo que el desempeño en resolución de problemas depende no solo del conocimiento conceptual, sino también de habilidades cognitivas superiores como la planificación, el seguimiento y la evaluación.

A finales del Siglo XX, se evidenciaron aportes a la integración con el pensamiento algebraico en el ámbito específico de la educación básica, Burgos et al. (2020) quienes analizaron

el pensamiento algebraico temprano en alumnos de quinto de primaria en el contexto de la resolución de problemas de proporcionalidad, sus hallazgos evidencian cómo estos estudiantes son capaces de desarrollar razonamientos algebraicos incipientes cuando se enfrentan a situaciones proporcionales adecuadamente diseñadas.

No obstante, Butto et al. (2019) documentaron las dificultades persistentes que enfrentan los estudiantes para aplicar el razonamiento proporcional en diversos contextos, evidenciando una tendencia generalizada a implementar estrategias aditivas en situaciones que requieren razonamiento multiplicativo.

En este sentido, el modelo de Pólya (1945) y las extensiones de Schoenfeld (2016) proporcionan las dimensiones para evaluar los procesos de resolución de problemas en esta investigación, los antecedentes históricos fundamentan la pertinencia de estudiar la resolución de problemas en contextos proporcionales.

En el marco actual en la tercera década del Siglo XXI, Foster (2023) cuestiona la eficacia de enseñar estrategias generales, argumentando en favor de tácticas específicas de dominio aplicables en rangos concretos de contenido matemático. Esta perspectiva, fundamentada en la teoría de carga cognitiva, ofrece implicaciones sustanciales para el diseño de intervenciones didácticas enfocadas en problemas proporcionales.

Santos & Trigo (2024) han sintetizado las tendencias actuales, proponiendo el principio de problematización como actividad central para organizar propuestas curriculares y estructurar entornos de aprendizaje matemático efectivos basados en resolución de problemas. Por su parte Roorda et al. (2024) definen la resolución de problemas como parte integral de las matemáticas a través de su modelo de Enseñanza de Matemáticas A Través de la Resolución de Problemas (TTP). Este enfoque utiliza el estudio de lecciones para mejorar las habilidades docentes y ofrece un marco prometedor para la integración que propone esta investigación.

Por otra parte, la creación de problemas como estrategia para articular el razonamiento proporcional y algebraico ha sido investigada recientemente por Burgos y Chaverri-Hernández (2023), cuyos hallazgos proporcionan fundamentos sólidos para el diseño de situaciones problema contextualizadas. Por su parte, Sinaga et al. (2023) han explorado la influencia de la

comprensión de la resolución de problemas en los resultados del aprendizaje matemático, aportando evidencia empírica valiosa sobre los factores que median esta relación.

En este sentido, los enfoques contemporáneos de tácticas específicas de dominio (Foster, 2023) y el principio de problematización (Santos-Trigo, 2024) orientan el diseño del kit PropMath. El modelo TTP (Roorda et al., 2024) fundamenta la integración propuesta entre proporcionalidad y resolución de problemas.

Por otra parte, se reconoce que, a pesar de los avances significativos en la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas como áreas de investigación, persiste una brecha notable en el estudio de cómo estas dos dimensiones se relacionan específicamente en el contexto de la educación básica primaria. La mayoría de los estudios existentes abordan estas variables de manera independiente, sin explorar en profundidad cómo se interrelacionan y potencian mutuamente en situaciones reales de aprendizaje.

Aunque investigadores como Burgos et al. (2020) han comenzado a explorar esta conexión, se requieren más investigaciones que establezcan correlaciones empíricas entre el nivel de comprensión de la proporcionalidad y la eficacia en la resolución de problemas matemáticos, especialmente en estudiantes de quinto grado.

Otra área que requiere mayor atención académica es el desarrollo de recursos didácticos diseñados para fortalecer simultáneamente la comprensión de la proporcionalidad y las habilidades de resolución de problemas. Si bien existen materiales para cada área por separado, los enfoques integrados son escasos, particularmente aquellos fundamentados en evidencia empírica sobre la correlación entre ambas variables.

En este sentido, este estudio propone una indagación correlacional que permite comprender la relación entre el razonamiento proporcional y la resolución de problemas en estudiantes de grado quinto, así como el diseño de un recurso didáctico (kit PropMath) fundamentado en esa relación. Con ello, se responde a la necesidad de propuestas innovadoras, integradas y contextualmente pertinentes para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela primaria.

2.2. Marco Teórico.

El marco teórico de esta investigación articula diferentes perspectivas epistemológicas que permiten analizar la relación entre la comprensión de la proporcionalidad y los procesos de resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado de primaria. Este apartado establece las bases conceptuales que fundamentan el estudio, abordando tanto las teorías generales sobre el aprendizaje matemático como los modelos específicos relacionados con el desarrollo del razonamiento proporcional y los procesos de resolución de problemas.

2.2.1. Teoría de la Objetivación como fundamento epistemológico

La Teoría de la Objetivación (TO) propuesta por Luis Radford, la cual ofrece una perspectiva sociocultural sobre el aprendizaje de las matemáticas. Según Radford (2018), la TO se configura como "una teoría educativa que concibe la enseñanza y el aprendizaje como un proceso social, político, histórico y cultural en el que los profesores y los estudiantes, a través de la actividad conjunta, producen no solo saberes sino también subjetividades" (p. 139). Esta visión trasciende los enfoques tradicionales centrados en la transmisión de conocimientos, para enfatizar el carácter dialéctico del aprendizaje como una actividad transformadora.

A diferencia de teorías constructivistas o de la Teoría de Situaciones Didácticas, la TO se sitúa en un proyecto educativo donde la educación matemática se concibe como una labor que abarca aspectos políticos, sociales, históricos y culturales, con el propósito de formar individuos reflexivos y éticos (Radford, 2018), esta perspectiva es relevante para la presente investigación, ya que permite entender la comprensión de la proporcionalidad no como un simple proceso cognitivo individual, sino como una labor conjunta que se desarrolla en un contexto cultural específico.

Vergel (2021) destaca que la TO se enfoca en cómo el aprendizaje matemático es un proceso profundamente social y cultural, haciendo énfasis en la importancia de la interacción social y el uso de signos y herramientas culturales en la construcción del conocimiento matemático, elemento que proporciona un marco importante para investigar y mejorar las prácticas educativas en el campo de la educación matemática, específicamente en lo relacionado con la proporcionalidad y la resolución de problemas.

2.2.1.1. El pensamiento desde la teoría de objetivación

Dentro de la TO, el pensamiento se concibe como una praxis reflexiva. Radford (2006) define el pensamiento como "una reflexión mediatizada del mundo de acuerdo con la forma o modo de la actividad de los individuos" (p. 42), esta concepción implica que el pensamiento no es una actividad puramente mental, sino una práctica social encarnada en recursos semióticos culturalmente constituidos.

En este sentido, el pensamiento matemático, incluido el razonamiento proporcional, está mediado por artefactos culturales y prácticas sociales que permiten a los estudiantes acceder a formas históricamente constituidas de reflexión sobre el mundo, en este sentido D'Amore (2018) subraya esta dimensión semiótica del pensamiento matemático, destacando que "el conocimiento no se transfiere directamente de un individuo a otro, sino que se co-construye a través de la interacción social y el uso de artefactos culturales" (p. 99).

Moreno y Moreno (2000) añaden que el carácter mediatizado del pensamiento, desde la perspectiva de Vygotsky, se refiere al papel que desempeñan los artefactos (objetos, instrumentos, sistemas de signos) en la realización de la práctica social, siendo estos elementos constitutivos del pensamiento mismo, aspecto que fundamental para comprender cómo los estudiantes desarrollan el pensamiento proporcional a través de interacciones con diversos recursos semióticos en el aula.

2.2.1.2. El saber desde la teoría de la objetivación

Para Radford (2018), el saber no es simplemente un conjunto de conocimientos objetivos, sino que implica interpretaciones subjetivas y sentidos propios, el autor define el saber como "un sistema cultural e histórico de acciones y reflexiones corporales, sensibles y materiales" (p. 65), reconociendo la dimensión cultural e histórica del conocimiento matemático, incluido el relacionado con la proporcionalidad.

Hernández y Herrera (2018) señalan que la praxis, entendida como la acción reflexiva y transformadora del individuo en su entorno, es fundamental para comprender cómo el saber matemático se desarrolla y se adapta en diferentes contextos culturales, perspectiva que se alinea con la visión de que el conocimiento matemático no es estático, sino dinámico y en constante evolución.

Desde la TO, el aprendizaje se entiende como un proceso de objetivación, es decir, "un proceso en el cual los individuos se encuentran y familiarizan con formas de pensamiento histórica y culturalmente constituidas" (Radford, 2023, p. 37), este enfoque enfatiza que aprender matemáticas no es simplemente adquirir conocimientos, sino tomar conciencia de formas de pensamiento cultural e históricamente construidas.

2.2.1.3. El aprendizaje desde la teoría de la objetivación

Radford (2006) plantea que el proceso de aprendizaje no se basa en la construcción o reconstrucción de conocimiento, sino en conferir sentido a los elementos presentes en la cultura, en esa realidad históricamente construida. Según el autor, la adquisición de saber es "una elaboración activa de significados" (p. 113), lo cual denomina proceso de objetivación, proceso que proviene de dos fuentes fundamentales: por un lado, el saber depositado en los *artefactos* y, por otro, la *interacción social*. Acorde con Radford (2021) a través de la interacción con los objetos y las personas, el individuo va construyendo su entendimiento del mundo y le otorga sentido a su experiencia

Por su parte, Fernández et al. (2024) destacan que la teoría de la objetivación en la educación matemática permite a los estudiantes no solo aprender conceptos matemáticos, sino también desarrollar una identidad matemática crítica y reflexiva, este enfoque fomenta un aprendizaje significativo al integrar experiencias culturales y personales en el proceso educativo, resaltando la importancia de crear ambientes de aprendizaje donde los estudiantes puedan interactuar y colaborar.

Los artefactos culturales en el aprendizaje matemático

Los artefactos culturales juegan un papel central en el proceso de objetivación. Radford (2018) los define como "objetos, instrumentos, sistemas de signos, etc., en los que se almacena la experiencia histórica de la actividad cognitiva de las generaciones anteriores, lo que constituye una fuente de sabiduría acumulada" (p. 58), estos artefactos actúan como mediadores entre el estudiante y el conocimiento matemático.

Mosquera y Serres (2021) resaltan que los artefactos culturales no solo mediatizan el conocimiento, sino que también facilitan la transferencia y transformación del saber a través de

las generaciones, estos actúan como puentes que conectan la historia cultural con el presente, permitiendo a los individuos internalizar y reinterpretar el conocimiento acumulado en nuevos contextos de aprendizaje.

En el contexto específico del aprendizaje de la proporcionalidad, los artefactos culturales pueden incluir representaciones visuales (como tablas y gráficos), lenguaje matemático específico (como "razón", "proporción"), herramientas de cálculo, y situaciones problemáticas culturalmente significativas que involucran relaciones proporcionales.

La interacción social en el aprendizaje matemático

La TO reconoce que gran parte del aprendizaje ocurre en interacción con otros individuos y en el marco de prácticas compartidas socioculturalmente. Radford (2023) resalta la importancia de la dimensión social en el proceso de aprendizaje y destaca que el conocimiento se construye y se comparte a través de la participación en comunidades de práctica.

Así mismo, Mosquera y Serres (2021) reconocen que la interacción social no solo facilita la adquisición de conocimientos técnicos y académicos, sino que también promueve el desarrollo de habilidades sociales y emocionales, en este sentido la participación en actividades colaborativas y discusiones grupales permite a los estudiantes desarrollar competencias comunicativas, empatía y habilidades de trabajo en equipo, elementos esenciales para un aprendizaje matemático significativo.

Los medios semióticos de objetivación

Radford (2018) define los medios semióticos de objetivación como "todos aquellos recursos que los individuos utilizan intencionalmente en los procesos sociales de producción de significados" (p. 42), estos incluyen gestos, artefactos, símbolos, palabras y cualquier otro medio que permita hacer visible la intención y atención hacia algo. Al respecto Ortega y Ladino (2020) resaltan que la emergencia de estos medios semióticos en el proceso de aprendizaje está estrechamente ligada a la interacción social y al contexto cultural de los estudiantes. A medida que los estudiantes trabajan en tareas matemáticas, utilizan y reinterpretan signos y símbolos que son significativos en su entorno cultural, lo que les permite conectar nuevos conceptos matemáticos con sus experiencias previas.

2.2.2. Modelos teóricos sobre el desarrollo del razonamiento proporcional

El desarrollo del razonamiento proporcional ha sido objeto de estudio desde diversos marcos teóricos que complementan la perspectiva sociocultural de la TO, estos modelos ofrecen una comprensión detallada de cómo evoluciona la comprensión de la proporcionalidad en los estudiantes, aspecto fundamental para el diseño de intervenciones didácticas efectivas.

2.2.2.1. Las etapas de desarrollo del razonamiento proporcional según Karplus

El modelo de Karplus (1983) sobre las etapas del desarrollo del razonamiento proporcional sigue siendo un referente fundamental, estableciendo cinco niveles progresivos: incompleto, cualitativo, aditivo, pre-proporcional y proporcional.



1. **Etapa incompleta:** El estudiante ignora parte de los datos o da una respuesta ilógica que no cumple con la relación de proporcionalidad establecida en la situación.
2. **Etapa cualitativa:** Tiene en cuenta todos los datos, pero solo realiza consideraciones de tipo cualitativo como ("necesita más", "necesita menos", etc.).
3. **Etapa aditiva:** Estrategia incorrecta que hace uso de diferencias en parte o todo el razonamiento en vez de una relación multiplicativa.

4. **Etapa pre-proporcional:** Uso de factores multiplicativos para relacionar cantidades, pero el razonamiento aún no es completamente proporcional.
5. **Etapa proporcional:** Uso directo de razones y su equivalencia o no equivalencia para resolver problemas.

Mochón (2012) señala que estas etapas reflejan un proceso gradual de desarrollo cognitivo, donde los estudiantes progresivamente abandonan estrategias aditivas para adoptar relaciones multiplicativas más sofisticadas, ha sido útil para identificar el nivel de comprensión de la proporcionalidad en estudiantes de quinto grado, permitiendo diseñar intervenciones didácticas ajustadas a sus necesidades específicas.

Este modelo ha sido parcialmente validado por investigaciones contemporáneas como la de Copur-Gencturk et al. (2023), quienes encontraron una categorización similar en el razonamiento proporcional de docentes (incorrecto, aditivo, relativo y proporcional).

2.2.2.2. El enfoque fenomenológico de Freudenthal

Complementando el modelo evolutivo de Karplus, Freudenthal (1986) propuso un enfoque fenomenológico que identifica diferentes categorías para la comprensión de la proporcionalidad basadas en cómo los fenómenos matemáticos se presentan en la experiencia humana.

1. **Comparación de dos partes de un entero simple:** Se refiere a la comparación de dos partes de un entero, donde se establece una relación de proporcionalidad (por ejemplo, comparación de fracciones).
2. **Comparación de magnitudes con diferentes cantidades que representan relaciones:** Comparación de magnitudes diferentes que mantienen una relación proporcional (por ejemplo, relación entre tiempo y distancia).
3. **Comparación de magnitudes de dos cantidades relacionadas:** Como escalas o contextos de ampliaciones o reducciones (por ejemplo, mapas y maquetas).

FIGURA 4 TIPO DE COMPARACIÓN ENTRE MAGNITUDES PROPORCIONALES

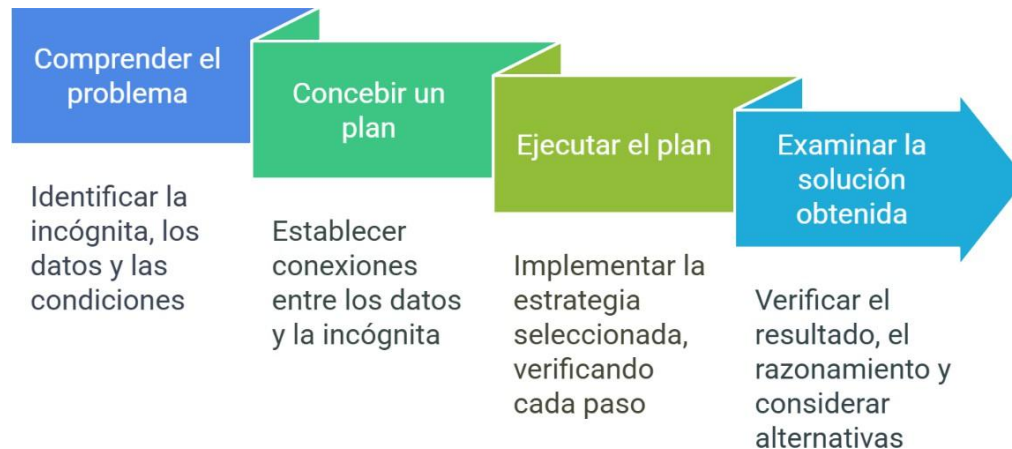


Este enfoque ha sido enriquecido por investigaciones recientes como la de Supply et al. (2023), quienes han demostrado empíricamente cómo el contexto influye en el desempeño de los estudiantes, encontrando diferencias significativas entre situaciones de reparto justo, mezclas y probabilidad. Al respecto, Fernández-Batanero y Fernández-Pérez (2020) destacan que este enfoque fenomenológico permite entender la proporcionalidad no como un concepto abstracto, sino como una herramienta para organizar fenómenos de la realidad, esta perspectiva resulta importante para diseñar tareas matemáticas que conecten la proporcionalidad con experiencias significativas para los estudiantes.

2.2.3. Teorías sobre resolución de problemas matemáticos

La resolución de problemas constituye el segundo pilar teórico de esta investigación. El modelo clásico de Pólya (1945) con sus cuatro etapas (comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y examinar la solución)

FIGURA 5 PROCESO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE POLYA



1. **Comprender el problema:** Identificar la incógnita, los datos y las condiciones del problema.
2. **Concebir un plan:** Establecer conexiones entre los datos y la incógnita, considerando problemas auxiliares o similares.
3. **Ejecutar el plan:** Implementar la estrategia seleccionada, verificando cada paso.
4. **Examinar la solución obtenida:** Verificar el resultado, el razonamiento y considerar si existe otra forma de resolver el problema.

Espinal y Gelvez (2019) señalan que este modelo "proporciona una estructura clara y accesible para que los estudiantes aborden problemas complejos de manera sistemática, mejorando su capacidad de análisis y planificación" (p. 12). La simplicidad y efectividad de este modelo lo han convertido en un referente fundamental para la enseñanza de la resolución de problemas en matemáticas.

Ampliando el modelo de Pólya, Schoenfeld (2016) incorporó dimensiones metacognitivas en el estudio de la resolución de problemas. Según este autor, la resolución efectiva de problemas matemáticos no depende solo del conocimiento matemático, sino también de:

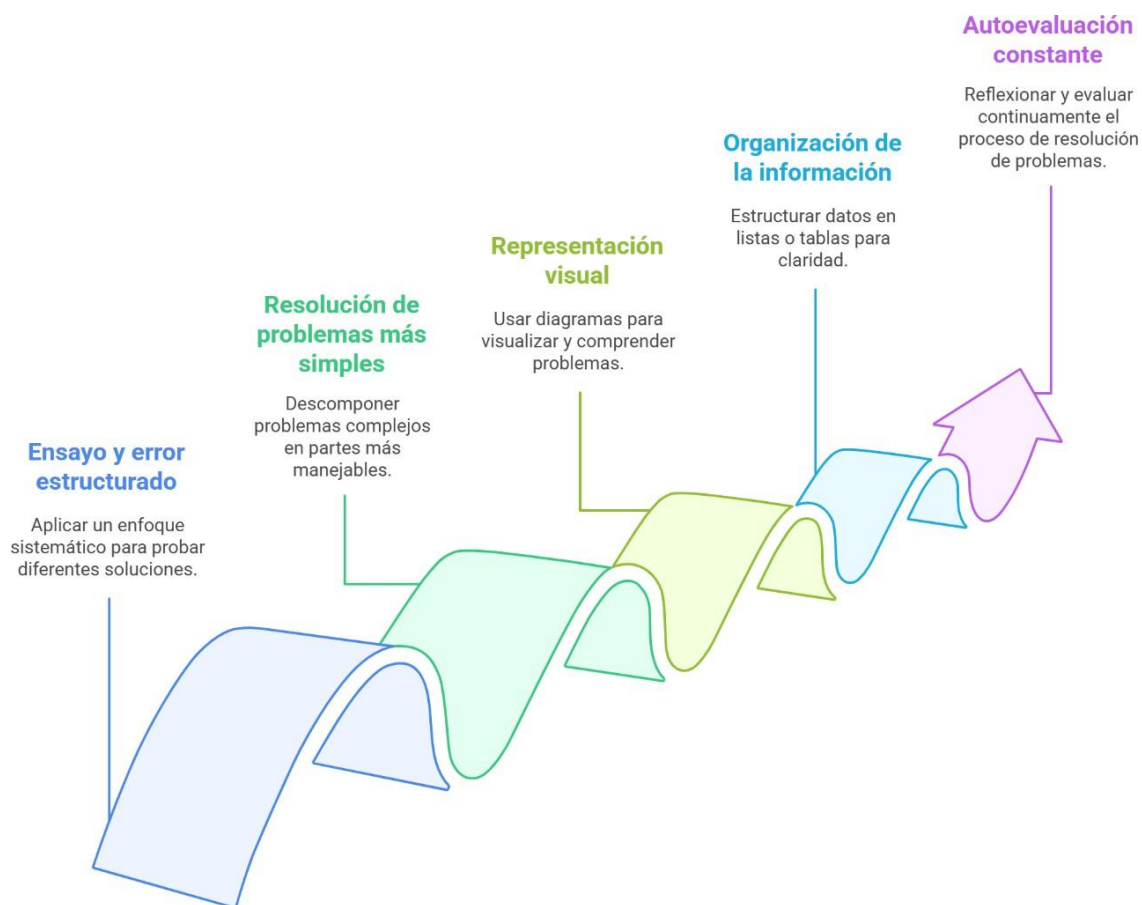
1. **Recursos cognitivos:** Conocimientos y procedimientos matemáticos disponibles.

2. **Estrategias heurísticas:** Técnicas para abordar problemas (descomponer el problema, representarlo gráficamente, etc.).
3. **Control y monitoreo:** Capacidad para planificar, evaluar y tomar decisiones durante el proceso de resolución.
4. **Creencias y actitudes:** Concepciones sobre las matemáticas y la resolución de problemas que influyen en el enfoque adoptado.

Esta perspectiva metacognitiva ha sido enriquecida por investigaciones contemporáneas que exploran cómo los estudiantes regulan su pensamiento durante el proceso de resolución. Zúñiga y Aponte (2021) identifican estrategias metacognitivas específicas que los estudiantes pueden emplear al resolver problemas, como:

- Ensayo y error estructurado
- Resolución de problemas similares más simples
- Representación visual mediante diagramas
- Organización de la información en listas o tablas
- Autoevaluación constante del proceso

FIGURA 6 ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCIÓN EFECTIVA DE PROBLEMAS



Estas estrategias resultan relevantes en problemas que involucran proporcionalidad, donde la capacidad para monitorear y regular el propio pensamiento puede marcar la diferencia entre aplicar estrategias aditivas o multiplicativas.

Ahor bien, Sinaga et al. (2023) han evidenciado cómo la comprensión de la resolución de problemas influye en los resultados del aprendizaje matemático, destacando la importancia de desarrollar no solo habilidades técnicas sino también capacidades metacognitivas que permitan a los estudiantes monitorear y evaluar sus propios procesos aspecto que complementa Yusof y Tall (2020) quienes destacan que "la capacidad de planificación es un factor crítico en la resolución exitosa de problemas, ya que permite a los estudiantes organizar su pensamiento y aplicar estratégicamente sus conocimientos" (p. 15), esta dimensión metacognitiva permite analizar cómo los estudiantes abordan problemas que involucran proporcionalidad.

Tomando como referencia estudios teóricos contemporáneos que aportan nuevas perspectivas sobre este proceso, se resalta los aportes de Foster (2023) quien propone una reconceptualización de la enseñanza de la resolución de problemas, argumentando en favor de "tácticas específicas de dominio" en lugar de "estrategias generales". Esta perspectiva, fundamentada en la teoría de carga cognitiva, sugiere que los estudiantes se benefician más del aprendizaje de procedimientos específicos aplicables a rangos concretos de contenido matemático que de estrategias generales supuestamente transferibles a diversos contextos.

Por su parte, Santos-Trigo (2024) introduce el concepto de "principio de problematización" como actividad central que organiza tanto el currículo matemático como los entornos de aprendizaje, este principio enfatiza la formulación y resolución de problemas como procesos entrelazados, reconociendo que los avances en prácticas matemáticas ocurren en torno a estas dos actividades fundamentales.

Finalmente, Roorda et al. (2024) han desarrollado un enfoque que define la resolución de problemas como parte integral de las matemáticas: Enseñanza de matemáticas A Través de la Resolución de Problemas (TTP), este enfoque, que utiliza el estudio de lecciones para mejorar las habilidades docentes, ofrece un marco prometedor para la integración de la proporcionalidad y la resolución de problemas que propone esta investigación.

Finalmente, la integración de la Teoría de la Objetivación con los modelos de desarrollo del razonamiento proporcional y las teorías sobre resolución de problemas constituye un marco teórico coherente para esta investigación permite abordar la relación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas desde una perspectiva que reconoce tanto los procesos cognitivos individuales como la dimensión sociocultural del aprendizaje matemático.

Desde esta perspectiva integrada, la comprensión de la proporcionalidad no se concibe como la simple adquisición de procedimientos algorítmicos, sino como un proceso de objetivación en el que los estudiantes, a través de la interacción social y el uso de artefactos culturales, toman conciencia de formas históricamente constituidas de razonamiento proporcional. Simultáneamente, la resolución de problemas se entiende como una actividad que implica no solo la aplicación de conocimientos matemáticos, sino también procesos

metacognitivos y prácticas sociales compartidas, orientadas por principios de problematización que organizan tanto el currículo como los entornos de aprendizaje.

Esta intersección teórica resulta fundamental para analizar cómo los estudiantes de quinto grado desarrollan su comprensión de la proporcionalidad en contextos de resolución de problemas, y cómo esta comprensión evoluciona a través de las diferentes etapas identificadas por la literatura especializada, considerando factores emergentes como el vocabulario proporcional, la influencia del contexto y el desarrollo de tácticas específicas de dominio.

2.3. Marco Conceptual.

El marco conceptual de esta investigación organiza y define los principales conceptos que estructuran el estudio, permitiendo comprender, analizar y vincular de manera metódica los fenómenos implicados, estos conceptos están directamente relacionados con las variables en estudio: comprensión de la proporcionalidad, resolución de problemas matemáticos y estrategia didáctica basada en evidencia empírica. Su integración proporciona un modelo explicativo que orienta la recolección, análisis y aplicación de los datos, así como el diseño de la propuesta pedagógica.

2.3.1. Proporcionalidad matemática

La proporcionalidad matemática constituye uno de los conceptos centrales de esta investigación. Godino (2020) la define como "una relación matemática entre magnitudes que se mantiene constante bajo condiciones específicas" (p. 43), esta definición establece que la proporcionalidad implica una relación multiplicativa invariante entre cantidades, y no una relación aditiva.

Desde una perspectiva matemática formal, Burgos et al. (2018) definen la proporcionalidad a partir de la noción de función: "La proporcionalidad directa es una función lineal $f(x) = kx$, donde k es la constante de proporcionalidad, mientras que la proporcionalidad inversa es una función de la forma $f(x) = k/x$ " (p. 184). Esta caracterización funcional destaca el carácter multiplicativo que subyace a las relaciones proporcionales.

En el contexto de la educación primaria, particularmente en quinto grado, la proporcionalidad se aborda de manera más intuitiva, pero preservando su esencia, el Ministerio de Educación Nacional (2006) la define en sus estándares curriculares como "la relación entre magnitudes medibles en la que existe una correspondencia multiplicativa constante entre sus valores" (p. 83).

Para efectos de esta investigación, la proporcionalidad se conceptualiza como un esquema de pensamiento matemático que permite establecer y trabajar con relaciones multiplicativas entre cantidades, reconociendo patrones de covariación y correspondencia entre magnitudes que mantienen una razón constante. Esta conceptualización se enriquece con aportes recientes que destacan dimensiones complementarias como el vocabulario proporcional (De Keersmaecker et al., 2023) y los contextos proporcionalmente favorables (Supply et al., 2023).

2.3.2. Razonamiento proporcional

El razonamiento proporcional se refiere a las habilidades cognitivas específicas implicadas en el trabajo con proporciones. Lamon (2007) lo define como "la capacidad de reconocer una relación constante entre elementos de un mismo espacio de medida y la relación funcional entre diferentes espacios de medida" (p. 636). Esta conceptualización destaca la naturaleza relacional del razonamiento proporcional. Según Ayan e Işıksal-Bostan (2022), "el razonamiento proporcional implica la capacidad para comprender y manipular relaciones multiplicativas entre cantidades" (p. 2), y constituye una forma avanzada de pensamiento que trasciende el razonamiento aditivo característico de etapas previas del desarrollo cognitivo.

Behr et al. (1992) subrayan que "el razonamiento proporcional implica un sentido de covariación, múltiples comparaciones y la capacidad para almacenar y procesar mentalmente varios fragmentos de información" (p. 301). Esta caracterización resalta la complejidad cognitiva de este tipo de razonamiento, que va más allá de la aplicación mecánica de procedimientos como la regla de tres.

En el marco de esta investigación, el razonamiento proporcional se entiende como la capacidad cognitiva que permite a los estudiantes identificar, representar y transformar relaciones proporcionales en diversos contextos, empleando estrategias multiplicativas adecuadas y

estableciendo conexiones entre diferentes formas de representación. Esta conceptualización integra también la dimensión lingüística destacada por De Keersmaecker et al. (2023), reconociendo la importancia del vocabulario proporcional como componente que facilita la comunicación, representación y razonamiento sobre relaciones proporcionales.

2.3.3. Etapas de comprensión de la proporcionalidad

Partiendo del modelo de Karplus (1983), se conceptualizan cinco etapas progresivas en la comprensión de la proporcionalidad:

1. **Etapla incompleta:** Mochón (2012) la caracteriza como aquella en la que "el estudiante ignora parte de los datos o da una respuesta ilógica que no cumple con la relación de proporcionalidad establecida en la situación" (p. 137). En esta etapa, los estudiantes no perciben la estructura del problema ni las relaciones entre variables.
2. **Etapla cualitativa:** Según Mochón (2012), en esta etapa "el estudiante tiene en cuenta todos los datos, pero solo realiza consideraciones de tipo cualitativo como 'necesita más', 'necesita menos', etc." (p. 137). Los estudiantes reconocen relaciones de covariación, pero no pueden cuantificarlas con precisión.
3. **Etapla aditiva:** Castillo et al. (2022) la definen como una "estrategia incorrecta que hace uso de diferencias en parte o todo el razonamiento en vez de una relación multiplicativa" (p. 238). Los estudiantes intentan resolver problemas proporcionales mediante sumas o restas de cantidades fijas.
4. **Etapla pre-proporcional:** Karplus (1983) la caracteriza por el "uso de factores multiplicativos para relacionar cantidades, pero donde el razonamiento aún no es completamente proporcional" (p. 221). Los estudiantes reconocen la necesidad de relaciones multiplicativas, pero presentan dificultades para aplicarlas sistemáticamente.
5. **Etapla proporcional:** Definida por Mochón (2012) como el "uso directo de razones y su equivalencia o no equivalencia" (p. 138). Los estudiantes comprenden plenamente la estructura multiplicativa de las relaciones proporcionales y pueden aplicar este conocimiento flexiblemente en diversos contextos.

Estas etapas proporcionan un marco conceptual para identificar y caracterizar la comprensión de la proporcionalidad en los estudiantes de quinto grado objeto de esta investigación.

2.3.4. Resolución de problemas matemáticos

La resolución de problemas constituye el segundo concepto central de esta investigación. Schoenfeld (2016) la define como "un proceso cognitivo complejo que implica la aplicación de conocimientos y habilidades para superar obstáculos en situaciones no rutinarias" (p. 92), esta definición enfatiza el carácter no algorítmico de la resolución de problemas auténticos.

Desde una perspectiva educativa, Santos y Cruz (2024) conceptualizan la resolución de problemas como "un proceso dinámico que involucra la interpretación de la situación, la movilización de recursos cognitivos pertinentes y la aplicación de estrategias adecuadas para alcanzar una meta específica" (p. 89) esta caracterización resalta la naturaleza activa y estratégica del proceso.

Para el presente estudio, la resolución de problemas matemáticos se entiende como un proceso cognitivo y metacognitivo en el que los estudiantes interpretan situaciones problemáticas, movilizan conceptos y procedimientos matemáticos pertinentes, ejecutan estrategias de solución y reflexionan sobre sus resultados. En el contexto específico de la proporcionalidad, este proceso implica la identificación y aplicación de relaciones proporcionales en situaciones contextualizadas que requieren razonamiento matemático, esta conceptualización integra aportes contemporáneos como el principio de problematización (Santos-Trigo, 2024) y el enfoque de tácticas específicas de dominio (Foster, 2023), reconociendo la complejidad y multidimensionalidad de este proceso en contextos educativos específicos.



2.3.5. Niveles de eficacia en la resolución de problemas

Para analizar y categorizar la calidad de los procesos de resolución de problemas implementados por los estudiantes, se establecen cinco niveles de eficacia:

1. **Nivel bajo:** Según Hernández y Ortega (2023), corresponde a una "resolución incorrecta o falta de comprensión del problema, donde el estudiante no resuelve el problema correctamente o su respuesta es ilógica" (p. 133). El estudiante no logra identificar la estructura matemática del problema.
2. **Nivel básico:** Caracterizado por una "resolución parcialmente correcta, donde el estudiante plantea un plan para resolver el problema, pero comete errores en alguna parte del proceso" (Romero et al., 2021, p. 436). El estudiante identifica algunos elementos relevantes, pero no logra una solución completa.
3. **Nivel intermedio:** Definido como una "resolución completa y correcta, donde el estudiante resuelve el problema sin errores evidentes, pero falta explicación de procesos

de solución" (Contreras y Núñez, 2006, p. 38). El estudiante aplica procedimientos adecuados, pero no articula su razonamiento.

4. **Nivel alto:** Contreras et al. (2021) lo definen como una "resolución completa, correcta y con explicación, donde el estudiante proporciona una explicación clara de su proceso de resolución" (p. 463). El estudiante no solo resuelve correctamente, sino que comunica su razonamiento.
5. **Nivel superior:** Caracterizado por una "resolución creativa y reflexiva, donde el estudiante no solo resuelve el problema correctamente, sino que también examina su solución y busca formas alternativas de solución" (Schoenfeld, 2016, p. 107). El estudiante muestra flexibilidad cognitiva y pensamiento metacognitivo avanzado.

Estos niveles de eficacia constituyen un marco conceptual para evaluar los procesos de resolución de problemas implementados por los estudiantes cuando se enfrentan a situaciones que involucran proporcionalidad.

2.3.6. Correlación entre variables

El concepto de correlación constituye un elemento central del marco metodológico de esta investigación, Beltrán et al. (2005) la definen como "una relación entre dos o más variables, indicando el grado en que tienden a variar conjuntamente" (p. 38). Esta definición enfatiza que la correlación no implica necesariamente causalidad, sino covariación.

En el contexto específico de este estudio, la correlación se entiende como el grado de asociación estadística entre el nivel de comprensión de la proporcionalidad y la eficacia en la resolución de problemas matemáticos, así como entre estas variables y el desempeño académico en matemáticas.

2.3.7. Estrategia didáctica

Considerando el objetivo propositivo de esta investigación, resulta pertinente conceptualizar lo que se entiende por material didáctico innovador al respecto Arce et al. (2022) lo definen como "recursos diseñados intencionalmente para facilitar procesos de

enseñanza-aprendizaje, que incorporan elementos novedosos en términos de enfoque, diseño, interactividad o integración curricular" (p. 461).

En el marco específico de esta investigación, el concepto de kit didáctico "PropMath" se entiende como un conjunto integrado de recursos que articulan de manera sistemática el desarrollo del razonamiento proporcional con el fortalecimiento de habilidades de resolución de problemas, fundamentado en evidencia empírica sobre la correlación entre ambas variables.

2.4. Marco Contextual.

El marco contextual de esta investigación presenta los referentes actuales y experiencias recientes relacionadas con el objeto de estudio, situándolo en la realidad educativa colombiana y latinoamericana contemporánea, con énfasis particular en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos.

La enseñanza de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos en Colombia se enmarca en un sistema educativo que presenta desafíos particulares. "Las creencias de los futuros docentes sobre las matemáticas juegan un papel crucial en la enseñanza, ya que constituyen la base de la calidad de instrucción que ofrecerán" (Ariza Muñoz et al., 2023, p. 1474). Un estudio realizado con estudiantes de pedagogía de la costa caribe colombiana revela la persistencia de concepciones tradicionales sobre la naturaleza de las matemáticas, lo que influye en sus aproximaciones didácticas hacia conceptos como la proporcionalidad.

Las investigaciones recientes sobre la enseñanza de la proporcionalidad revelan enfoques innovadores que están transformando las prácticas pedagógicas. Brady et al. (2024) presentan "un enfoque novedoso para integrar inteligencia artificial en una plataforma colaborativa digital incorporada con un currículo matemático basado en problemas" (p. 113), esta iniciativa denominada "SPArrows" (Student Proportional Reasoning Arrows) permite a estudiantes y docentes anotar su razonamiento proporcional mediante notas visuales en su trabajo documentado, generando datos para entrenar sistemas de aprendizaje automático que analicen el razonamiento proporcional de los estudiantes.

Esta tendencia hacia la digitalización de la enseñanza y evaluación del razonamiento proporcional refleja un cambio paradigmático en cómo se abordan conceptos matemáticos

complejos, en lugar de centrarse exclusivamente en procedimientos algorítmicos, estos enfoques emergentes enfatizan la comprensión conceptual y el desarrollo de habilidades de razonamiento.

Por otra parte, es importante reconocer que el currículo contemporáneo de matemáticas a nivel internacional destaca el razonamiento proporcional como componente fundamental. "El razonamiento proporcional, la comunicación matemática y el razonamiento, así como las aplicaciones matemáticas se enfatizan a lo largo del curso" (LCPS, 2023, p. 1), según un programa de estudios reciente, esta perspectiva curricular reconoce la importancia de vincular el razonamiento proporcional con aplicaciones prácticas y con el desarrollo de habilidades de comunicación y argumentación matemática.

Los enfoques pedagógicos actuales enfatizan la resolución de problemas en todas las áreas de estudio, permitiendo a los estudiantes desarrollar una amplia gama de habilidades y estrategias para abordar problemas estándar y no estándar, lo anterior alinea la enseñanza de la proporcionalidad con contextos significativos y aplicaciones reales, facilitando el desarrollo de competencias matemáticas transferibles.

Por otra parte, es importante resaltar que en el contexto educativo colombiano presenta retos significativos en relación con el desarrollo de competencias matemáticas en la educación básica, particularmente en lo que respecta a la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas. A pesar de que el Ministerio de Educación Nacional (MEN) ha promovido lineamientos claros a través de los Estándares Básicos de Competencias y el Marco Curricular para Matemáticas (MEN, 2006), los resultados en pruebas estandarizadas muestran que una parte importante de los estudiantes no alcanza los niveles esperados. Las evaluaciones SABER han evidenciado dificultades persistentes en áreas como razonamiento multiplicativo, comprensión proporcional y estrategias de resolución de problemas en los grados de primaria, especialmente en contextos escolares de vulnerabilidad social y económica (ICFES, 2022).

Diversos informes del ICFES y estudios académicos coinciden en que las prácticas pedagógicas continúan siendo altamente procedimentales y centradas en algoritmos, lo que limita el desarrollo del pensamiento matemático profundo. A ello se suman factores como la falta de formación didáctica específica en los docentes, el uso limitado de materiales didácticos contextualizados y las condiciones estructurales desfavorables en muchas instituciones públicas.

Investigaciones recientes como las de Castillo et al. (2022) y Zabaleta (2019) han evidenciado que los estudiantes tienden a aplicar estrategias aditivas en situaciones que exigen razonamiento proporcional, y que no logran establecer conexiones significativas entre los problemas matemáticos y sus experiencias cotidianas.

Los retos en la educación matemática colombiana se manifiestan también en indicadores de desempeño. "En Colombia, según un estudio reciente, un estudiante puede repetir asignaturas de matemáticas hasta 11 veces" (Gomez-Rey et al., 2021, p. 1740), evidenciando dificultades estructurales en el aprendizaje de esta disciplina. Este fenómeno se agrava en contextos de educación a distancia, donde las tasas de deserción alcanzan el 60% según cifras del Ministerio de Educación Nacional para 2019, constituyendo uno de los principales problemas del sistema de educación superior en el país.

En el ámbito local, el Colegio José Manuel Restrepo, ubicado en la localidad de Puente Aranda (Bogotá), constituye el escenario específico de esta investigación. Esta institución pública atiende a una población estudiantil diversa, en su mayoría proveniente de estratos socioeconómicos bajos, con condiciones limitadas de acceso a recursos educativos complementarios. Según los resultados de la prueba SABER 2022, los estudiantes del colegio obtuvieron un puntaje promedio de 309 sobre 500 en matemáticas, con apenas un 11% de estudiantes en el nivel avanzado y un 26% en el nivel satisfactorio. Estos datos reflejan que más de la mitad de los estudiantes permanecen en niveles insuficientes o mínimos, lo cual evidencia una brecha preocupante entre los aprendizajes esperados y los realmente alcanzados.

A nivel institucional, los reportes de seguimiento académico indican que los estudiantes de grado quinto presentan dificultades en tareas que implican la identificación de relaciones proporcionales, el uso adecuado de estrategias de resolución de problemas y la argumentación de sus procedimientos. Además, las observaciones de aula recogidas por la investigadora revelan que el abordaje de la proporcionalidad se realiza de manera fragmentada, sin conexión explícita con contextos problemáticos reales, lo que debilita su comprensión y aplicabilidad, estas condiciones justifican la necesidad de diseñar una estrategia didáctica basada en evidencia, que permita intervenir de forma articulada sobre ambas dimensiones del aprendizaje.

En este sentido, el contexto institucional y nacional configura un escenario propicio para la implementación de estrategias pedagógicas que respondan tanto a las limitaciones estructurales como a los desafíos conceptuales identificados. El marco contextual, así, articula de manera lógica y precisa los factores externos e internos que influyen en el problema investigado, justificando la pertinencia de una estrategia como PropMath.

2.5. Marco Legal y Normativo.

La investigación sobre la correlación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos se enmarca en un contexto legal y normativo específico que regula y orienta la educación matemática en Colombia. Este marco legal constituye un referente esencial para comprender las exigencias curriculares, los estándares de calidad y las directrices pedagógicas que inciden en la enseñanza y el aprendizaje de la proporcionalidad en el grado quinto de educación básica primaria.

2.5.1. Constitución Política de Colombia de 1991

La Constitución Política de Colombia establece en su artículo 67 que "la educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura" (República de Colombia, 1991). Este artículo fundamental establece la educación como un derecho y un servicio público, sentando las bases para todo el sistema educativo colombiano, incluida la enseñanza de las matemáticas como componente esencial del conocimiento y la cultura.

2.5.2. Ley General de Educación (Ley 115 de 1994)

La Ley 115 de 1994, conocida como Ley General de Educación, establece en su artículo 21, literal e, como uno de los objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de primaria "el desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos" (Congreso de Colombia, 1994). Este objetivo resalta explícitamente la importancia de la resolución de problemas como componente central de la formación matemática en primaria.

Asimismo, el artículo 23 de esta ley establece las matemáticas como una de las áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional (PEI), esta disposición asegura que todos los estudiantes de Colombia, incluidos los de quinto grado, reciban formación matemática, incluyendo el desarrollo del razonamiento proporcional.

2.5.3. Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998)

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, publicados por el Ministerio de Educación Nacional en 1998, constituyen un referente fundamental para la estructuración del currículo matemático en las instituciones educativas colombianas. Este documento establece que:

"La formulación, tratamiento y resolución de problemas es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido" (MEN, 1998, p. 52).

Esta orientación posiciona la resolución de problemas como eje central del currículo matemático, validando el enfoque adoptado en la presente investigación, además, los lineamientos establecen cinco procesos generales de la actividad matemática: formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar, y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

Respecto a la proporcionalidad, los lineamientos la sitúan dentro del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, reconociendo su importancia como puente entre la aritmética y el álgebra, específicamente, se afirma que "uno de los problemas de la enseñanza y el aprendizaje del álgebra es la dificultad que tienen los estudiantes para asignarle significado y sentido a la misma y para comprender la naturaleza y las características de los conceptos algebraicos" (MEN, 1998, p. 38), destacando la relevancia de desarrollar el razonamiento proporcional como base para el pensamiento algebraico posterior.

2.5.4. Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006)

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) constituyen un referente más específico que establece los niveles de desarrollo de las competencias matemáticas que se espera alcancen los estudiantes en cada grado, este documento organiza los estándares en cinco tipos de pensamiento matemático: numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional.

En lo que respecta a la proporcionalidad en quinto grado, el documento establece los siguientes estándares específicos:

- En el pensamiento numérico: "Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas" (MEN, 2006, p. 82).
- En el pensamiento variacional: "Modelo situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa" y "Justifico el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa" (MEN, 2006, p. 83).

Estos estándares enfatizan no solo la resolución de problemas que involucran proporcionalidad, sino también la modelación de situaciones y la justificación de procedimientos, aspectos que se alinean con el enfoque de la presente investigación.

2.5.5. Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas (2016)

Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) en Matemáticas, en su segunda versión publicada en 2016, establecen los aprendizajes estructurantes que deben desarrollar los estudiantes en cada grado escolar. Para grado quinto, el DBA #9 establece que el estudiante:

"Utiliza la media y la mediana para resolver problemas en los que se requiere presentar o resumir el comportamiento de un conjunto de datos. Explica la manera como fueron obtenidas e interpretadas" (MEN, 2016, p. 41).

Adicionalmente, el DBA #10 establece que el estudiante:

"Formula preguntas que requieren comparar dos grupos de datos, para lo cual recolecta, organiza y usa tablas de frecuencia, gráficos de barras, circulares, de línea, entre otros. Analiza la información presentada y comunica los resultados" (MEN, 2016, p. 42).

Estos derechos básicos de aprendizaje, aunque no mencionan explícitamente la proporcionalidad, involucran conceptos relacionados como la comparación de grupos de datos y el uso de representaciones gráficas, que requieren un razonamiento proporcional incipiente.

2.5.6. Decreto 1290 de 2009: Sistema de Evaluación

El Decreto 1290 de 2009 reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media. Este decreto establece en su artículo 3 que uno de los propósitos de la evaluación institucional de los estudiantes es "proporcionar información básica para consolidar o reorientar los procesos educativos relacionados con el desarrollo integral del estudiante" (Ministerio de Educación Nacional, 2009, art. 3).

Aunque este decreto no tiene el mismo rango jerárquico que una ley estatutaria o la Constitución, su valor normativo radica en reglamentar directamente la evaluación del aprendizaje en los niveles de educación básica y media, consolidándose como un instrumento técnico-administrativo de amplia aplicación nacional. Su preeminencia dentro de la práctica educativa cotidiana lo convierte en una herramienta clave en el marco normativo del sistema escolar colombiano.

Este decreto resulta relevante para la presente investigación en tanto establece el marco legal que rige la evaluación del desempeño académico, una de las variables consideradas en el estudio correlacional. Además, al otorgar autonomía a las instituciones educativas para definir su propio sistema de evaluación, permite contextualizar el análisis según las particularidades del Colegio José Manuel Restrepo, escenario de la investigación. En su artículo 3 que uno de los propósitos de la evaluación es "proporcionar información básica para consolidar o reorientar los procesos educativos..." (art. 3)

2.5.7. Plan Decenal de Educación 2016-2026

El Plan Decenal de Educación 2016-2026, titulado "El camino hacia la calidad y la equidad", establece como uno de sus desafíos estratégicos "impulsar una educación que transforme el paradigma que ha dominado la educación hasta el momento" (MEN, 2017, p. 18). Este plan hace énfasis en la necesidad de fortalecer la formación matemática, científica y tecnológica desde la educación inicial hasta la superior. Entre los lineamientos estratégicos

específicos, el plan propone "fomentar y fortalecer la investigación interdisciplinar, transdisciplinar y multidisciplinar desde la educación inicial hasta la secundaria" (MEN, 2017, p. 44), lo que respalda enfoques transversales para la enseñanza de la proporcionalidad como el que se propone en esta investigación.

2.5.8. Plan Sectorial de Educación de Bogotá 2020-2024

En el ámbito local, el Plan Sectorial de Educación de Bogotá 2020-2024, "La educación en primer lugar", establece como uno de sus programas estratégicos el "Fortalecimiento de las competencias del ciudadano del siglo XXI" (Secretaría de Educación de Bogotá, 2020, p. 87). Este programa hace énfasis en el desarrollo de competencias en matemáticas y ciencias, reconociendo su importancia para la formación integral de los estudiantes en el contexto contemporáneo.

Específicamente, el plan contempla dentro del programa "Transformación pedagógica y mejoramiento de la gestión educativa" la meta de "implementar en el 100% de los colegios un modelo de innovación y transformación pedagógica" (Secretaría de Educación de Bogotá, 2020, p. 92), lo que respalda iniciativas como el diseño del kit didáctico "PropMath" propuesto en esta investigación.

2.5.9. Proyecto Educativo Institucional del Colegio José Manuel Restrepo

A nivel institucional, el Proyecto Educativo Institucional (PEI) del Colegio José Manuel Restrepo, titulado "Formación en valores y desarrollo del conocimiento para la construcción de un futuro mejor", establece como uno de sus ejes curriculares el desarrollo del pensamiento matemático a través de la resolución de problemas en contextos significativos.

El PEI reconoce que "el desarrollo de competencias matemáticas es fundamental para la formación integral de los estudiantes, permitiéndoles comprender, interpretar y transformar su realidad" (Colegio José Manuel Restrepo, 2023, p. 43). Asimismo, establece la necesidad de "implementar estrategias didácticas innovadoras que promuevan el aprendizaje significativo de las matemáticas, particularmente en lo relacionado con el pensamiento numérico y variacional" (Colegio José Manuel Restrepo, 2023, p. 44).

En síntesis, el marco legal y normativo presentado evidencia la relevancia de la proporcionalidad y la resolución de problemas dentro del sistema educativo colombiano, tanto a nivel nacional como local e institucional, los diferentes documentos normativos establecen directrices claras respecto a la importancia de desarrollar el razonamiento proporcional como parte fundamental del pensamiento matemático en educación básica primaria, así como de fomentar competencias para la resolución de problemas en contextos significativos.

Asimismo, este marco legal respalda la pertinencia de estudiar la correlación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas, así como de diseñar recursos didácticos innovadores fundamentados en evidencia empírica que contribuyan al mejoramiento de la calidad educativa, prioridad establecida en los diferentes niveles normativos, desde la Constitución Política hasta el PEI institucional.

Capítulo 3. Fundamentos metodológicos y resultados de investigación.

Este capítulo presenta el diseño metodológico que sustenta la investigación, detallando las decisiones epistemológicas, procedimentales y técnicas que guiaron el proceso de indagación sobre la relación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado. El diseño adoptado responde a la naturaleza del problema de investigación y se articula coherentemente con los fundamentos teóricos expuestos en capítulos anteriores.

Se presenta el enfoque y tipo de investigación seleccionados, las variables operacionalizadas, los métodos, técnicas e instrumentos utilizados para la recolección de datos, así como los procedimientos de análisis implementados. Asimismo, se presentan los resultados obtenidos a partir de la aplicación de instrumento y su posterior procesamiento estadístico, ofreciendo un análisis detallado de los hallazgos que fundamentan la propuesta didáctica desarrollada.

La rigurosidad metodológica aplicada en cada fase garantiza la validez y confiabilidad de los resultados, permitiendo establecer con solidez la correlación entre las variables estudiadas y sus implicaciones para la enseñanza-aprendizaje de la proporcionalidad en el contexto específico de la institución educativa José Manuel Restrepo de Bogotá.

3.1. Cuadro Operacionalización de variables.

Operacionalización de Variables						
Tema:						
Pregunta de investigación	Objetivo general	Objetivos específicos	Hipótesis	Variables estudiadas	Dimensiones	Indicadores
¿Cómo proponer una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuya al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el diseño del kit PropMath en estudiantes de quinto grado de la institución	Proponer una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuya al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el kit PropMath para estudiantes de quinto grado de educación primaria.	1. Analizar los niveles de comprensión de la proporcionalidad y los procesos de resolución de problemas en estudiantes de quinto grado de la institución educativa pública José Manuel Restrepo de Bogotá.	Hipótesis general (H ₁): La comprensión de la proporcionalidad matemática y la capacidad de resolución de problemas presentan una correlación estadísticamente significativa que fundamenta la propuesta de una estrategia didáctica integrada mediante el diseño del kit PropMath para el desarrollo de ambas competencias en estudiantes de quinto grado.	Variable independiente: Comprensión de la proporcionalidad	Etapas de comprensión de la proporcionalidad	Incompleta Cualitativa Aditiva Pre proporcional Proporcional
		2. Determinar la correlación entre la comprensión de la proporcionalidad			Categorías para la comprensión de la proporcionalidad	C1: Comparación de dos partes de un entero simple C2: Comparación de magnitudes con

educativa José Manuel Restrepo de Bogotá durante el periodo 2024?		y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado de la institución educativa José Manuel Restrepo de Bogotá, como base empírica para la estrategia didáctica.	Hipótesis nula (H_0): No existe correlación estadísticamente significativa entre la comprensión de la proporcionalidad matemática y la capacidad de resolución de problemas en estudiantes de quinto grado que justifique el			diferentes cantidades que representan relaciones. C3: Comparación de magnitudes de dos cantidades relacionadas, como escalas o contextos de ampliaciones o reducciones.
		3. Diseñar el kit didáctico PropMath como componente central de la estrategia, a partir de la evidencia correlacional obtenida en la investigación y las necesidades identificadas en el contexto educativo.	diseño de una estrategia didáctica integrada.		Tareas para lograr el razonamiento proporcional	T1. Problemas con valores que faltan donde se dan tres datos y la tarea consiste en encontrar el cuarto. T2. Problemas de comparación numérica, donde se dan dos razones completas y no se pide una respuesta numérica sino comparar las razones en

						lugar de calcular una respuesta numérica específica. T3. Problemas de predicción cualitativa y comparativa que requieran comparaciones independientes de valores numéricos específicos.
				Variable(s) dependiente(s) : Resolución de problemas	Procesos de resolución de problemas	Comprensión del problema Trazar un plan Ejecutar un plan Examinar solución
					Representación de relaciones	Uso de tablas, esquemas, lenguaje matemático adecuado
					Comprensión del enunciado	Identificación de datos relevantes y la pregunta del problema
						Elección y justificación del procedimiento matemático aplicado

					Planificación y estrategia	
					Ejecución y verificación	Cálculo correcto, revisión del resultado, uso de unidades adecuadas, procesos de metacognición
					Representación de relaciones	Uso de tablas, esquemas, lenguaje matemático adecuado

3.2. Diseño metodológico.

El diseño metodológico de la presente investigación constituye el sistema de métodos y técnicas seleccionados para combinarlos de manera lógica, garantizando el rigor científico necesario para el estudio de la relación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas en estudiantes de quinto grado. Este diseño establece la ruta a seguir desde el enfoque asumido, describiendo métodos y técnicas que van desde los más generales hasta los más particulares para esta investigación.

3.2.1. Definición del enfoque, diseño y tipo de investigación de la tesis.

Esta investigación se desarrolla desde un enfoque cuantitativo, el cual según Hernández-Sampieri et al. (2014) permite abordar el estudio mediante la recolección de datos numéricos y su análisis estadístico para comprobar hipótesis relacionadas con la correlación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos. Este enfoque ha sido seleccionado considerando la naturaleza del estudio y sus objetivos como señala Creswell (2014), el enfoque cuantitativo es particularmente apropiado cuando "el problema de investigación requiere una explicación de la relación entre variables" (p. 20), lo cual se alinea con los objetivos del presente estudio.

La investigación adopta un diseño no experimental de tipo transeccional o transversal, puesto que se estudian las variables en su contexto natural sin realizar manipulación deliberada de las mismas. Según Hernández-Sampieri et al. (2014), "en un estudio no experimental no se genera ninguna situación, sino que se observan situaciones ya existentes, no provocadas intencionalmente en la investigación por quien la realiza" (p. 152). Los datos se recolectan en un único momento, lo que permite analizar la relación entre las variables en un punto específico del tiempo, por lo anterior, este diseño es adecuado para el propósito de la investigación, que busca establecer correlaciones sin intervenir en las condiciones normales del entorno educativo.

Específicamente, se adopta un diseño correlacional, ya que el objetivo principal es determinar el grado de relación entre la comprensión de la proporcionalidad, los procesos de resolución de problemas y el desempeño académico en estudiantes de quinto grado, como señala Hernández et al. (2014), este tipo de estudios tienen como finalidad conocer la relación o grado

de asociación que existe entre dos o más conceptos, categorías o variables en una muestra o contexto particular, Cohen et al. (2018) complementan esta definición estableciendo que "la investigación correlacional busca establecer qué variables están relacionadas entre sí y hasta qué punto estas relaciones pueden ser utilizadas para hacer predicciones" (p. 381).

En cuanto al tipo de investigación, según el nivel de profundización, se clasifica como descriptiva-correlacional, pues busca especificar propiedades y características importantes de las variables estudiadas (nivel de comprensión de la proporcionalidad y procesos de resolución de problemas), así como describir tendencias de la población, para luego analizar la relación entre dichas variables. Según Hernández-Sampieri et al. (2014), "los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis" (p. 92), mientras que "los estudios correlacionales asocian variables mediante un patrón predecible para un grupo o población" (p. 93). Dankhe (1986, citado en Hernández-Sampieri et al., 2014) establece que "las investigaciones descriptivo-correlacionales pretenden medir o recoger información de manera independiente o conjunta sobre los conceptos o las variables a las que se refieren" (p. 92).

Esta investigación tiene además un carácter propositivo, ya que a partir de los hallazgos se formula una propuesta de transformación educativa: el kit didáctico PropMath como componente central de la estrategia, a partir de la evidencia correlacional obtenida en la investigación y las necesidades identificadas en el contexto educativo.

3.2.2. Definición de métodos, técnicas e instrumentos de obtención de datos.

Para el desarrollo de la investigación se emplean tanto métodos teóricos como empíricos, que permiten abordar el objeto de estudio desde diferentes perspectivas y obtener datos relevantes para el análisis.

Entre los métodos teóricos empleados se encuentran:

- Método analítico-sintético: Según Rodríguez y Pérez (2017) permite descomponer el objeto de estudio en sus partes constitutivas para analizarlas de manera individual y luego integrarlas para obtener una visión holística del fenómeno. En este caso, se analizan por separado la comprensión de la proporcionalidad y los procesos de resolución de

problemas, para posteriormente establecer sus interrelaciones mediante análisis correlacional.

- **Método hipotético-deductivo:** Posibilita la formulación de hipótesis sobre la correlación entre las variables estudiadas y su posterior verificación mediante análisis estadísticos Popper (1962, citado en Hernández-Sampieri et al., 2014) este método posibilita la formulación de hipótesis sobre la correlación entre las variables estudiadas y su posterior verificación mediante análisis estadísticos.

En cuanto a los métodos empíricos, se utilizan:

- **Prueba pedagógica:** Según López y González (2018), la prueba pedagógica "es un método empírico que permite comprobar el nivel de conocimientos, habilidades y hábitos de los estudiantes en una materia determinada" (p. 95). Permite evaluar el nivel de comprensión de la proporcionalidad y los procesos de resolución de problemas de los estudiantes a través de situaciones matemáticas específicamente diseñadas.
- **Cuestionario sociodemográfico:** acorde con Arias (2012) este instrumento facilita la recolección de información sociodemográfica de los participantes que puede influir en las variables estudiadas.

Técnicas empleadas:

- **Técnica de medición:** Empleada para cuantificar los niveles de comprensión de la proporcionalidad y eficacia en resolución de problemas mediante escalas ordinales específicamente diseñadas. Según Kerlinger y Lee (2002), "la medición es la asignación de numerales a objetos o eventos de acuerdo con reglas" (p. 622).
- **Técnica de análisis estadístico:** Utilizada para procesar los datos cuantitativos obtenidos, incluyendo estadística descriptiva e inferencial. Como establece Field (2018), "el análisis estadístico nos permite hacer inferencias sobre poblaciones basándose en muestras de datos" (p. 17).
- **Técnica de análisis de contenido:** Aplicada para categorizar y evaluar cualitativamente los procesos de resolución de problemas manifestados por los estudiantes. comunicaciones tendientes análisis de contenido es "un conjunto de técnicas de análisis de

las comunicaciones tendiente a obtener indicadores cuantitativos o no, por procedimientos sistemáticos" (p. 32).

Instrumentos de obtención de datos:

Los instrumentos diseñados y seleccionados para la recolección de datos en esta investigación responden a la delimitación temática del estudio sobre la correlación entre comprensión de la proporcionalidad y resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado.

1. Instrumento de evaluación de proporcionalidad y resolución de problemas:

- **Fundamentación teórica:** Basado en el modelo de Karplus (1983) para evaluar niveles de comprensión proporcional y el modelo de Pólya (1945) para procesos de resolución de problemas.
- **Composición:** 14 situaciones problema enmarcadas en contextos de aplicación de la proporcionalidad matemática, organizadas según las categorías fenomenológicas de Freudenthal (1986).
- **Propósito:** Medir simultáneamente el nivel de comprensión de la proporcionalidad y la eficacia en los procesos de resolución de problemas.
- **Diseño:** Cada situación incluye preguntas específicas para evaluar las cuatro etapas de Pólya: comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y examen de la solución.

2. Cuestionario sociodemográfico:

- **Propósito:** Recopilar información contextual sobre variables que pueden influir en el desempeño académico y los procesos de aprendizaje matemático.
- **Variables incluidas:** Edad, género, estrato socioeconómico y composición familiar.
- **Aplicación:** Facilita la interpretación contextualizada de los resultados obtenidos en el instrumento principal.

Desarrollo de los instrumentos de obtención de datos.

Los instrumentos diseñados y seleccionados para la recolección de datos en esta investigación responden a la delimitación temática del estudio sobre la correlación entre comprensión de la proporcionalidad y resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado, así como a la delimitación espacial-temporal del Colegio José Manuel Restrepo durante el período académico 2023.

1. **Instrumento de resolución de problemas y proporcionalidad:** Este instrumento tiene como finalidad evaluar simultáneamente dos dimensiones fundamentales: el nivel de comprensión de la proporcionalidad según el modelo de Karplus (1983) y la eficacia en los procesos de resolución de problemas siguiendo las etapas de Pólya (1945). Su diseño responde a la necesidad de obtener datos cuantitativos que permitan establecer correlaciones estadísticamente válidas entre ambas variables. (Ver Anexo F)

Será aplicado como prueba pedagógica individual a los 104 estudiantes de la muestra para:

- Medir los niveles de comprensión proporcional en las cinco categorías de Karplus
- Evaluar la eficacia en cada una de las cuatro etapas de resolución de problemas de Pólya
- Generar datos cuantitativos para el análisis correlacional mediante técnicas estadísticas

Consta de 14 situaciones problema enmarcadas en contextos de aplicación de la proporcionalidad matemática. Este instrumento fue sometido a validación por expertos en educación matemática y evaluado en términos de confiabilidad mediante el alfa de Cronbach.

2. **Cuestionario sociodemográfico:** Diseñado para recopilar información sobre variables como edad, género, estrato socioeconómico y composición familiar, que pueden influir en el contexto educativo de los estudiantes. (Ver Anexo H) Será aplicado mediante técnica de encuesta a los mismos 104 estudiantes para:

- Caracterizar la muestra en términos demográficos (edad, género)
- Identificar factores socioeconómicos relevantes (estrato, composición familiar)
- Facilitar la interpretación contextualizada de los resultados correlacionales obtenidos

Estos instrumentos han sido seleccionados y diseñados considerando su pertinencia para los objetivos de la investigación, su validez para medir las variables de interés y su aplicabilidad en el contexto específico del estudio.

3.2.3. Determinación de la muestra y su criterio de selección.

La población de este estudio está constituida por 140 estudiantes de grado quinto del Colegio José Manuel Restrepo, institución educativa pública ubicada en la localidad de Puente Aranda en Bogotá, Colombia. Para la investigación se ha tomado como muestra 104 estudiantes de grado quinto distribuidos en tres grupos: 501 (35 estudiantes), 502 (34 estudiantes) y 503 (35 estudiantes), los cuales formaron parte de la carga académica de la investigadora. Como establece Krejcie y Morgan (1970), "para una población de 140 individuos, una muestra de 104 participantes proporciona un nivel de confianza del 95% con un margen de error del 5%" (p. 608), garantizando la representatividad estadística necesaria para el análisis correlacional propuesto.

Tipo de muestreo:

Esta selección corresponde a un **muestreo no probabilístico por conveniencia**, fundamentado en la accesibilidad y proximidad de los sujetos para la investigadora. Según Otzen y Manterola (2017), "el muestreo por conveniencia permite al investigador seleccionar aquellos casos accesibles que acepten ser incluidos, fundamentándose en la conveniente accesibilidad y proximidad de los sujetos para el investigador" (p. 230). Hernández-Sampieri et al. (2014) complementan señalando que "este tipo de muestreo es apropiado cuando se tiene acceso directo a los participantes y se puede garantizar la aplicación controlada de los instrumentos de medición" (p. 189).

La elección de trabajar con los 3 cursos responde a la necesidad de obtener datos representativos que permitan establecer correlaciones válidas entre las variables estudiadas, así

como a la factibilidad metodológica de aplicar los instrumentos a la totalidad de los estudiantes bajo condiciones controladas y estandarizadas.

Los **criterios de inclusión** considerados para la selección de la muestra fueron:

- Estar matriculado en grado quinto del Colegio José Manuel Restrepo durante el período académico 2023.
- Cursar por primera vez el grado quinto para evitar ventajas previas en los contenidos evaluados.
- Contar con la autorización de padres o acudientes para participar en la investigación.

Como **criterios de exclusión** se establecieron:

- Estudiantes con necesidades educativas especiales que requieran adecuaciones curriculares significativas en el área de matemáticas.
- Estudiantes que no hayan participado en la totalidad de los períodos académicos evaluados.

La muestra seleccionada permite obtener información representativa sobre los procesos de resolución de problemas, los niveles de comprensión de la proporcionalidad y el desempeño académico de los estudiantes de quinto grado en el contexto específico de la institución educativa estudiada.

3.3. Trabajo de campo (o Presentación de evidencias, si corresponde).

El desarrollo del trabajo de campo para esta investigación se realizó durante el segundo semestre del año 2023 en el Colegio José Manuel Restrepo, siguiendo una secuencia de acciones planificadas para garantizar la adecuada recolección de datos y la posterior obtención de resultados confiables. Este proceso constituye un elemento fundamental del estudio, ya que permitió la obtención directa de la información necesaria para determinar la correlación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado.

TABLA 1 TRABAJO DE CAMPO

Etapa	Período	Duración	Actividades principales
Etapa I: Gestión institucional	Agosto 2023	3 semanas	Contactos iniciales y autorizaciones
Etapa II: Gestión de consentimientos	Septiembre 2023	4 semanas	Consentimientos informados
Etapa III: Aplicación de instrumentos	Octubre-noviembre 2023	6 semanas	Recolección de datos

El trabajo de campo se estructuró en tres etapas principales, tal como se detalla a continuación:

- Primera etapa: Se realizaron los contactos iniciales con las directivas de la institución para presentar el proyecto de investigación y obtener las autorizaciones correspondientes. Se llevaron a cabo reuniones con el rector y coordinadores académicos, donde se explicaron los objetivos, alcances y beneficios potenciales del estudio para la comunidad educativa. Resultado de estas gestiones, se obtuvo la autorización formal para desarrollar la investigación (Anexo A), lo que permitió iniciar el proceso de recolección de datos.
- Segunda etapa: Esta fase se centró en la gestión de los consentimientos informados de los padres o acudientes de los estudiantes participantes. Se diseñó y distribuyó el formato de consentimiento (Anexo D), el cual detallaba los objetivos de la investigación, los procedimientos a realizar, la garantía de confidencialidad de la información y el carácter voluntario de la participación. Se realizó una reunión informativa con padres de familia para resolver inquietudes y aclarar aspectos del estudio. Como resultado, se obtuvo la autorización de los acudientes de los 104 estudiantes de grado quinto, quienes conformaron la muestra total del estudio.

- Tercera etapa: Se procedió a la aplicación de los instrumentos de recolección de datos, según el cronograma establecido:
 - o Aplicación del cuestionario sociodemográfico.
 - o Implementación de la prueba piloto del instrumento sobre proporcionalidad y resolución de problemas.
 - o Ajustes al instrumento según resultados de la prueba piloto.
 - o Aplicación del instrumento definitivo a todos los participantes.

Durante el desarrollo del trabajo de campo se contó con el trabajo en horas de clase para Matemáticas, teniendo en cuenta que se tienen 5 horas a la semana garantizando condiciones adecuadas para la recolección de datos.

3.4. Aplicación de los instrumentos.

La aplicación de los instrumentos constituyó una fase fundamental en el proceso de investigación, requiriendo una planificación detallada para garantizar la validez y confiabilidad de los datos obtenidos. A continuación, se describe el proceso de aplicación del instrumento utilizado:

Prueba piloto del instrumento de proporcionalidad y resolución de problemas

Antes de la aplicación definitiva del instrumento, se realizó una prueba piloto con el cuarto curso de quinto, al cual no se tiene carga académica, esta aplicación preliminar tuvo como objetivo evaluar la claridad y comprensión de las instrucciones y situaciones planteadas, estimar el tiempo necesario para completar el instrumento y detectar posibles dificultades en su implementación.

La prueba piloto se llevó a cabo en una sesión de 2 horas, bajo la supervisión directa de la investigadora. Durante esta aplicación, se evidenciaron algunos aspectos a mejorar:

- o Necesidad de clarificar algunas consignas y términos que generaban confusión en los estudiantes.
- o Ajuste del tiempo asignado para ciertas situaciones problema que requerían mayor elaboración.

- o Reformulación de algunas preguntas para mejorar su comprensión.

Con base en estas observaciones, se realizaron los ajustes correspondientes al instrumento, mejorando su estructura y comprensibilidad. Posteriormente, se calculó la confiabilidad mediante el coeficiente Alfa de Cronbach, obteniendo un valor de 0.931, lo que indica una alta consistencia interna del instrumento, es decir que los elementos del instrumento están altamente correlacionados entre sí, lo que indica una consistencia interna robusta

A su vez el alfa de Cronbach basada en elementos estandarizados también es 0,931, lo cual confirma la alta confiabilidad del instrumento, es importante tener en cuenta que la consistencia interna es un indicador crucial de la calidad de un instrumento de medición, y un alfa de Cronbach superior a 0.8 generalmente se considera aceptable. En este contexto, el valor obtenido 0,931 indica que el instrumento utilizado en la investigación es confiable y proporciona mediciones consistentes y precisas de la variable que se está evaluando, lo anterior, evidencia una consistencia interna incluso cuando se suprime un elemento a la vez, lo que indica que el instrumento es robusto y confiable.

Aplicación del instrumento definitivo

El instrumento ajustado, compuesto por 14 situaciones problema sobre proporcionalidad, fue aplicado a los 104 estudiantes participantes, la aplicación se realizó en sesiones de 2 horas por grupo, en el horario regular de la asignatura de matemáticas.

Durante la aplicación, se proporcionaron instrucciones claras sobre el propósito de la actividad y la forma de responder, enfatizando la importancia de registrar no solo las respuestas finales sino también los procesos de resolución empleados, se aclararon dudas sobre el procedimiento, sin proporcionar orientaciones específicas sobre la resolución de las situaciones planteadas, para no interferir en los resultados.

Recolección de datos sociodemográficos

El cuestionario sociodemográfico fue aplicado de manera grupal en una sesión de 20 minutos, donde los estudiantes proporcionaron información sobre variables como edad, género, estrato socioeconómico y composición familiar.

En general, el proceso de aplicación de los instrumentos se desarrolló de manera satisfactoria, cumpliendo con los tiempos establecidos y los protocolos éticos para la investigación con menores de edad. La preparación previa, incluyendo la prueba piloto, permitió anticipar y solucionar posibles dificultades, garantizando la calidad de los datos recolectados.

3.5. Procesamiento de la información.

Una vez concluida la fase de aplicación de instrumentos, se procedió al procesamiento de la información obtenida, siguiendo un protocolo sistemático que permitiera transformar los datos recopilados en información relevante y analizable.

El procesamiento de datos del instrumento sobre resolución de problemas y comprensión de la proporcionalidad siguió el siguiente procedimiento:

1. **Codificación y tabulación:** Cada respuesta de los estudiantes fue codificada según los niveles establecidos tanto para la comprensión de la proporcionalidad (incompleta, cualitativa, aditiva, pre-proporcional y proporcional) como para la eficacia en la resolución de problemas (bajo, básico, intermedio, alto y superior). Esta codificación se realizó mediante una rúbrica específica que permitió asignar valores numéricos a las respuestas cualitativas.
2. **Digitalización de datos:** La información codificada fue digitalizada en una matriz de datos utilizando el software Microsoft Excel, creando una base estructurada que facilitó su posterior importación al software estadístico SPSS versión 29.0.
3. **Verificación y depuración:** Se realizó un proceso de verificación para identificar posibles errores en la digitalización o inconsistencias en los datos.

Para el procesamiento de los datos sociodemográficos

1. Se tabularon las respuestas del cuestionario sociodemográfico, creando tablas de frecuencias para cada variable considerada (edad, género, estrato socioeconómico, composición familiar).

El procesamiento estadístico de los datos incluyó:

- **Análisis de confiabilidad:** Se realizó mediante el cálculo del Alfa de Cronbach para verificar la consistencia interna del instrumento, obteniendo un valor de 0.931, lo que confirma su alta confiabilidad.
- **Análisis descriptivo:** Se calcularon medidas de tendencia central (media, mediana, moda) y de dispersión (desviación estándar, varianza) para las variables estudiadas.
- **Pruebas de normalidad:** Se aplicó la prueba de Kolmogorov-Smirnov para determinar si las variables seguían una distribución normal, lo que orientó la selección de las pruebas estadísticas a utilizar.
- **Análisis correlacional:** Dado que los datos no seguían una distribución normal, se utilizó el coeficiente de correlación Rho de Spearman para establecer la relación entre las variables.

La efectividad de las vías utilizadas para el acopio y procesamiento de la información fue alta, ya que los instrumentos aplicados permitieron obtener datos relevantes y precisos sobre las variables estudiadas. El uso de software especializado (Excel y SPSS) facilitó el manejo sistemático de la información, permitiendo realizar análisis estadísticos rigurosos y confiables.

Todo el proceso de recopilación y procesamiento de datos se realizó manteniendo estrictos estándares éticos, asegurando la confidencialidad de la información mediante la asignación de códigos a los participantes y el manejo seguro de las bases de datos.

3.6. Análisis de los resultados en los datos obtenidos.

El análisis de los resultados obtenidos a partir del procesamiento de datos permitió identificar patrones significativos en relación con las variables estudiadas: comprensión de la proporcionalidad, procesos de resolución de problemas y desempeño académico en matemáticas.

A continuación, se presentan los principales hallazgos organizados según las variables analizadas.

3.6.1. Características sociodemográficas de los participantes

El análisis de la distribución demográfica reveló que los varones representaron el 55% de los participantes, mientras que las mujeres constituyeron el 45%. El rango de edad de los estudiantes en la muestra fue entre 10 y 13 años.

TABLA 2 DATOS SOCIODEMOGRÁFICOS

Aspecto sociodemográfico	Frecuencia	%	Acumulado
Género			
Masculino	57	55	55
Femenino	47	45	100
Edad			
10	39	38	38
11	46	44	82
12	15	14	96
13	4	4	100
Estrato			
2	15	14	14
3	85	82	96
4	4	4	100
Vive con:			
Mamá y Papá	65	62	62
Con uno de los dos mamá o papá	11	11	73
Con mi mamá y abuelos	3	3	76
Otros	25	24	100

Nota. Integrado a partir de los datos obtenidos.

Respecto a la distribución por edades, se encontró que el 38% de los participantes tiene 10 años, el 44% cuenta con 11 años, el 14% presenta 12 años y el 4% restante tiene 13 años. En relación con el nivel socioeconómico, el análisis reveló que el 14% de los estudiantes pertenece al estrato 2, la mayoría (82%) corresponde al estrato 3, mientras que una minoría (4%) forma parte del estrato 4.

En cuanto a la composición familiar, el estudio permitió identificar que aproximadamente dos tercios (63%) de los estudiantes conviven con ambos padres, el 11% reside con solo uno de sus progenitores, el 3% habita con su madre y abuelos, mientras que el 24% vive con sus padres junto a otros familiares como tíos, primos u otros parientes

Estas características sociodemográficas permiten contextualizar los resultados obtenidos, considerando las condiciones familiares y socioeconómicas en las que se desarrolla el proceso educativo de los participantes.

3.6.2. Resultados Objetivo Específico: Analizar los niveles de comprensión de la proporcionalidad y los procesos de resolución de problemas en estudiantes de quinto grado de la institución educativa pública José Manuel Restrepo de Bogotá.

3.6.2.1 Niveles de comprensión de la proporcionalidad

Para analizar la comprensión de proporcionalidad en los estudiantes, se implementó una clasificación basada en cinco etapas de desarrollo: incompleta, cualitativa, aditiva, pre-proporcional y proporcional.

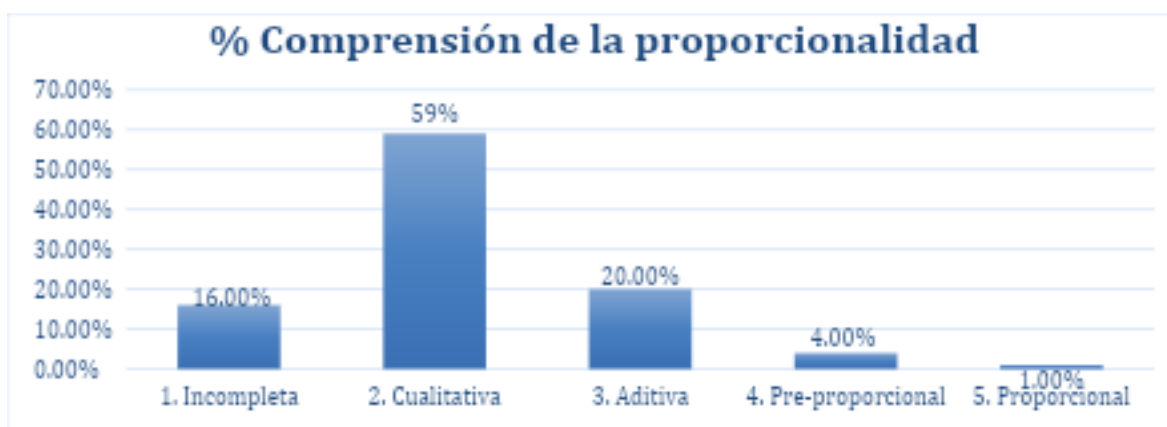
Esta categorización permitió organizar sistemáticamente los datos obtenidos mediante el instrumento aplicado (ver tabla 2)

TABLA 3 NIVELES DE COMPRENSIÓN DE LA PROPORCIONALIDAD MATEMÁTICA

		Estadístico	Error estándar	
Nivel de comprensión de la proporcionalidad	Media	2,1463	,07086	
	95% de intervalo de confianza para la media	Límite inferior	2,0058	
		Límite superior	2,2868	
	Media recortada al 5%	2,1047		
	Mediana	2,0355		
	Varianza	,522		
	Desv. estándar	,72258		
	Mínimo	1,00		
	Máximo	4,57		
	Rango	3,57		
	Rango intercuartil	,82		
	Asimetría	,927	,237	
	Curtosis	,649	,469	

Elaborado con datos obtenidos en el SPSS

FIGURA 7 % COMPRESIÓN DE LA PROPORCIONALIDAD MATEMÁTICA



Acorde con la figura 7 la mayoría de los estudiantes se encuentra en las primeras etapas de comprensión de la proporcionalidad, enfatizando un entendimiento básico o inicial. (Nivel 2) Comprensión cualitativa

El análisis estadístico de la variable comprensión de la proporcionalidad arrojó una puntuación media de 2,1463, estableciéndose un intervalo de confianza del 95% cuyos límites se extienden desde 2,0058 hasta 2,2868. El valor de la mediana se estableció en 2,0355, con una varianza calculada de 0,522. La desviación típica registrada fue de 0,72258, lo cual refleja un grado moderado de dispersión en cuanto a los niveles de comprensión proporcional entre los participantes evaluados.

Los datos presentaron una amplitud total de 3,57, mientras que el rango intercuartílico se situó en 0,82, lo que indica la variabilidad existente en el segmento central de la distribución. El coeficiente de asimetría mostró un valor positivo de 0,927, evidenciando una tendencia de la distribución hacia valores superiores a la media. Por otra parte, el coeficiente de curtosis de 0,649 sugiere que la configuración de la distribución se aproxima a la normalidad, aunque con una presencia ligeramente menos pronunciada de valores extremos en comparación con una distribución normal estándar.

3.6.2.2. Resolución de problemas

Para organizar los datos obtenidos mediante el instrumento respecto a la variable de resolución de problemas, se consideraron los siguientes niveles: bajo, básico, intermedio, alto y

superior, los cuales corresponden a los procesos de resolución de problemas descritos en las subdimensiones de la tabla de operacionalización de la investigación. En cuanto a los porcentajes, se observa que el 9,9% de los estudiantes se ubica en el nivel bajo, mientras que el 59% se encuentra en el nivel básico (nivel 2) es decir que comete errores en alguna parte del proceso de resolución. Expresa con sus palabras lo que solicita el problema.

FIGURA 8 NIVEL DE EFICACIA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

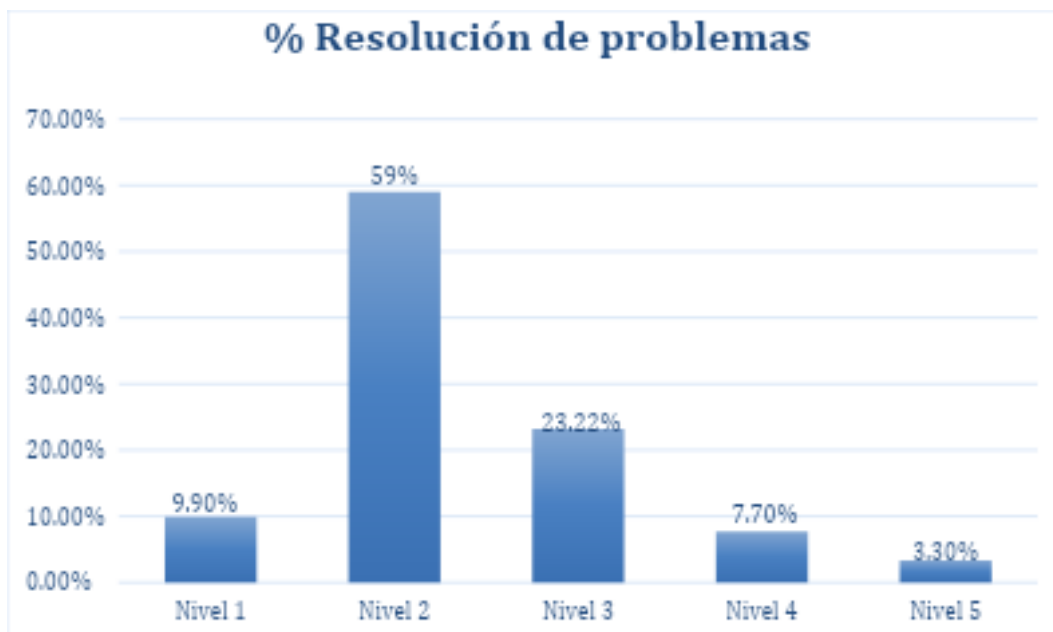


TABLA 4

		Estadístico	Error estándar	
Resolución de problemas	Media	2,3090	,07869	
	95% de intervalo de confianza para la media	Límite inferior	2,1530	
		Límite superior	2,4651	
	Media recortada al 5%	2,2454		
	Mediana	2,0710		
	Varianza	,644		
	Desv. Estándar	,80244		
	Mínimo	1,14		
	Máximo	4,79		
	Rango	3,64		
	Rango Inter cuartil	,84		
	Asimetría	1,200	,237	
	Curtosis	1,264	,469	

Elaborado con datos obtenidos en el SPSS

A continuación, se describen los resultados obtenidos para la variable resolución de problemas (ver tabla 3). La media registrada fue de 2,3090, con un error estándar de 0,07869. El intervalo de confianza al 95% para esta media oscila entre 2,1530 y 2,4651, lo cual delimita el rango dentro del cual es probable que se ubique la verdadera media poblacional. La mediana, que representa el valor central dentro del conjunto de datos, fue de 2,0710. Por su parte, la media recortada al 5%, que elimina los valores extremos para reducir la influencia de atípicos, se situó en 2,2454. En cuanto a la dispersión, la varianza fue de 0,644 y la desviación estándar de 0,80244, lo que permite observar la variabilidad de los datos en torno al promedio.

Estos resultados sugieren que el promedio del desempeño estudiantil se encuentra levemente por encima del nivel básico (2), lo que implica una tendencia hacia una resolución de problemas parcialmente correcta. Esto quiere decir que los estudiantes logran formular un plan para abordar el problema y resolverlo en parte, aunque cometen errores durante el proceso. La mediana cercana a 2 también respalda esta conclusión, al mostrar que el 50% de los estudiantes se ubica en torno al nivel básico.

En cuanto a la variabilidad de los datos, el rango (diferencia entre el valor más alto y el más bajo) fue de 3,64, mientras que el rango intercuartílico, que refleja la dispersión del 50% central de los datos, fue de 0,84. La amplitud del rango y la desviación estándar evidencian una considerable heterogeneidad en las competencias de resolución de problemas. Asimismo, el coeficiente de asimetría de 1,200 indica una distribución sesgada positivamente, mientras que la curtosis de 1,264 revela colas más pesadas que las de una distribución normal, lo que sugiere la presencia de algunos valores extremos en la muestra.

En síntesis, el análisis de los resultados del primer objetivo específico muestra una predominancia del nivel cualitativo (59%) en la comprensión de la proporcionalidad y del nivel básico (59%) en la resolución de problema, lo que indica que la mayoría de los estudiantes pueden reconocer relaciones generales entre cantidades, pero aún no establecen relaciones cuantitativas precisas ni aplican estrategias completamente efectivas para resolver problemas. Estas distribuciones similares sugieren una posible relación entre ambas variables, aspecto que se explorará con mayor detalle en el siguiente apartado dedicado al segundo objetivo específico, donde se analiza la correlación estadística entre estas competencias matemáticas.

3.6.3. Resultados Objetivo Específico 2: Determinar la correlación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado de la institución educativa José Manuel Restrepo de Bogotá, como base empírica para la estrategia didáctica.

Pruebas de normalidad y correlación

Se aplicó una prueba de normalidad a los datos empleando el software SPSS Statistics versión 29.0, con el fin de establecer el tipo de correlación más apropiado para el análisis. Dado que el número de participantes en el estudio supera los 50, se utilizó la prueba de Kolmogorov-Smirnov como criterio inicial para evaluar la normalidad de los datos.

Respecto a la variable *comprensión de la proporcionalidad*, los resultados de las pruebas de normalidad de Kolmogorov-Smirnov y Shapiro-Wilk (ver tabla 4) indicaron que esta no sigue una distribución normal dentro de la muestra de 104 estudiantes, con valores de p inferiores a 0,001 en ambos casos. Este hallazgo sugiere que la variable identificada comprensión de la proporcionalidad, no presenta una distribución normal en la población objeto de estudio.

TABLA 5 PRUEBA DE NORMALIDAD VARIABLE COMPRENSIÓN DE LA PROPORCIONALIDAD

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Comprensión de la proporcionalidad	,136	104	<,001	,937	104	<,001

a. Corrección de significación de Lilliefors

Al aplicar las pruebas de normalidad a la variable resolución de problemas (ver tabla 5) los resultados indicaron que esta variable no presenta una distribución normal en la muestra compuesta por 104 estudiantes, evidenciado por un valor de p menor a 0,001 en ambas pruebas. Este resultado implica que, en la población analizada, la distribución de la variable resolución de problemas no se ajusta a una distribución normal.

TABLA 6 PRUEBA DE NORMALIDAD- VARIABLE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Resolución de problemas	,149	104	<,001	,902	104	<,001

a. Corrección de significación de Lilliefors

Elaborado con datos obtenidos en el SPSS

Pruebas de Correlación Rho de Spearman

Dado que las pruebas de normalidad realizadas mediante el estadístico de Kolmogorov-Smirnov evidenciaron que las variables analizadas no siguen una distribución normal, se optó por emplear una técnica de correlación no paramétrica. De acuerdo con Ruiz et al. (2017), cuando las variables no presentan distribución normal y las muestras son independientes, la prueba más adecuada es el coeficiente de correlación de Rho de Spearman, esta medida permite identificar si existe una relación significativa entre dos variables medidas a nivel ordinal, descartando que dicha relación sea producto del azar.

El coeficiente de Spearman toma valores entre -1.0 y +1.0. Valores cercanos a +1.0 indican una fuerte correlación positiva entre los rangos, lo que significa que, al aumentar una variable, también lo hace la otra. Por el contrario, valores cercanos a -1.0 reflejan una fuerte correlación negativa, mientras que un valor cercano a 0 sugiere la ausencia de relación entre las variables. Se tomará como referencia la siguiente relación según el coeficiente de Correlación.

TABLA 7 RANGO CORRELACIÓN RHO SPEARMAN

Rango	Correlación
0.91 a -1.00	Correlación negativa perfecta
-0.76 a -0.90	Correlación negativa muy fuerte
-0.51 a -0.75	Correlación negativa considerable
-0.11 a -0.50	Correlación negativa media
-0.01 a -0.10	Correlación negativa débil
0.00	No existe correlación
+0.01 a +0.10	Correlación positiva débil
+0.11 a +0.50	Correlación positiva media
+0.51 a +0.75	Correlación positiva considerable
+0.76 a +0.90	Correlación positiva muy fuerte
+0.91 a +1.00	Correlación positiva perfecta

Nota: Recuperado de Mondragón, M. (2014). Uso de la correlación de Spearman en un estudio de intervención en fisioterapia.

Movimiento Científico, 8(1). Retrieved from <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5156978>

Para determinar la significancia estadística de la correlación entre las variables, se realiza una comparación entre el valor del coeficiente de correlación de Spearman (ρ) y el nivel de significancia previamente establecido, el cual suele fijarse en un alfa (α) del 5% o 0,05, conforme a lo señalado por Minitab (2019). Este valor de ρ permite evaluar si el coeficiente obtenido difiere significativamente de cero, un valor de ρ igual a cero implica la inexistencia de una asociación lineal entre las variables evaluadas, mientras que una diferencia estadísticamente significativa respecto a cero indica la presencia de una relación no atribuible al azar.

Tipos de correlación

Valor $\rho \leq \alpha$:	La correlación es estadísticamente significativa Si el valor p es menor que o igual al nivel de significancia, entonces usted puede concluir que la correlación es diferente de 0.
Valor $\rho > \alpha$:	La correlación no es estadísticamente significativa.
Si el valor p es mayor que el nivel de significancia	entonces no se puede concluir que la correlación es diferente de 0.

Acorde con lo anterior, a continuación, se presenta el coeficiente de corrección para las variables resolución de problemas y comprensión de la proporcionalidad (ver tabla

TABLA 9 CORRELACIÓN RHO SPEARMAN

		Resolución de problemas	Comprensión de la proporcionalidad
Rho de Spearman	Resolución de problemas	Coefficiente de correlación	1,000
		Sig. (bilateral)	.
		N	104
	Comprensión de la proporcionalidad	Coefficiente de correlación	,948**
			1,000

Sig. (bilateral)	<,001	.
N	104	104

** . La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

En la interpretación de los resultados obtenidos mediante la prueba de correlación de Spearman aplicada a las variables *resolución de problemas* y *comprensión de la proporcionalidad* en una muestra de 104 estudiantes de quinto grado, se identificó una correlación positiva muy fuerte (**Rho=0.948**) entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas, con un nivel de significancia de 0.0, este valor indica que existe una asociación muy alta entre ambas variables, lo que significa que los estudiantes que muestran mayores niveles de comprensión de la proporcionalidad tienden a presentar también mayor eficacia en los procesos de resolución de problemas.

3.7. Redacción de resultados y discusión.

A partir del análisis sistemático de los datos obtenidos mediante la aplicación de instrumentos, y su procesamiento estadístico, se han identificado tendencias y regularidades significativas que permiten comprender la naturaleza y magnitud de la relación entre la comprensión de la proporcionalidad y los procesos de resolución de problemas en estudiantes de quinto grado de educación primaria. En este apartado se presentan estas tendencias, contrastándolas con el marco teórico referencial para establecer conclusiones fundamentadas sobre el estado del problema en el contexto específico del Colegio José Manuel Restrepo.

3.7.1. Tendencias identificadas en la comprensión de la proporcionalidad

El hallazgo más relevante respecto a la comprensión de la proporcionalidad es la predominancia del nivel cualitativo (59% de los estudiantes), caracterizado por el reconocimiento de relaciones generales entre cantidades, pero sin establecer relaciones cuantitativas precisas, esta tendencia coincide con lo planteado por Karplus (1983) y Mochón (2012), quienes identifican esta etapa como parte del desarrollo progresivo del razonamiento proporcional, donde los

estudiantes reconocen que existe una relación entre las cantidades pero aún no la cuantifican multiplicativamente.

La baja proporción de estudiantes que alcanzan los niveles pre-proporcional (16%) y proporcional (4%) evidencia las dificultades que enfrentan los alumnos de quinto grado para desarrollar un razonamiento multiplicativo completo. Estos resultados son coherentes con los planteamientos de Castillo et al. (2022), quienes señalan que la transición del razonamiento aditivo al multiplicativo, necesario para la comprensión plena de la proporcionalidad, representa un desafío significativo para los estudiantes en esta etapa educativa.

La distribución observada confirma también los hallazgos de Supply et al. (2023), quienes mostraron que el contexto influye significativamente en el desempeño de razonamiento proporcional, y que los estudiantes de educación primaria tienden a mostrar niveles básicos de comprensión cuando no han sido expuestos a experiencias didácticas que favorezcan el desarrollo progresivo del razonamiento multiplicativo. Esa variabilidad contextual se refleja en los resultados obtenidos, donde se evidencia mayor facilidad para abordar problemas de contextos familiares frente a situaciones más abstractas.

3.7.2. Resultados de análisis variables resolución de problemas

En cuanto a los procesos de resolución de problemas, se identificó una tendencia similar, con una concentración mayoritaria (59%) en el nivel básico, caracterizado por resoluciones parcialmente correctas donde los estudiantes plantean estrategias, pero cometen errores en su ejecución, esta tendencia sugiere que, si bien los estudiantes han desarrollado cierta capacidad para comprender y abordar problemas matemáticos, aún presentan dificultades para implementar estrategias eficaces y verificar sus resultados.

La distribución observada, con pocos estudiantes alcanzando los niveles alto (4.8%) y superior (3.3%), coincide con lo planteado por Schoenfeld (2016), quien señala que la resolución efectiva de problemas matemáticos requiere no solo conocimientos técnicos sino también habilidades metacognitivas que permitan planificar, monitorear y evaluar el proceso de

resolución, aspectos que parecen estar menos desarrollados en la mayoría de los estudiantes evaluados.

Estos resultados también se adhieren con la propuesta de Foster (2023), quien cuestiona la eficacia de enseñar estrategias generales de resolución de problemas, argumentando en favor de tácticas específicas de dominio, los datos obtenidos respaldan esta perspectiva, dado que los estudiantes mostraron mayor éxito al resolver problemas en contextos donde poseían conocimientos previos específicos, mientras que las estrategias generales resultaron insuficientes en situaciones menos familiares o que requerían mayor flexibilidad cognitiva.

3.7.3. Correlación entre variables: implicaciones teóricas y prácticas

La fuerte correlación encontrada entre la comprensión de la proporcionalidad y los procesos de resolución de problemas ($Rho=0.948$, $p<0.001$) constituye uno de los hallazgos más significativos de esta investigación, Esta correlación tan elevada sugiere una relación intrínseca entre ambas competencias, lo que concuerda con los planteamientos de Radford (2018) sobre la naturaleza integrada del aprendizaje matemático, donde los conceptos y procesos no se desarrollan de manera aislada sino en estrecha interrelación a través de prácticas socioculturales compartidas.

La fuerza de esta correlación (0.948) indica que aproximadamente el 89.9% de la varianza en la resolución de problemas puede estar explicada por el nivel de comprensión de la proporcionalidad, lo que demuestra la estrecha interdependencia entre ambas competencias matemáticas en los estudiantes de quinto grado evaluados. Este hallazgo confirma y extiende las investigaciones de Burgos et al. (2020), quienes habían identificado conexiones entre el pensamiento algebraico temprano y la resolución de problemas de proporcionalidad, pero sin establecer correlaciones estadísticas precisas.

Estos resultados también se relacionan con los aportes de De Keersmaecker et al. (2023), quienes demostraron que el vocabulario proporcional contribuye significativamente tanto a las habilidades de razonamiento proporcional como al desempeño en problemas verbales. El análisis cualitativo de las respuestas de los estudiantes evidencio que precisamente aquellos con mayor

dominio conceptual y terminológico mostraban también mayor capacidad para interpretar los enunciados y desarrollar estrategias adecuadas.

La fuerza de esta correlación (0.948) indica que aproximadamente el 89.9% de la varianza en la resolución de problemas puede estar explicada por el nivel de comprensión de la proporcionalidad, lo que demuestra la estrecha interdependencia entre ambas competencias matemáticas en los estudiantes de quinto grado evaluados, este hallazgo confirma la hipótesis planteada (H_1) La comprensión de la proporcionalidad matemática y la capacidad de resolución de problemas presentan una correlación estadísticamente significativa que fundamenta el diseño de una estrategia didáctica integrada mediante el kit PropMath para el desarrollo de ambas competencias en estudiantes de quinto grado rechazando así la hipótesis nula (H_0).

3.7.4. Contrastación con el marco teórico

Contrastando estos resultados con el marco teórico referencial, se evidencia una consonancia con los planteamientos de la Teoría de la Objetivación de Radford (2018), que concibe el aprendizaje matemático como un proceso de toma de conciencia mediado culturalmente, los diferentes niveles de comprensión de la proporcionalidad identificados pueden interpretarse como distintos grados de objetivación del concepto, donde los estudiantes progresivamente se familiarizan y se apropian de formas de pensamiento matemático culturalmente constituidas.

Desde esta perspectiva, la concentración de estudiantes en niveles básicos tanto de comprensión de la proporcionalidad como de resolución de problemas refleja limitaciones en el proceso de objetivación, posiblemente relacionadas con prácticas pedagógicas que no han favorecido adecuadamente la interacción social y el uso de artefactos culturales necesarios para la construcción significativa de estos conceptos, tal como lo propone la TO.

Asimismo, la correlación encontrada entre la comprensión conceptual y los procesos de resolución se alinea con los planteamientos de Pólya (1945) y Schoenfeld (2016) sobre la importancia de la comprensión profunda de los conceptos para la resolución efectiva de problemas, en este sentido, los resultados sugieren que, en el caso específico de la

proporcionalidad, una mayor comprensión del concepto facilita la identificación de estrategias adecuadas y la implementación de procesos de resolución más eficaces.

Por otra parte, la predominancia de niveles básicos tanto en comprensión de la proporcionalidad como en resolución de problemas refuerza lo planteado por autores como Butto et al. (2019) y Godino y Burgos (2023) sobre las dificultades que enfrentan los estudiantes de educación básica para desarrollar un razonamiento proporcional completo y aplicarlo en contextos de resolución de problemas.

3.7.5. Implicaciones educativas

Estas tendencias y correlaciones identificadas tienen importantes implicaciones para la práctica educativa, por un lado, la fuerte correlación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas sugiere la necesidad de enfoques pedagógicos integrados, que aborden ambas dimensiones de manera conjunta y contextualizada, en lugar de la aproximación fragmentada que suele caracterizar la enseñanza de estos contenidos.

Esta integración se alinea con la propuesta de Roorda et al. (2024) sobre la Enseñanza de Matemáticas A Través de la Resolución de Problemas (TTP), enfoque que define la resolución de problemas como parte integral de las matemáticas y no como una actividad aislada así mismo, los resultados obtenidos respaldan la pertinencia de este enfoque para el desarrollo del razonamiento proporcional, sugiriendo que su implementación podría favorecer un aprendizaje más significativo y transferible.

Por otro lado, la concentración mayoritaria de estudiantes en niveles básicos tanto de comprensión conceptual como de resolución de problemas señala la necesidad de estrategias didácticas específicas que faciliten la transición hacia niveles más avanzados, especialmente en lo referente al desarrollo del razonamiento multiplicativo necesario para la comprensión plena de la proporcionalidad. Estas estrategias deberían considerar los hallazgos de Vanluydt et al. (2024) sobre la emergencia temprana del razonamiento proporcional, e incorporar experiencias didácticas que permitan a los estudiantes progresar desde niveles cualitativos hacia comprensiones más formales y abstractas.

Estos hallazgos fundamentan la propuesta de diseño del kit didáctico "PropMath", que se presenta en el capítulo siguiente como una respuesta pedagógica basada en evidencia empírica a las necesidades identificadas en este estudio, esta propuesta se orienta a fortalecer de manera integrada tanto la comprensión de la proporcionalidad como las habilidades de resolución de problemas en estudiantes de quinto grado, contribuyendo así a mejorar su desempeño académico en matemáticas, permitiendo el alcance del tercer objetivo específico de la investigación: "Diseñar el kit didáctico PropMath como componente central de la estrategia, a partir de la evidencia correlacional obtenida en la investigación y las necesidades identificadas en el contexto educativo".

El valor diferenciador de esta propuesta radica precisamente en su fundamentación en la correlación estadísticamente significativa encontrada entre ambas dimensiones del aprendizaje matemático, lo que permite diseñar actividades y recursos que atiendan simultáneamente al desarrollo del razonamiento proporcional y las habilidades de resolución de problemas, maximizando así su impacto en el aprendizaje de los estudiantes. Acorde con lo anterior, el kit PropMath representa la materialización concreta del enfoque integrado que sugiere la evidencia empírica, y constituye un aporte instrumental para la transformación efectiva de las prácticas pedagógicas relacionadas con la enseñanza de la proporcionalidad en educación primaria.

Capítulo IV: PROPUESTA DE TRANSFORMACIÓN

A partir del análisis de los resultados obtenidos y la discusión con el marco teórico referencial, se reconoce una necesidad de transformar las prácticas pedagógicas relacionadas con la enseñanza-aprendizaje de la proporcionalidad y la resolución de problemas, considerando la fuerte correlación estadísticamente significativa encontrada entre ambas variables ($Rho=0.948$, $p<0.001$) y junto con la identificación de los resultados en los cuales el 59% de los estudiantes se encuentran en niveles básicos de comprensión de la proporcionalidad justifica el diseño de una propuesta de transformación que integre estas dimensiones del aprendizaje matemático.

Como resultado propositivo de carácter teórico-práctico, se presenta el diseño de kit didáctico "PropMath" el cual se convierte en un recurso que aporta de manera conceptual al campo de la educación matemática al operacionalizar la integración basada en evidencia

correlacional, como un recurso que materializa esta integración en recursos didácticos concretos. Esta propuesta busca convertirse en una estrategia que permite transformar la realidad educativa, facilitando el desarrollo conjunto del pensamiento proporcional y las habilidades de resolución de problemas en estudiantes de quinto grado.

4.1. Fundamentación de la propuesta de transformación.

La propuesta de la estrategia didáctica mediante el kit didáctico "PropMath" se fundamenta en la articulación de marcos teóricos consolidados en educación matemática que, al ser contrastados con la evidencia empírica correlacional obtenida en esta investigación, generan nuevas representaciones y relaciones conceptuales para abordar integralmente la enseñanza de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos. Esta fundamentación es consecuente con el objetivo general de diseñar una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional, responde a los sustentos del marco teórico de investigación y atiende las necesidades específicas identificadas en los resultados para la transformación efectiva del problema en el contexto del Colegio José Manuel Restrepo.

La Teoría de la Objetivación de Luis Radford (2018) constituye el fundamento epistemológico principal, reconociendo el aprendizaje matemático como un proceso social y culturalmente mediado donde los conceptos adquieren significado a través de prácticas compartidas y artefactos culturales. Este marco teórico justifica la propuesta al entender que la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas no son procesos cognitivos aislados, sino construcciones socioculturales que se objetivan mediante medios semióticos en contextos significativos. Sin embargo, la evidencia correlacional obtenida ($Rho=0.948$, $p<0.001$) permite especificar conceptualmente cómo los medios semióticos de objetivación operan específicamente en el desarrollo correlacionado de ambas competencias, constituyendo una unidad integrada de objetivación matemática que supera la tradicional separación entre comprensión conceptual y aplicación procedimental. Esta contribución teórica responde directamente a la necesidad identificada en los resultados, donde el 59% de estudiantes permanecen en nivel cualitativo de comprensión proporcional, evidenciando limitaciones en los procesos de objetivación matemática tradicionales.

El modelo evolutivo del razonamiento proporcional del autor teórico clásico Karplus (1983), que establece etapas progresivas desde niveles incompletos hasta proporcionales, aporta la estructura conceptual para comprender el desarrollo cognitivo individual. Sin embargo, los hallazgos de esta investigación permiten modificar este modelo al demostrar empíricamente que la transición entre niveles de comprensión proporcional no depende únicamente del desarrollo cognitivo individual, sino también de la eficacia en los procesos de resolución de problemas del estudiante.

En este sentido, se propone así un modelo integrado de desarrollo proporcional-resolutivo donde cada etapa de comprensión proporcional se corresponde con niveles específicos de eficacia resolutive, estableciendo una nueva representación teórica que permite diseñar intervenciones que aborden simultáneamente ambas dimensiones. Esta modificación teórica responde a la realidad contextual donde solo el 15% de estudiantes alcanzaron niveles pre-proporcional y proporcional, evidenciando la necesidad de estrategias que faciliten transiciones evolutivas integradas.

Respecto al modelo de resolución de problemas de Pólya (1945), que estructura el proceso resolutivo en cuatro fases generales, esta investigación se convierte en una alternativa que complementa este modelo general por un modelo específico contextualizado donde cada fase se especifica según el contexto proporcional: la comprensión del problema requiere reconocimiento de relaciones multiplicativas, la planificación demanda identificación de patrones de covariación, la ejecución implica manejo de razones y proporciones, y la verificación incluye validación de coherencia multiplicativa. Lo anterior, atiende la necesidad identificada en los resultados, donde el 59% de estudiantes se ubicaron en nivel básico de resolución de problemas, indicando dificultades en la estructuración de procesos resolutivos eficaces en contextos proporcionales.

Las categorías fenomenológicas de Freudenthal (1986) - comparación, covariación y relación constante - se integran metodológicamente con los procesos de resolución identificando correspondencias específicas entre tipos de situaciones proporcionales y estrategias resolutivas eficaces. Esta integración permite diseñar secuencias didácticas graduadas que atienden simultáneamente el desarrollo conceptual y procedimental, constituyendo una innovación metodológica que supera enfoques fragmentados tradicionales.

En este sentido el aporte teórico se manifiesta en el establecimiento del principio de integración correlacional, donde competencias matemáticas con correlaciones superiores a 0.90 requieren abordajes didácticos integrados como unidades de aprendizaje. Este principio, derivado de la evidencia empírica, fundamenta metodológicamente la decisión de diseñar estrategias que aborden simultáneamente ambas dimensiones, optimizando recursos educativos y potenciando el desarrollo conjunto de competencias correlacionadas. Complementariamente, se propone la teoría de la mediación artefactual integrada, donde los artefactos didácticos facilitan la objetivación simultánea de competencias empíricamente correlacionadas, explicando cómo el kit PropMath puede mediar conjuntamente el desarrollo del pensamiento proporcional y las habilidades resolutivas.

Esta fundamentación responde directamente al objetivo general de diseñar una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional, al proporcionar marcos conceptuales que justifican la integración propuesta, transformando la correlación estadística identificada en estrategias pedagógicas concretas el kit didáctico PropMath, respondiendo efectivamente al problema científico identificado y contribuyendo al avance del conocimiento en educación matemática.

4.2. Estructura de la propuesta de transformación.

"Kit didáctico PropMath: Estrategia didáctica integrada para el desarrollo correlacionado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado de educación primaria"

4.2.1 Objetivos de la propuesta

Fortalecer de manera integrada la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado mediante el kit didáctico "PropMath", fundamentado en la evidencia correlacional obtenida y las necesidades específicas identificadas en el contexto educativo del Colegio José Manuel Restrepo.

4.2.1.1 Objetivos específicos de la propuesta:

- Materializar en recursos didácticos la correlación empíricamente demostrada ($Rho=0.948$) entre comprensión proporcional y resolución de problemas de manera integral.

- Diseñar situaciones problemas que incorporen elementos del contexto sociocultural específico de los estudiantes facilitando procesos de aprendizaje de la proporcionalidad matemática y los procesos de resolución de problemas.
- Desarrollar instrumentos de seguimiento que permitan monitorear el progreso en comprensión proporcional y resolución de problemas.

4.2.2. Aparato teórico-conceptual y referencial de la propuesta

La propuesta se fundamenta en la evidencia correlacional resultado en esta investigación con las bases teóricas de la teoría de la Objetivación de Radford (2018), lo que permite reconocer que el aprendizaje matemático también ocurre cuando se abordan simultáneamente competencias empíricamente correlacionadas a través de procesos socioculturalmente mediados, como se identificó con los resultados de la investigación. El aparato conceptual se estructura en torno al modelo integrado de desarrollo proporcional-resolutivo emergente de la investigación, que establece correspondencias específicas entre niveles de comprensión proporcional y eficacia resolutiva, proporcionando criterios claros para el diseño de actividades diferenciadas y la evaluación del progreso de los estudiantes.

El marco referencial integra los aportes del modelo contextualizado de resolución proporcional, que especifica cómo las fases clásicas de Pólya se manifiestan en contextos proporcionales, y las categorías fenomenológicas de Freudenthal organizadas según el principio de integración correlacional. Este aparato teórico-conceptual fundamenta la estructura integrada del kit PropMath y garantiza la coherencia entre los fundamentos epistemológicos, las necesidades identificadas en el contexto y las estrategias didácticas propuestas.

4.2.3. Cuerpo operacional instrumental

La implementación del kit PropMath se estructura en tres fases secuenciales que integran diagnóstico, intervención y seguimiento. Esta metodología permite atender la diversidad de niveles de comprensión proporcional y habilidades de resolución de problemas en estudiantes de quinto grado, mediante un enfoque gradual, situado y basado en evidencia.

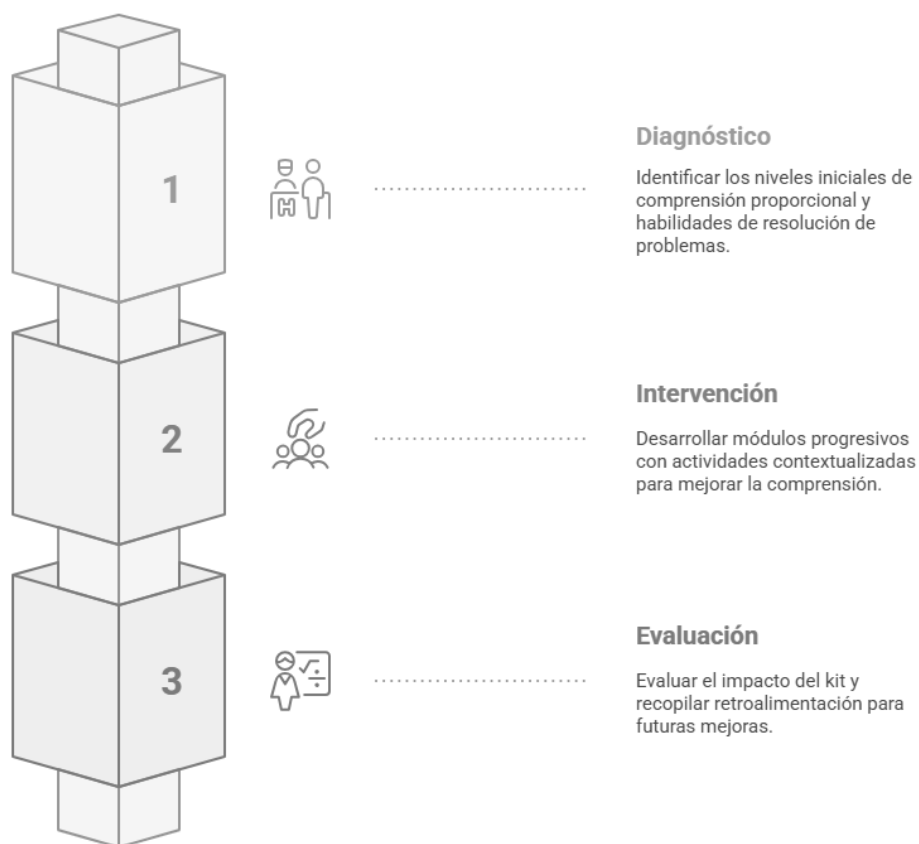
En la primera fase, se aplican instrumentos diagnósticos validados en la evidencia correlacional (Anexo F) para identificar los niveles iniciales de comprensión proporcional y

habilidades de resolución de problemas en estudiantes de quinto grado. Con base en estos resultados, se conforman grupos de trabajo según niveles de desarrollo y se socializa con los estudiantes la metodología del kit, estableciendo una línea base para el seguimiento posterior.

Durante la segunda fase, se desarrollan tres módulos progresivos que articulan actividades contextualizadas con representaciones concretas, gráficas y simbólicas de la proporcionalidad. A través de situaciones cotidianas, los estudiantes transitan desde un enfoque cualitativo hacia el uso de estructuras multiplicativas y su aplicación en problemas complejos. La tercera fase consiste en la evaluación final, que incluye la replicación del diagnóstico, el análisis comparativo con los resultados iniciales y la retroalimentación cualitativa de estudiantes y docentes, permitiendo valorar el impacto del kit y orientar futuras mejoras en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

A continuación, se presentan las fases planteadas:

FIGURA 9 CUERPO OPERACIONAL INSTRUMENTAL



FASE I: DIAGNÓSTICO

Objetivo de fase	Actividades
Identificar el nivel inicial de cada estudiante en comprensión proporcional y eficacia resolutoria para establecer rutas de aprendizaje diferenciadas.	<p>Aplicación del instrumento diagnóstico de proporcionalidad y resolución de problemas validado en la investigación.</p> <p>Conformación de grupos de trabajo según niveles de comprensión identificados.</p> <p>Socialización con estudiantes sobre los objetivos y metodología del kit PropMath.</p>

FASE II: TRES MÓDULOS PROGRESIVOS

1. **Iniciación al razonamiento proporcional: Módulo A Explorando relaciones matemáticas en mi contexto**

Objetivo	Actividades
Facilitar la transición desde el reconocimiento cualitativo de relaciones hacia la identificación de patrones multiplicativos, integrando procesos básicos de resolución de problemas.	<p>Módulo A: Explorando relaciones matemáticas en mi contexto</p> <p>Tarea 1: Mi familia y las proporciones Análisis de relaciones en composición familiar, distribución de alimentos, uso de espacios domésticos</p> <p>Tarea 2: En mi barrio Exploración de relaciones proporcionales en transporte público, comercio local, espacios recreativos</p> <p>Tarea 3: Representando cambios Uso de tablas y diagramas para organizar información proporcional</p> <p>Tarea 4: Prediciendo resultados Estimación de valores en situaciones de covariación</p> <p>Tarea 5: Resolviendo problemas de mi colegio Situaciones proporcionales en el contexto escolar</p> <p>Tarea 6: Proyecto integrador: Mi investigación proporcional</p>

2.

Desarrollo

	Identificación y análisis de una situación proporcional elegida por el estudiante
--	---

del razonamiento multiplicativo Módulo B Construyendo relaciones multiplicativas

3.

Objetivo	Actividades
Facilitar la comprensión de relaciones multiplicativas y su aplicación en procesos estructurados de resolución de problemas complejos.	Módulo B Construyendo relaciones multiplicativas
Continúa el mismo objetivo	<p>Tarea 7: Factor mágico Identificación de constantes multiplicativas en situaciones cotidianas</p> <p>(continúa)</p> <p>Tarea 8: Escalando mapas de Bogotá Ampliación y reducción de representaciones espaciales locales</p> <p>Tarea 9: Velocidad constante en TransMilenio Análisis de relaciones tiempo-distancia en transporte público</p> <p>Tarea 10 Mezclas y concentraciones Situaciones proporcionales en preparación de alimentos y bebidas</p> <p>Tarea 11: Consumo y producción familiar Análisis de tasas en contextos domésticos y comunitarios</p> <p>Tarea 12: Maquetas de nuestro colegio Construcción de representaciones a escala</p> <p>Tarea 13: Resolviendo problemas multiplicativos complejos Aplicación en situaciones no rutinarias</p> <p>Tarea 14: Enseñando a otros Explicación de procesos a estudiantes de grados inferiores</p>

Formalización del razonamiento proporcional: Módulo C: Dominando las proporciones

Objetivo	Actividades
Desarrollar el uso formal de razones y proporciones integrando procesos avanzados de resolución,	<p>Módulo C: Dominando las proporciones</p> <p>Tarea 15: Razones equivalentes en contexto Formalización de relaciones proporcionales</p>

argumentación y comunicación matemática.	<p>Tarea 16: La regla de tres en situaciones reales Aplicación formal en problemas contextualizados</p> <p>Tarea 17: Proporcionalidad directa e inversa Diferenciación y aplicación de ambos tipos</p> <p>Tarea 18: Análisis estadístico básico de mi comunidad Aplicación en situaciones de investigación social</p> <p>Tarea 19: Optimización de recursos escolares Problemas de maximización y minimización</p> <p>Tarea 20: Modelando fenómenos naturales Aplicación en ciencias naturales</p>
--	---

FASE III: EVALUACIÓN INTEGRAL

4.2.4.	Objetivo	Actividades
<p>Recursos que contempla el Kit</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kit de guías para 	<p>Evaluar el proceso de los estudiantes alcanzado en ambas competencias matemáticas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicación del instrumento de evaluación final (Instrumento diagnóstico). • Desarrollo de proyecto final que integra la comprensión proporcional y resolución de problemas. • Reflexión metacognitiva sobre el proceso de aprendizaje. • Socialización de aprendizajes con la comunidad educativa.

docentes con recomendaciones de implementación.

- Guía diagnóstico.
- Guías para estudiantes acorde a cada módulo propuesto.
- Rúbricas que evalúan simultáneamente comprensión proporcional y eficacia resolutiva
- Sugerencias de material didáctico y recursos digitales de apoyo.

Esta estructura del kit materializa los resultados correlacionales obtenidos en la investigación, proporciona una ruta clara para la transformación del problema identificado en el contexto específico del Colegio José Manuel Restrepo.

4.3. Valoración/ evaluación / validación de la propuesta de transformación.

La validación del kit didáctico PropMath se fundamenta en una evaluación a partir de indicadores específicos, criterios de instrumentación y productos esperados en correspondencia con los objetivos de la propuesta y sus componentes estructurales del diseño. Este proceso de validación garantiza la coherencia entre la fundamentación teórica, las necesidades identificadas en el contexto escolar y la viabilidad de la propuesta como respuesta al problema científico planteado en la institución educativa.

Indicadores y criterios de evaluación en relación con los objetivos de la propuesta

Para el Objetivo Específico 1: Materializar en recursos didácticos la correlación empíricamente demostrada

Indicadores	Criterios de evaluación
<ul style="list-style-type: none"> • Correspondencia entre las actividades diseñadas y los niveles de comprensión proporcional identificados en el diagnóstico (59% nivel cualitativo, 20% nivel aditivo, 15% niveles pre-proporcional y proporcional). • Integración de situaciones proporcionales con procesos estructurados de resolución en cada uno de los tres módulos progresivos • Coherencia entre los instrumentos de seguimiento diseñados y el marco de correspondencias nivel-eficacia desarrollado en la investigación. • Operacionalización de la evidencia correlacional ($Rho=0.948$, $p<0.001$) en 	<ul style="list-style-type: none"> • Precisión matemática de los contenidos proporcionales abordados. • Articulación entre diferentes representaciones de la proporcionalidad (concreta, gráfica, simbólica). • Progresión conceptual desde niveles básicos hacia comprensiones avanzadas de la proporcionalidad matemática. • Correspondencia entre actividades propuestas y transiciones esperadas entre niveles de comprensión.

herramientas pedagógicas concretas y aplicables.	
--	--

Para el Objetivo Específico 2: Diseñar situaciones problema contextualizadas

Indicadores	Criterios de evaluación
<ul style="list-style-type: none"> • Pertinencia de las situaciones problema diseñadas específicamente para el contexto del Colegio José Manuel Restrepo y el entorno bogotano. • Integración de las categorías fenomenológicas de Freudenthal (comparación, covariación, relación constante) en contextos familiares para los estudiantes. • Establecimiento de conexiones establecidas entre prácticas culturales locales y procesos de objetivación de conceptos matemáticos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Relevancia de los contextos utilizados para la población. • Consideración de características socioeconómicas específicas del entorno educativo y local. • Capacidad de las situaciones para motivar el aprendizaje significativo mediante conexión con experiencias cotidianas

Para el Objetivo Específico 3: Desarrollar instrumentos de seguimiento y evaluación

Indicadores	Criterios de evaluación
-------------	-------------------------

<ul style="list-style-type: none"> • Diseño de rúbricas que evalúen integradamente la comprensión proporcional y la eficacia resolutive utilizando escalas específicas • Correspondencia estructural entre instrumentos diagnósticos, formativos y sumativos con las tres fases del kit didáctico • Articulación entre procesos de evaluación y rutas de aprendizaje diferenciadas 	<ul style="list-style-type: none"> • Validez de contenido de los instrumentos diseñados • Claridad de los criterios de calificación establecidos • Utilidad de la información proporcionada para la toma de decisiones pedagógicas fundamentadas
---	---

Criterios de evaluación de componentes estructurales del diseño instrumental

Fase	Criterios
Fase I: Diagnóstico y Caracterización	<ul style="list-style-type: none"> • Validez de contenido y construcción del instrumento diagnóstico para identificar niveles iniciales de comprensión proporcional según las categorías de Karplus y eficacia resolutive según el modelo contextualizado de Pólya . • Pertinencia de los criterios establecidos para la conformación de grupos de trabajo diferenciados que respondan a la diversidad de niveles identificados.
Fase II: Desarrollo mediante Módulos Progresivos	<ul style="list-style-type: none"> • Progresión lógica y fundamentada entre el Módulo A (Explorando relaciones matemáticas en mi contexto), Módulo B (Construyendo relaciones multiplicativas) y Módulo C (Dominando las proporciones) según la complejidad conceptual y procedimental establecida. • Integración de contextos socioculturales específicos del entorno bogotano en cada módulo diseñado.

	<ul style="list-style-type: none"> • Correspondencia entre las actividades propuestas y las transiciones esperadas entre niveles de comprensión proporcional. • Capacidad de cada módulo para facilitar procesos simultáneos de desarrollo conceptual y procedimental
Fase III: Evaluación y Integral Seguimiento	<ul style="list-style-type: none"> • Orientación proporcionada para implementaciones y ajustes contextuales que puedan ser necesarios en diferentes entornos educativos. • Validación de la propuesta considerando las dimensiones pedagógica, metodológica, conceptual y contextual.

Resultados y productos a obtener

Los productos resultantes del diseño del kit PropMath incluyen guías metodológicas para docentes que contengan orientaciones teóricas y prácticas para la implementación de cada fase y módulo, guías de trabajo estructuradas para estudiantes que integren actividades graduadas según niveles de comprensión identificados, especificaciones detalladas de recursos y alternativas accesibles para diferentes contextos institucionales, instrumentos de evaluación diagnóstica, formativa y sumativa validados por expertos en educación matemática con experiencia específica en didáctica de la proporcionalidad, rúbricas específicas para la evaluación integrada de comprensión proporcional y eficacia resolutoria que operacionalicen el marco de correspondencias desarrollado, manual de implementación con orientaciones metodológicas detalladas que incluyan cronogramas sugeridos y criterios de adaptación contextual, y sistema de seguimiento y retroalimentación diferenciada que permita monitorear el progreso individual y grupal según los niveles de desarrollo identificados.

Los resultados esperados en futuras implementaciones comprenden la transición sistemática de estudiantes desde niveles básicos hacia niveles avanzados de comprensión proporcional fundamentada en el modelo integrado desarrollado, el mejoramiento correlacionado en eficacia de resolución de problemas matemáticos sustentado en la evidencia empírica obtenida

en la investigación, la reducción significativa del porcentaje de estudiantes ubicados en nivel cualitativo de comprensión proporcional desde el 59% inicial identificado, el incremento en los porcentajes de estudiantes que alcanzan niveles pre-proporcional y proporcional de comprensión mediante estrategias didácticas específicamente diseñadas, y el fortalecimiento de las conexiones significativas entre conocimientos matemáticos formales y contextos socioculturales relevantes para los estudiantes del Colegio José Manuel Restrepo.

Recursos necesarios para la aplicación de la propuesta en el contexto territorial

La implementación del kit PropMath requiere los siguientes recursos:

Recursos humanos: Docentes de matemáticas, docentes de básica primaria, coordinadores o directivas institucionales que contemplen espacios de capacitación para el trabajo con el material y el acompañamiento en aula.

Recursos materiales: Materiales impresos o digitales para estudiantes (guías del estudiante-docente), y sugerencias de implementación de recursos manipulativos (cubos, fichas, reglas, calculadoras básicas) y materiales de papelería.

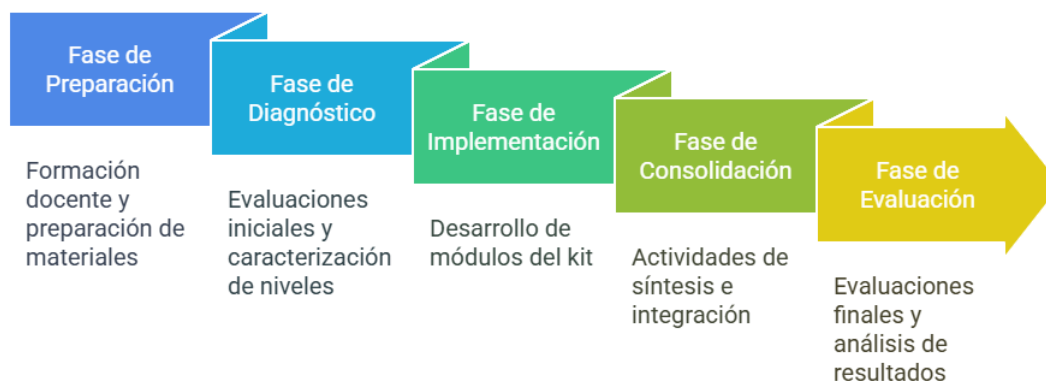
Recursos tecnológicos: Acceso a sala de informática con conexión a internet para actividades complementarias, proyector o televisor para presentaciones grupales, y software básico de hoja de cálculo para algunas actividades avanzadas.

Recursos temporales: Implementación durante un período académico sugerido de 8 a 10 semanas adaptada a la intensidad horaria de la asignatura, planeación curricular.

Cronograma de implementación (sugerencia metodológica)

La implementación del kit PropMath sugiere contemplar las siguientes fases:

FIGURA 10 CRONOGRAMA DE IMPLEMENTATION SUGERENCIA METODOLÓGICA



Fase de preparación (2 semanas): formación docente, preparación de materiales, y sensibilización a estudiantes y familias.

Fase de diagnóstico (1 semana): aplicación de evaluaciones iniciales y caracterización detallada de niveles de comprensión.

Fase de implementación (6 semanas): desarrollo de los módulos del kit según la secuencia didáctica establecida.

Fase de consolidación (1 semana): actividades de síntesis e integración de aprendizajes.

Fase de evaluación (1 semana): aplicación de evaluaciones finales y análisis de resultados.

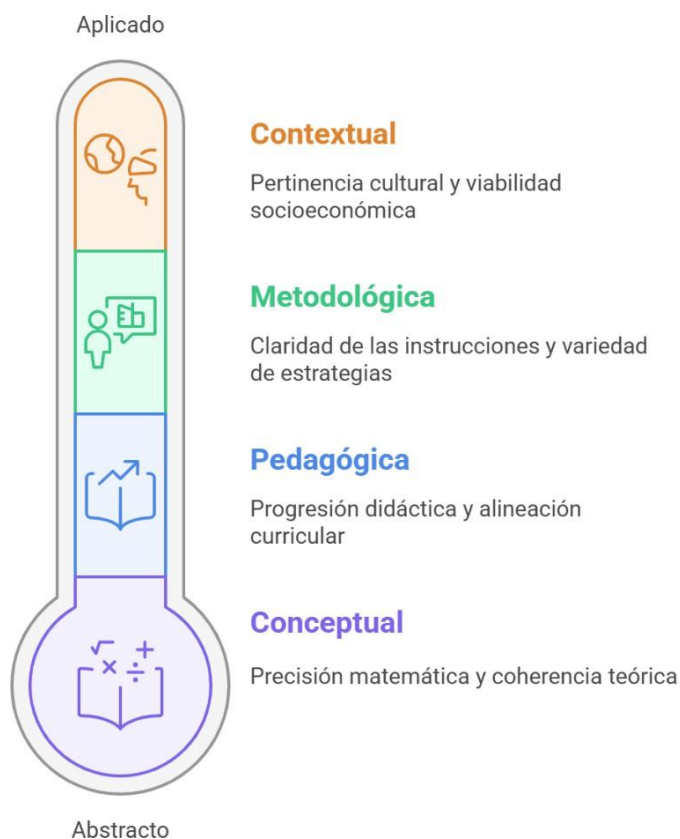
La validación del kit didáctico PropMath como estrategia de transformación educativa se fundamenta en un sistema integral de evaluación que abarca cuatro dimensiones para garantizar su pertinencia, validez y aplicabilidad en el contexto educativo específico. Este proceso de validación se estructura en validación por expertos el cuál acorde con (Landeta, 2006; Rowe & Wright, 2001), recolecta juicios de expertos de manera individual o grupal con el fin de evaluar la viabilidad y pertinencia de propuestas innovadoras en contextos educativos.

Este proceso permite evaluar tanto los componentes estructurales del kit como su potencial impacto en el desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos en primaria.

Indicadores y criterios de evaluación

Los indicadores de evaluación de la propuesta se organizan en cuatro dimensiones fundamentales, cada una con criterios específicos que permiten valorar la calidad y efectividad del kit PropMath:

FIGURA 11 DIMENSIONES PARA LA VALIDACIÓN DEL KIT PROP MATH



Dimensión pedagógica: Evaluando la coherencia entre los fundamentos teóricos y las actividades propuestas, la progresión didáctica desde niveles básicos hacia niveles avanzados de comprensión de la proporcionalidad y la integración entre los niveles de comprensión de la

proporcionalidad y los procesos de resolución de problemas, Así mismo la contextualización de las situaciones problema según las características socioculturales de los estudiantes y la alineación con los estándares curriculares de matemáticas.

Dimensión metodológica: Se evalúa la claridad y precisión de las instrucciones, la secuenciación lógica de las actividades, la variedad de estrategias didácticas incorporadas, y la flexibilidad para adaptarse a diferentes ritmos de aprendizaje. Los criterios específicos incluyen la implementación, la disponibilidad de recursos de apoyo para docentes, y la incorporación de elementos de evaluación formativa que permitan monitorear el progreso de los estudiantes.

Dimensión conceptual: Se evalúa la precisión matemática de los contenidos, la articulación entre diferentes representaciones de la proporcionalidad, la progresión desde conceptos concretos hacia abstracciones matemáticas, y la conexión con aplicaciones en contextos cotidianos. Los criterios incluyen la coherencia con los marcos teóricos de referencia, la correspondencia con las categorías fenomenológicas de Freudenthal, y la promoción del tránsito por las etapas de comprensión proporcional de Karplus.

Dimensión contextual: Se evalúa la pertinencia cultural de las situaciones problema, la consideración de las características socioeconómicas de la población objetivo, la relevancia de los contextos de aplicación para los estudiantes, y la viabilidad de implementación en instituciones educativas públicas con recursos limitados.

Instrumentos de validación

Para la evaluación integral de la propuesta se diseñó un instrumento que permitió obtener información para realizar ajustes al Kit PropMath (Ver anexo L)

Validación por juicio de expertos: Se contó con la participación de 5 pares expertos en el campo de la educación matemática y didáctica en primaria y secundaria en esta área del conocimiento con amplia experiencia docente en primaria. Con formación de Maestría y Doctorado en áreas relacionadas con educación.

Los expertos evaluaron el kit PropMath mediante una rúbrica estructurada que incluía 24 criterios organizados en las cuatro dimensiones mencionadas, utilizando una escala Likert de cinco niveles (1=Muy deficiente, 2=Deficiente, 3=Aceptable, 4=Bueno, 5=Excelente).

Los resultados mostraron una valoración promedio de 4.3 puntos, con todas las dimensiones superando el umbral de aceptabilidad establecido en 3.5 puntos. La dimensión pedagógica obtuvo la valoración más alta (4.6 puntos), seguida por la dimensión conceptual (4.4 puntos), la metodológica (4.2 puntos) y la contextual (4.0 puntos). (Ver anexo N)

Resultados de la validación

Los resultados del proceso de validación confirman que el kit PropMath cumple con los criterios de calidad establecidos para propuestas de transformación educativa:

Pertinencia: La propuesta responde a las necesidades reales identificadas en el diagnóstico de los estudiantes de grado quinto y en el análisis correlacional, abordando las dificultades específicas que enfrentan los estudiantes de quinto grado en la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos. La evidencia empírica que fundamenta el diseño garantiza que la propuesta aborda las problemáticas reales del contexto educativo.

Validez: El kit PropMath presenta una validez de contenido y conceptual respaldada por un proceso riguroso de juicio de expertos. Cinco expertos en educación matemática, con formación de maestría y doctorado, con amplia experiencia en el nivel de educación primaria y secundaria evaluaron la propuesta mediante una rúbrica estructurada en las dimensiones pedagógica, metodológica, conceptual y contextual. Los resultados de dicha validación evidenciaron altos niveles de aceptación en los criterios evaluados, confirmando la coherencia interna del diseño, la fundamentación teórica sólida y la pertinencia didáctica del kit.

Adicionalmente, en el marco de la tesis doctoral que sustenta esta propuesta, se realizó un pilotaje del instrumento diagnóstico diseñado para identificar los niveles de comprensión proporcional y las habilidades de resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado. Este pilotaje permitió verificar la confiabilidad, claridad y pertinencia del instrumento,

constituyéndose en una base empírica para el desarrollo del kit y fortaleciendo su validez global como estrategia didáctica basada en evidencia empírica.

Este pilotaje fue desarrollado en el apartado 4.2.2 de la tesis doctoral, correspondiente a la fase de validación empírica del instrumento diagnóstico. En él se aplicó el instrumento a una muestra de estudiantes de quinto grado, lo que permitió establecer niveles diferenciados de comprensión proporcional (cualitativa, relacional y cuantitativa) y tipos de estrategias utilizadas en la resolución de problemas. Los resultados evidenciaron una tendencia a permanecer en niveles relacionales y dificultades para aplicar estructuras multiplicativas. Además, se identificó una fuerte correlación entre la comprensión proporcional y la eficacia resolutoria, lo que fundamentó la necesidad de diseñar una intervención didáctica integrada como el kit PropMath. Estos hallazgos empíricos aportaron evidencia clave para estructurar los módulos del kit, definir la propuesta para la enseñanza- aprendizaje y orientar la propuesta metodológica desde un enfoque gradual y situado.

Factibilidad: La propuesta es viable para su implementación en el contexto institucional, considerando los recursos humanos, materiales y temporales disponibles, el diseño por módulos del kit permite una implementación gradual que se puede adaptar a las necesidades y condiciones específicas de la institución educativa.

Aplicabilidad: La estructura sistemática del kit PropMath, acompañada de guías detalladas para docentes e instrumentos de evaluación, facilita su utilización por parte de otros educadores dada la claridad de las instrucciones y la disponibilidad de recursos de apoyo garantizan la transferibilidad de la propuesta.

Generalización: Los principios metodológicos y estructurales del kit PropMath pueden ser adaptados y extendidos a otros contextos educativos similares, particularmente en instituciones públicas de educación básica primaria en Colombia.

Novedad y originalidad: La propuesta se diferencia significativamente de los recursos didácticos existentes al integrar de manera sistemática el desarrollo de la comprensión de la proporcionalidad con procesos de resolución de problemas fundamentándose en evidencia correlacional específica del contexto de aplicación. Esta aproximación basada en datos empíricos

a nivel de una institución local en Bogotá- Colomba constituye una innovación en el campo de la didáctica de las matemáticas.

Nivel de cumplimiento de requisitos de la propuesta de transformación

Pertinencia: El kit PropMath demuestra alta pertinencia al responder directamente a necesidades reales identificadas mediante evidencia empírica en el contexto específico del Colegio José Manuel Restrepo. El diagnóstico realizado reveló que el 59% de estudiantes se encuentran en nivel cualitativo de comprensión proporcional, caracterizado por reconocimiento de relaciones generales sin establecimiento de relaciones cuantitativas precisas, y un porcentaje similar se ubica en nivel básico de resolución de problemas, evidenciando resoluciones parcialmente correctas con errores sistemáticos en ejecución. La propuesta atiende específicamente estas dificultades mediante estrategias didácticas integradas fundamentadas en evidencia correlacional estadísticamente significativa ($Rho=0.948$, $p<0.001$) obtenida en el mismo contexto educativo, garantizando que las soluciones propuestas correspondan efectivamente a las problemáticas identificadas.

Validez: La propuesta cumple rigurosamente su función como estrategia didáctica integrada al estar fundamentada teóricamente en marcos conceptuales sólidos que incluyen la Teoría de la Objetivación de Radford, el modelo evolutivo de Karplus modificado según los hallazgos de la investigación, y las categorías fenomenológicas de Freudenthal aplicadas al contexto específico. La validez se confirma mediante la evaluación de cinco expertos en educación matemática con formación doctoral y experiencia específica en didáctica de la proporcionalidad y resolución de problemas, quienes otorgaron una valoración promedio de 4.3 sobre 5.0 puntos en las dimensiones pedagógica, metodológica, conceptual y contextual. La coherencia interna entre objetivos específicos formulados, fundamentos teóricos renovados y componentes operacionales diseñados garantiza tanto la validez de contenido como la validez de construcción de la propuesta, asegurando que el kit PropMath cumple efectivamente su propósito educativo.

Factibilidad: La implementación de la propuesta es plenamente viable considerando que los recursos humanos, materiales, tecnológicos, temporales e institucionales requeridos son accesibles y apropiados para instituciones educativas públicas de características similares al

Colegio José Manuel Restrepo. El tiempo de implementación propuesto de diez semanas académicas se ajusta apropiadamente al calendario escolar institucional y permite el desarrollo gradual de los tres módulos sin afectar otros componentes curriculares. Las estrategias didácticas diseñadas son compatibles con las competencias docentes actuales en el contexto, complementadas mediante un proceso de capacitación específica de dieciséis horas que proporciona las herramientas teóricas y metodológicas necesarias. La estructura modular del kit permite implementación progresiva según disponibilidad de recursos y condiciones institucionales específicas, facilitando adaptaciones contextuales sin comprometer la integridad conceptual de la propuesta.

Aplicabilidad: El diseño sistemático y detallado del kit PropMath, acompañado de documentación completa que incluye guías metodológicas para docentes, instrumentos de evaluación validados, manual de implementación con orientaciones claras y criterios de adaptación contextual, facilita su utilización por parte de otros educadores en contextos educativos similares.

La transferibilidad se garantiza mediante la descripción clara de procesos, criterios de evaluación, especificación de recursos y orientaciones para adaptaciones necesarias según características específicas de diferentes instituciones. La documentación permite que docentes con formación similar puedan implementar el kit adaptando los contextos socioculturales según las características de sus estudiantes.

Generalización: Los principios metodológicos y teóricos del kit PropMath permiten su extensión a otros contextos educativos con características similares. El marco de correspondencias nivel-eficacia desarrollado en la investigación es transferible a diferentes poblaciones estudiantiles mediante adaptaciones contextuales, así mismo la fundamentación en la Teoría de la Objetivación proporciona bases sólidas para adaptaciones culturales, mientras que el modelo metodológico puede replicarse en contextos donde existan correlaciones similares entre comprensión proporcional y eficacia resolutive, contribuyendo al avance del conocimiento en didáctica de las matemáticas.

Novedad y originalidad: La propuesta se diferencia de recursos didácticos existentes en el campo de la educación matemática al integrar el desarrollo de la comprensión proporcional con

procesos de resolución de problemas, fundamentándose en evidencia correlacional específica obtenida empíricamente en el contexto de aplicación.

La articulación entre la Teoría de la Objetivación de Radford y el modelo integrado proporcional-resolutivo desarrollado en esta investigación constituye una contribución teórica y metodológica original al campo de la didáctica de las matemáticas en educación primaria. La especificación del modelo contextualizado de resolución proporcional que adapta las fases clásicas de Pólya a contextos específicos de proporcionalidad representa una innovación metodológica que supera enfoques generales tradicionales.

El principio de integración correlacional establecido para competencias con correlaciones superiores a 0.90 constituye un aporte teórico que puede orientar futuras investigaciones y desarrollos didácticos en educación matemática.

Transformación del estado del problema en el contexto de la muestra seleccionada

La aplicación futura del kit PropMath en el contexto específico del Colegio José Manuel Restrepo generará una transformación fundamentada en el estado actual del problema científico identificado en esta investigación. La situación diagnóstica inicial evidenció que el 59% de estudiantes de quinto grado permanecen en nivel cualitativo de comprensión proporcional, caracterizado por reconocimiento de relaciones generales entre cantidades sin lograr el establecimiento de relaciones cuantitativas precisas necesarias para el desarrollo del pensamiento multiplicativo, mientras que un porcentaje similar se ubicó en nivel básico de resolución de problemas, evidenciando resoluciones parcialmente correctas con errores sistemáticos en ejecución y desarrollo de estrategias, limitaciones en procesos de verificación y dificultades para comunicar procedimientos utilizados.

La implementación sistemática del kit PropMath, fundamentada en la evidencia correlacional estadísticamente significativa de $Rho=0.948$ entre comprensión proporcional y eficacia resolutiva, facilitará la transición progresiva y estructurada de estudiantes hacia niveles más avanzados mediante estrategias didácticas integradas que abordan simultáneamente la comprensión conceptual y el desarrollo de eficacia procedimental contextualizada en situaciones significativas para los estudiantes.

Esta transformación se materializará específicamente en el incremento significativo del porcentaje de estudiantes que logran alcanzar niveles pre-proporcional y proporcional de comprensión mediante el desarrollo de habilidades para establecer relaciones multiplicativas, aplicar estrategias de covariación y utilizar formalmente razones y proporciones, acompañado de mejoramiento correlacionado en niveles alto y superior de resolución de problemas matemáticos que incluyen planificación estratégica efectiva, ejecución correcta de procedimientos, verificación sistemática de resultados y comunicación clara de procesos resolutivos.

De esta manera, las limitaciones actuales identificadas en el diagnóstico se transformarán en fortalezas matemáticas consolidadas que contribuyan efectivamente al éxito académico estudiantil y a la aplicación significativa de conocimientos matemáticos en contextos cotidianos relevantes, cumpliendo así de manera integral con el objetivo general de la investigación y aportando una solución teóricamente fundamentada, empíricamente sustentada y metodológicamente viable al problema científico planteado en el contexto educativo específico del Colegio José Manuel Restrepo.

CONCLUSIONES

La investigación tuvo como objetivo diseñar una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuya al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el kit PropMath para estudiantes de quinto grado de educación primaria. A través de un enfoque cuantitativo de tipo correlacional desarrollado en el Colegio José Manuel Restrepo de Bogotá- Colombia, se logró establecer relaciones estadísticamente significativas entre las variables estudiadas, cumpliendo con los objetivos planteados y confirmando las hipótesis de investigación.

Con relación al primer objetivo específico, el análisis de los niveles de comprensión de la proporcionalidad y los procesos de resolución de problemas en estudiantes de quinto grado se identificó un escenario en el que el 59% de los estudiantes encontraron en un nivel cualitativo de comprensión de la proporcionalidad, donde reconocen relaciones generales entre cantidades pero no establecen relaciones cuantitativas precisas, además un 20% se ubicaron en el nivel aditivo, aplicando estrategias incorrectas basadas en diferencias en lugar de relaciones multiplicativas.

Paralelamente, en los procesos de resolución de problemas, el 59% de los estudiantes se ubicaron en un el nivel básico, caracterizado por resoluciones parcialmente correctas donde plantean estrategias, pero cometen errores en su ejecución y desarrollo, en este aspecto únicamente el 8.1% alcanzó los niveles alto y superior, que implican no solo la resolución correcta sino también la explicación del proceso y la búsqueda de soluciones alternativas.

Estos resultados dan evidencia de las dificultades persistentes que enfrentan los estudiantes de grado quinto para tener una comprensión de la proporcionalidad y aplicarlo efectivamente en contextos de resolución de problemas, coincidiendo con los planteamientos de autores como Castillo et al. (2022) y Godino y Burgos (2023).

Respecto al segundo objetivo específico, se logró determinar correlaciones estadísticamente significativas entre las variables estudiadas que fundamentan el diseño de una estrategia didáctica integrada. La correlación más relevante se estableció entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos, obteniendo un coeficiente Rho de Spearman de 0.948 ($p < 0.001$), lo que indica una correlación positiva muy fuerte.

Este resultado confirma que los estudiantes con mayor comprensión de la proporcionalidad tienden a mostrar mayor eficacia en la resolución de problemas matemáticos, validando la hipótesis principal de la investigación. Estos hallazgos proporcionan evidencia empírica sobre la naturaleza integrada del aprendizaje matemático, respaldando los planteamientos teóricos de Radford (2018) sobre la Teoría de la Objetivación, donde los conceptos y procesos matemáticos no se desarrollan de manera aislada sino en estrecha interrelación a través de prácticas socioculturales compartidas.

En cuanto al tercer objetivo específico, el diseño del kit didáctico PropMath se fundamentó en la evidencia correlacional obtenida y las necesidades identificadas en el contexto educativo, en este sentido la fuerte correlación encontrada entre las variables permite justificar un enfoque pedagógico integrado que aborde simultáneamente la comprensión de la proporcionalidad y los procesos de resolución de problemas, es así como el kit PropMath en su diseño incorpora elementos didácticos, conceptuales y metodológicos diseñados para responder a los niveles de comprensión identificados en la muestra, facilitando la progresión desde niveles básicos hacia niveles más avanzados de pensamiento matemático.

La propuesta incluye actividades graduadas en dificultad que abordan las tres categorías fenomenológicas de Freudenthal (1986), situaciones problema contextualizadas que conectan el aprendizaje con experiencias significativas para los estudiantes, y recursos metodológicos que integran los cuatro procesos de resolución de problemas de Pólya (1945) con el desarrollo progresivo del razonamiento proporcional según las etapas de Karplus (1983).

Los resultados de esta investigación contribuyen al campo de la educación matemática desde un nivel teórico dado que aporta evidencia empírica sobre la relación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas así mismo, la investigación enriquece el enfoque semiótico-cultural propuesto por Radford al demostrar cómo los procesos de objetivación se manifiestan en el aprendizaje de la proporcionalidad y su relación con la resolución de problemas en un contexto específico. Por otra parte, permite aportar a los modelos clásicos de desarrollo del pensamiento proporcional al explorar empíricamente cómo las distintas etapas de comprensión de la proporcionalidad se correlacionan con los procesos de resolución de problemas en estudiantes de educación primaria.

Desde la perspectiva práctica, la investigación ofrece una respuesta a las necesidades educativas identificadas en el contexto local- institucional, proporcionando un recurso didáctico fundamentado en evidencia empírica que puede transformar las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la proporcionalidad y la resolución de problemas, es por ello que el kit PropMath representa una innovación en los recursos disponibles para la educación matemática primaria, al integrar de manera sistemática el desarrollo conceptual y procedimental en un solo material didáctico.

La metodología empleada también constituye un aporte significativo, al demostrar la viabilidad y efectividad de enfoques correlacionales para fundamentar el diseño de estrategias didácticas en educación matemática. Los instrumentos desarrollados y validados pueden servir como referencia para futuras investigaciones sobre competencias matemáticas en primaria, así como para otros investigadores interesados en estudiar relaciones entre distintos aspectos del aprendizaje matemático.

En síntesis, esta investigación logró cumplir con el objetivo general planteado, al diseñar una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuye al desarrollo integrado

de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos. Los resultados confirman la hipótesis planteada sobre la existencia de correlaciones estadísticamente significativas entre estas variables, proporcionando una base sólida para propuestas pedagógicas integradas que superen los enfoques fragmentados tradicionales y promuevan un aprendizaje matemático más coherente y significativo en la educación primaria.

RECOMENDACIONES

Desde el punto de vista metodológico:

Se recomienda para futuras investigaciones implementar diseños experimentales o cuasiexperimentales que permitan evaluar la efectividad del kit PropMath mediante su aplicación en grupos de control y experimentales, lo que proporcionaría evidencia sobre el impacto real de la estrategia didáctica en el aprendizaje de los estudiantes. Asimismo, se sugiere complementar los enfoques cuantitativos con metodologías cualitativas, como estudios de caso o investigación-acción, que permitan comprender en profundidad los procesos cognitivos y socioculturales involucrados en el desarrollo del pensamiento proporcional y las habilidades de resolución de problemas.

Se recomienda ampliar la muestra de estudio incluyendo instituciones educativas de diferentes contextos socioeconómicos y geográficos, lo que permitiría generalizar los hallazgos y validar la aplicabilidad de la estrategia didáctica en diversos entornos educativos. Además, se sugiere desarrollar estudios longitudinales que permitan analizar la evolución del razonamiento proporcional y las habilidades de resolución de problemas a lo largo del tiempo, identificando factores que facilitan u obstaculizan este desarrollo.

La metodología empleada en esta investigación puede adaptarse para el estudio de otras relaciones conceptuales en matemáticas, como la correlación entre pensamiento algebraico y resolución de problemas, o entre comprensión geométrica y razonamiento espacial. También se recomienda aplicar enfoques similares en otras áreas del conocimiento donde existan competencias interrelacionadas que puedan beneficiarse de estrategias didácticas integradas.

Desde el punto de vista académico:

Se recomienda a las instituciones de educación superior que ofertan programas de formación docente incorporar en sus currículos espacios para el estudio de la didáctica de la proporcionalidad y la resolución de problemas, enfatizando enfoques integrados fundamentados en evidencia empírica.

Las instituciones educativas deben promover procesos de formación y cualificación docente que permitan el desarrollo de competencias para la enseñanza integrada de la proporcionalidad y la resolución de problemas. Estos procesos deben incluir componentes teóricos sobre los fundamentos conceptuales y metodológicos de estos campos, así como componentes prácticos que permitan a los docentes experimentar y evaluar estrategias didácticas innovadoras.

Se sugiere fomentar la investigación interdisciplinaria que permita explorar las conexiones entre la comprensión de la proporcionalidad y otras áreas del conocimiento, como las ciencias naturales y sociales, donde este tipo de razonamiento tiene aplicaciones directas.

Recomendaciones prácticas:

En el Colegio José Manuel Restrepo se recomienda implementar el kit PropMath como parte de su propuesta pedagógica institucional, desarrollando un plan piloto que permita evaluar su efectividad y realizar los ajustes necesarios según las características específicas de la comunidad educativa, así mismo establecer procesos de seguimiento y evaluación que documenten el impacto de la estrategia en el aprendizaje de los estudiantes y en las prácticas docentes.

Se sugiere a la institución promover espacios de socialización y reflexión pedagógica donde los docentes puedan compartir experiencias sobre la implementación de enfoques integrados para la enseñanza en el campo de la educación matemática, estos espacios facilitan la construcción colectiva de conocimiento pedagógico y el fortalecimiento de las prácticas educativas. A nivel de política educativa local se recomienda considerar los hallazgos de esta investigación para la revisión y actualización de currículos en el área de matemáticas y planes de estudio a un enfoque más integrado que reconozcan las correlaciones entre diferentes competencias matemáticas fundamentales.

Finalmente, se recomienda a editoriales y desarrolladores de recursos educativos considerar los principios y hallazgos de esta investigación para el diseño de materiales didácticos y digitales que promuevan el desarrollo integrado de competencias matemáticas, superando los

enfoques fragmentados que han caracterizado tradicionalmente los recursos educativos disponibles en el mercado.

BIBLIOGRAFÍA

Acosta-Gutiérrez, M. E. (2021). La transversalidad de la matemática en la educación básica: una propuesta didáctica. *Enseñanza de las Ciencias*, 39(2), 277–296.

Alfonso, B. G. (1999). Tendencias metodológicas en la enseñanza de la proporcionalidad derivadas del análisis de libros antiguos. El caso de los problemas de compañías. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa RELIME*, 2(2–3), 19–29. <https://www.redalyc.org/pdf/335/33520303.pdf>

Arce, M., Arnal-Palacián, M., Conejo, L., García-Alonso, I., & Méndez-Coca, M. (2022). Matemáticas transversales. <http://funes.uniandes.edu.co/31060/>

Ayan, E., & Işıksal-Bostan, S. (2022). Improving middle school students' proportional reasoning through STEM activities. *International Journal of STEM Education*, 9(1), 1–17. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1339891>

Barrera, H. F. (2021). Resolución de problemas, pensamiento numérico y variacional en básica primaria: una revisión. *Educación y Ciencia*, (25), e12594–e12594.

Behr, M. J., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). *Rational numbers: An introduction to proportional reasoning*. Lawrence Erlbaum Associates.

Behr, M. J., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (2006). Número racional, relación. En D. Grouws (Ed.), *Manual de investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: Un proyecto del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas* (p. 296).

Buforn, Á., & Fernández, C. (2013). Razonamiento proporcional: conocimiento especializado de contenido matemático en estudiantes para maestro de primaria. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/6225/1/Buforn2013RazonamientoSEIEM.pdf>

Burgos, M., Beltrán, P., & Godino, J. D. (2020). Reconocimiento de niveles de algebrización en una tarea de proporcionalidad por futuros profesores y estudiantes del máster de secundaria. *Educación Matemática*, 32(2), 9–34.

Burgos, M., Beltrán-Pellicer, P., & Godino, J. D. (2018). Pensamiento algebraico temprano de alumnos de quinto de primaria en la resolución de una tarea de proporcionalidad. En Rodríguez-Muñiz, L. J., Muñiz-Rodríguez, L., Aguilar-González, Á., Alonso, P., García, F. J., & Bruno, A. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 181–190). Universidad de Oviedo. <http://funes.uniandes.edu.co/13800/1/Burgos2018Pensamiento.pdf>

Butto, C. M., Fernández, J. D., Araujo, D. C., & Ramírez, A. B. (2019). El razonamiento proporcional en educación básica. *Horizontes Pedagógicos*, 21(2), 39–52.

Castellanos, A. F., & Guerrero, A. (2020). Desempeño académico en matemáticas y desigualdades educativas en Colombia: análisis de los factores asociados a los resultados de las pruebas SABER. *Revista Colombiana de Educación*, (79), 113–136. <https://doi.org/10.17227/rce.num79-9933>

Castillo, M. J., Burgos, M., & Godino, J. D. (2022). Guía de análisis de lecciones de libros de texto de matemáticas en el tema de proporcionalidad. *Uniciencia*, 36(1), 234–252.

Causado, R. V. (2013). Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de educación básica primaria (9–10 años). *Revista Científica*, 225–231. <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/revcie/article/view/6546/8071>

Causado, R. V. (2014). Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de educación básica primaria (9–10 años). *Revista Científica*, 225–231. <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/revcie/article/view/6546/8071>

Chocaiz, M., Martelo, Y., & Blanquicet, R. (2019). El método de investigación acción en el área educativa: Un ejercicio pertinente e inclusivo para los formadores del siglo XXI. *Revista Oratores. Universidad Metropolitana de Educación, Ciencia y Tecnología*. <http://portal.amelica.org/ameli/jatsRepo/328/3281345007/3281345007.pdf>

Cisneros, J. W., & Castro, W. F. (2017). Objetivación de la razón y la relación parte-todo mediante la medición: un estudio con niños de séptimo grado. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, 10(1), 21–36. <https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/361>

Dole, S., Clarke, D., Wright, T., & Hilton, G. (2012). Students' proportional reasoning in mathematics and science. En L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (3ra ed., pp. 195–202). Routledge

Dole, S., Clarke, D., Wright, T., & Hilton, G. (2012). Students' proportional reasoning in mathematics and science. En *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 195–202). International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et cognition: Recherches sémiotiques en mathématiques*. Peter Lang.

Duval, R. (2010). Sémiosis, pensamiento humano y actividad matemática. *Amazonia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, 6(1), 126–143. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5870410>

Espino, G., González, M., & Gutiérrez, J. (2018). La transversalidad: un acercamiento a la matemática desde las ciencias naturales y sociales. <http://funes.uniandes.edu.co/13641/1/Espino2018La.pdf>

Fernández-Batanero, M. C., & Fernández-Pérez, J. A. (2020). La enseñanza de la proporcionalidad en la educación primaria: una perspectiva desde las categorías de Freudenthal. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 17(3), 1–18.

Fernández, F. C., López, J. A. J., & Ruiz, J. G. S. (2024). La teoría de la objetivación y la educación matemática. *RD-ICUAP*, 55–69.

Fernández-Pérez, J. A. (2012). Categorías para la comprensión de la proporcionalidad. *Revista de Educación*, 361, 233–254.

Fernández-Plaza, J. A., Rico, L., & Castro, E. (2021). Conexiones matemáticas en la educación primaria: una revisión de investigaciones recientes. *Educación Matemática*, 33(1), 49–76. <https://doi.org/10.24844/EM3301.03>

Fiol, M. L., & Fortuny, J. M. (1990). *Proporcionalidad directa: la forma y el número*.

Freudenthal, H. (1986). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Kluwer Academic Publishers.

Gamarra Astuhuaman, G., & Pujay Cristóbal, O. E. (2021). Resolución de problemas, habilidades y rendimiento académico en la enseñanza de la matemática. *Revista Educación*, 45(1), 176–189.

García-Rodríguez, M. T., & Hernández-Ramos, M. J. (2016). Las categorías Freudenthal para la comprensión de la proporcionalidad: una propuesta didáctica. *Enseñanza de las Ciencias*, 34(3), 329–346.

Godino, J. D., & Burgos, M. (2023). Articulación de modalidades de significados de la proporcionalidad como objeto de enseñanza en primaria y secundaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 37(77), 1463–1491.

Godino, J. D., Beltrán-Pellicer, P., & Burgos, M. (2020). Concordancias y complementariedades entre la teoría de la objetivación y el enfoque ontosemiótico. *RECME - Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 5(2), 51–66.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). *Fundamentos de la didáctica de la matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Gómez, M. T., & García, E. (2019). Resolución de problemas y rendimiento académico en matemáticas en estudiantes de educación primaria. *Revista de Investigación Educativa*, 37(1), 15–34.

Hernández, L. J. M., & Ortega, F. J. R. (2023). Aportes, alcances y limitaciones de los enfoques de resolución de problemas de George Pólya, Alan H. Schoenfeld, y Frederick Reif en

el aprendizaje de las matemáticas. *Zona Próxima*, (39).
http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S2145-94442023000200128&script=sci_arttext

Hilton, A., & Hilton, G. (2016). Proportional reasoning: An essential component of scientific understanding. *Teaching Science*, 62(4), 32–42.
<https://search.informit.org/doi/10.3316/informit.475176477252213>

ICFES. (2022). *Reporte de resultados de las pruebas SABER*. Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación.

ICFES. (2023). *Matemáticas 5° grado - 3579*. Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación.
https://www.icfes.gov.co/documents/39286/6158201/26_01_23_Matematicas5_3579.pdf

Im, S. H., & Jitendra, A. K. (2020). Analysis of proportional reasoning and misconceptions among students with mathematical learning disabilities. *The Journal of Mathematical Behavior*, 57, 100753.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación - ICFES. (2023). *Matemáticas 5° grado - 3579*.
https://www.icfes.gov.co/documents/39286/6158201/26_01_23_Matematicas5_3579.pdf

Izzatin, M., Waluya, S., Rochmad, Kartono, Dwidayati, N., & Dewi, N. (2021). Students' proportional reasoning in solving non-routine problems based on mathematical disposition. *Journal of Physics: Conference Series*, 1918(4).
<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1918/4/042114>

Karplus, R. (1983). Early adolescents' proportional reasoning on "rate" problems. *Educational Studies in Mathematics*, 14(3), 219–233.

Karplus, R. (1989). The history of proportional reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 307–316.

Kokkonen, T., & Schalk, L. (2022). The role of prior knowledge and intelligence in gaining from a training on proportional reasoning. *Journal of Educational Psychology*, 114(2), 293–309.

Lamon, S. J. (1994). Razón y proporción: Fundamentada en unitización y normación. En J. Confrey & G. Harel (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 89–120). State University of New York Press.

Lamon, S. J. (2007). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential ideas and research-based strategies*. National Council of Teachers of Mathematics.

Mardika, F., & Mahmudi, A. (2021). Un análisis de la capacidad de razonamiento proporcional de los estudiantes de secundaria. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 8(1), 22–32. <https://journal.uny.ac.id/index.php/jrpm/article/view/14995/15958>

Martínez Juste, S. (2022). Diseño, implementación y análisis de una propuesta didáctica para la proporcionalidad en el primer ciclo de secundaria. <https://horizontespedagogicos.iberro.edu.co/article/view/hop.21204>

Martínez-Luaces, V., & Rico, R. (2022). Resolución de problemas en matemáticas y su relación con el desempeño académico. *Revista de Educación Matemática*, 37(2), 56–78.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. MEN.

Miranda, I., Radford, L., & Guzmán, J. (2013). Un origen matemático vs. dos orígenes fenomenológicos: la significación del movimiento de objetos respecto del punto (0,0). *REDIMAT Journal of Research in Mathematics Education*, 2(2), 183–208. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4779968>

Mochón Cohen, S. (2012). Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el manejo de la regla de tres. *Educación Matemática*, 24(1), 133–157. <https://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v24n1/v24n1a6.pdf>

Navarro, M. B., & Godino, J. D. (2020). Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad: Implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (18), 1–20. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7799247>

Obando, G., Vasco, C. E., & Arboleda, L. C. (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(1), 59–81. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362014000100004&script=sci_abstract&tln_g=pt

OECD. (2022). *PISA 2022 Results (Volume I): What students know and can do*. OECD Publishing.

Oller Marcén, A. M., & Gairín Sallán, J. M. (2013). La génesis histórica de los conceptos de razón y proporción y su posterior aritmetización. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 16(3), 317–338. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=s1665-24362013000300003&script=sci_arttext

Olteanu, A., & Stables, A. (2018). Aprendizaje y adaptación desde una perspectiva semiótica. *Estudios de Sistemas de Señales*, 46(4), 463–482. <https://pdfs.semanticscholar.org/984c/160e540baa228afc9bbc637fb4b5d4b5870e.pdf>

Pantano-Mogollón, L. (2021). Emergencia y evolución de formas de pensamiento aditivo asociadas al vector conteo simple. *Góndola: Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 16(3), 538–552.

Piaget, J. (1976). *The child's conception of number*. Routledge & Kegan Paul. <https://www.taylorfrancis.com/books/mono/10.4324/9781315006222/child-conception-number-jean-piaget>

Piñeiro, J. L., Castro Rodríguez, E., & Castro Martínez, E. (2019). Componentes de conocimiento del profesor para la enseñanza de la resolución de problemas en educación primaria.

Pólya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Relime* (Número especial), 103–129. <http://funes.uniandes.edu.co/9703/>

Radford, L. (2015). Methodological aspects of the theory of objectification. *Perspectivas da Educação Matemática*, 8(18). <https://desafioonline.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/1463/970>

Radford, L. (2018). The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. En C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5-to 12-year-olds* (pp. 3–25). Springer.

<http://www.luisradford.ca/pub/2018%20-%20Radford%20-%20The%20emergence%20of%20symbolic%20algebraic%20thinking%20-%20web.pdf>

Radford, L. (2020). El aprendizaje visto como saber y devenir: una mirada desde la teoría de la objetivación. *REMATEC*, 15(36), 27–42.

Rogora, E., & Tortoriello, F. S. (2021). Interdisciplinarity for learning and teaching mathematics. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 35, 1086–1106. <https://www.scielo.br/j/bolema/a/SWZt6FGCqTDGBKfS5cqyrHN/?format=html&lang=en>

Rojas, P. J., & Vergel, R. (2018). Iniciación al álgebra y pensamiento algebraico temprano: actividades para orientar el trabajo en el aula. *RECME - Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 3(1), 19–30. <http://funes.uniandes.edu.co/12714/>

Sánchez, M., López, J., & Rodríguez, P. (2021). Correlaciones entre habilidades matemáticas: Un análisis desde la educación primaria. *Revista Educativa de Innovación*, 12(3), 45–67.

Schoenfeld, A. H. (2016). *Learning to think mathematically*. Routledge. <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/002205741619600202>

Thompson, P. J., Sorensen, J. L., & Geary, D. C. (2020). The development of proportional reasoning in the context of physics problem solving. *Journal of Research in Science Teaching*, 57(10), 1463–1488. <https://www.jstor.org/stable/3481919>

Vergel, R. (2021). Un acercamiento a la teoría de la objetivación. *Foro EMAD*, 23 de octubre de 2021. <http://funes.uniandes.edu.co/23527/>

Weiland, T., Orrill, C. H., Nagar, G. G., Brown, R. E., & Burke, J. (2021). Elaborar una comprensión sólida del razonamiento proporcional para los docentes. *Revista de Formación de Profesores de Matemáticas*, 24, 179–202. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10857-019-09453-0>

Yusof, Y. M., & Tall, D. O. (2020). The role of planning in mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 105(1), 1–24. <https://link.springer.com/article/10.1003/A:1003456104875>

Zabaleta Castillo, L. J. (2019). *Estrategias de enseñanza para el razonamiento proporcional en estudiantes de educación básica primaria* (Tesis de maestría). Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. <https://repository.udistrital.edu.co/bitstream/handle/11349/22869/ZabaletaCastilloLuzJanneth2019.pdf>

Zúñiga Rodríguez, M., & Aponte Gutiérrez, I. (2021). Método de Pólya como estrategia para el desarrollo de estructuras del pensamiento en las matemáticas en estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Rural El Lobo del municipio de Puerto Rico Caquetá. *CECAR*. <https://repositorio.cecar.edu.co/handle/cecar/2429>

ANEXOS

- Anexo A Carta de autorización institucional.



**SOLICITUD DE AUTORIZACIÓN PARA LA RECOLECCIÓN DE DATOS A
DOCENTES EN PROCESO DE INVESTIGACIÓN.**

DATOS DE IDENTIFICACIÓN DEL SOLICITANTE
Nombre y apellidos del investigador: Diana Carolina Ramírez Moyano
Entidad / Institución: Doctorando en Educación e Innovación
Correo electrónico: dianacarolina0614@gmail.com

Título: Estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuye al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el diseño del kit PropMath en estudiantes de quinto grado de educación primaria.

Objetivos General: Diseñar una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuya al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el kit PropMath para estudiantes de quinto grado de educación primaria

Objetivos Específicos:

1. Analizar los niveles de comprensión de la proporcionalidad y los procesos de resolución de problemas en estudiantes de quinto grado.
2. Determinar la correlación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos como base empírica para la estrategia.
3. Diseñar el kit PropMath como propuesta didáctica fundamentada en los hallazgos de la investigación.

Pregunta de investigación:

¿Qué características debe tener una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional para contribuir al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el diseño del kit PropMath en estudiantes de quinto grado de la institución educativa José Manuel Restrepo de Bogotá durante el periodo 2024?

Justificación:

La investigación responde a una necesidad educativa contextualizada: mejorar el bajo desempeño en competencias matemáticas clave (proporcionalidad y resolución de problemas) mediante un recurso didáctico que integre ambas dimensiones de forma progresiva, situada y basada en evidencia. El kit PropMath se fundamenta teóricamente en la Teoría de la Objetivación y se alinea con marcos curriculares nacionales, buscando impactar en estudiantes, docentes e instituciones educativas públicas.

Tipo de Diseño: Cuantitativo, correlacional, no experimental.

Alcance del estudio: Explicativo, al buscar comprender la relación entre dos variables (proporcionalidad y resolución de problemas) y proponer una intervención fundamentada en dicha relación.



Tiempo de aplicación de los instrumentos: el tiempo promedio para la implementación del instrumento será de una sesión de 2 horas de clase.

Lugar de recolección de la información: la información se recolectará a partir de la implementación de un guía diagnóstico con problemas asociados a proporcionalidad matemática y procesos de resolución de problemas.

INFORMACIÓN RELEVANTE RESPECTO A LA SOLICITUD

La información recolectada tiene uso netamente científico y estará protegida por el anonimato, la confidencialidad y será tratada de acuerdo con las leyes vigentes de Colombia, en ningún momento se identificarán a las personas participantes o implicadas en la investigación ni se usarán los resultados para discriminar a algún ser humano o institución.

INFORMACION SOBRE LA SOLICITUD

Procedimiento para realizar: En caso de que la rectoría autorice mediante correo electrónico o vía WhatsApp la recolección de datos se solicita espacio para compartir enlace a docentes. Con relación a estudiantes se proyecta trabajo con estudiantes en las sesiones de clase en jornada acorde a horario académico.

El solicitante se compromete a:

1. Realizar únicamente la recolección de la información autorizada.
2. Una vez terminada la investigación, se presentarán los resultados a la comunidad educativa de Jose Manuel Restrepo IED.
3. Esta autorización solamente aplica para la realización del trabajo referenciado arriba. Si se requiere ampliación, se solicitará nuevamente el correspondiente permiso.
4. Mantener la confidencialidad y la seguridad de la información de los participantes, haciendo uso de esta únicamente para lo expuesto en esta solicitud
5. Para presentaciones públicas de la información recolectada se darán los créditos correspondientes a las instituciones educativas que incluyan la procedencia de los datos.

Firma del solicitante:

Fecha: 24/09/2023

Diana Carolina Ramirez Moyano

C.C. 1032418356

Celular: 3125255039

- **Anexo B Autorización Colegio firmado**

RESPUESTA A LA SOLICITUD:

Tras la verificación de lo expuesto en esta solicitud en relación con el uso de la información, el procedimiento propuesto y la pertinencia del mismo, esta solicitud es:

Autorizada: No autorizada:

Observaciones:

Teniendo en cuenta la confidencialidad de datos de estudiantes es importante mencionar que los padres de familia al inicio del año escolar en la matrícula firmaron consentimientos informados y estos se encuentran en la secretaría de la institución.

En constancia de lo anterior firma:

Fecha: 23/10/23

Nombre:

Rector de la institución educativa ... José... Manuel Restrepo

● **Anexo C Formato consentimientos informado.**

Consentimiento Informado para Participación en Investigación

Nombre de la Institución: Colegio José Manuel Restrepo

Investigador Principal: Diana Carolina Ramírez Moyano

Título de la Investigación: "Correlación entre la Resolución de Problemas y la Comprensión de la Proporcionalidad en Estudiantes de Quinto Grado"

Objetivo de la Investigación: Determinar la correlación entre los procesos de resolución de problemas y la comprensión de la proporcionalidad en estudiantes de quinto grado con diferentes niveles de desempeño académico en una institución pública de Bogotá-Colombia.

Descripción de la Investigación: Este estudio emplea un diseño no experimental y correlacional. No se manipularán variables independientes, sino que se observarán y analizarán las relaciones existentes entre las variables. Se utilizará un enfoque cuantitativo con un alcance descriptivo e interpretativo. Los datos serán recolectados a través de un instrumento validado por expertos, que consiste en 14 situaciones problema relacionadas con la proporcionalidad matemática.

Beneficios de la Participación: La participación en esta investigación no conlleva riesgos para los estudiantes. Los beneficios incluyen el fortalecimiento de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas a través de escenarios contextualizados y cercanos al estudiante, lo que puede mejorar su desempeño académico y comprensión de la proporcionalidad.

Confidencialidad y Protección de Datos: La información recolectada será tratada con estricta confidencialidad. Los datos personales y académicos de los estudiantes serán codificados para proteger su identidad. Los resultados de la investigación se presentarán de forma agregada, sin identificar a ningún estudiante en particular.

Derechos de los Participantes: Los representantes legales de los estudiantes tienen el derecho de retirar su consentimiento en cualquier momento, sin que esto afecte la relación con la institución educativa. Los participantes pueden plantear cualquier duda o inquietud relacionada con los procedimientos de la investigación en cualquier momento.

Consentimiento: Yo, _____, identificado(a) con documento No. _____, en calidad de representante legal de _____ identificado(a) con documento de identidad No. _____ del grado _____, autorizo de manera libre y voluntaria la participación de mi hijo(a) en la investigación "Correlación entre la Resolución de Problemas y la Comprensión de la Proporcionalidad en Estudiantes de Quinto Grado".

Entiendo y acepto que:

1. Los datos personales y académicos recolectados serán utilizados exclusivamente para fines de la investigación y tratados con total confidencialidad.
2. No existen riesgos asociados con la participación en esta investigación.
3. Los beneficios están relacionados con el mejoramiento de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
4. Tengo el derecho de retirar mi consentimiento en cualquier momento.
5. Puedo contactar al investigador principal para resolver cualquier duda o inquietud.

Contacto del Investigador Principal: Diana Carolina Ramírez Moyano Correo electrónico: dcarra@colegiojmr2162educacionbogota.edu.co

Fecha:

Firma del Representante Legal:

Firma del Investigador Principal:

● Anexo D Formato consentimiento informado y uso de datos personales e imagen



SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
AUTORIZACIÓN Y CONSENTIMIENTO INFORMADO
USO DE DATOS PERSONALES E IMAGEN
AÑO 2023

Yo, _____, identificado (a) con documento

Nº _____, obrando como acudiente y/o representante legal de la menor de edad

_____ identificada con

documento de identidad N° _____ del grado _____,

de conformidad con lo dispuesto en las normas vigentes sobre protección de datos personales, en especial las Leyes 1581 de 2012, 1712 de 2014, 1098 de 2006 Código de la Infancia y la Adolescencia, Directiva 005 del 25 de julio

2019 de la Secretaría Jurídica Distrital, los Decretos 1377 de 2013, 1074 de 2015, 1081 de 2015, Sentencia T 280 de 2012 y Sentencia C-748 de 2011 de la H. Corte Constitucional y Concepto No. 13-33980 de 2013 y Resolución 43530 de 2018 emitido por la Superintendencia de Industria y Comercio, C-070-2016. 17 de enero de 2017 Procuraduría General de la Nación, Concepto **manifiesto de manera libre y voluntaria, que autorizo en forma expresa e inequívoca** a la SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO D.C., y a la ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ D.C., para que realice la recolección y tratamiento de datos personales que suministro de manera veraz y completa en el presente documento, datos que serán utilizados para la formalización de matrícula de los estudiantes de Educación Inicial, Básica Primaria, Secundaria y Media en el marco de la Resolución 2797 de 2022, "Por el cual se establece el proceso de gestión de la cobertura 2023-2024 en el Sistema Educativo Oficial de Bogotá Distrito Capital" y para tratamiento de información autorizado por la ley para fines históricos, estadísticos o científicos que requiera la SED.

Entiendo que el responsable del tratamiento de los datos autorizados es la SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO, NIT: 899.999.061-9, ubicada en la Avenida Eldorado # 66 —03 - Teléfono 3241000 y que la presente autorización comprende:

1. La recolección, gestión, almacenamiento y tratamiento de datos entre ellos imágenes, fotos, audios, videos, y locaciones.
2. Mantener en su archivo, usar, reproducir, publicar, adaptar, extraer o compendiar imágenes personales, fotografías u otros datos autorizados; realizar videos y audios del menor de edad y/o del adulto mencionado (s) anteriormente, según corresponda.
3. Divulgar y publicar las imágenes, audios u otros datos autorizados, a través de cualquier medio físico electrónico, digital o de cualquier otra naturaleza, pública o privada, con el fin de hacer prevención y promoción de derechos de los niños, niñas y adolescentes y demás campañas institucionales y publicitarias propias de la SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO y la ALCALDIA MAYOR DE BOGOTÁ, sus actuales y futuros productos, servicios y marcas, garantizando que las actividades que se realizarán se encuentran enmarcadas en el interés superior de los menores de edad, y en el respeto de los derechos fundamentales de los titulares.
4. La recolección y tratamiento de los datos personales del menor que suministro de manera veraz y completa, serán utilizados para la formalización de matrícula de los estudiantes preescolar, básica primaria, secundaria y media para los diferentes aspectos relacionados en el marco de la Resolución 3144 del 30 de agosto de 2023, "Por el cual se establece el proceso de gestión de la cobertura 2023-2024 en el Sistema Educativo Oficial de Bogotá Distrito Capital", Así mismo, será usada para realizar esos estudios, recolección de datos estadísticos de la SED.
5. Manifiesto que como titular de la información y/o representante legal del titular, fui informado de los derechos con que cuento, especialmente a conocer, actualizar y rectificar la información personal,

Av. Eldorado No. 66 — 03
PBX 324 10 00 Fax 315 34 48
Código postal 111321
www.educacionbogota.edu.co
Información Línea 195



revocar la autorización y solicitar la supresión de los datos autorizados. Reconozco además que no existe expectativa sobre los eventuales efectos económicos de la divulgación, o sobre el tipo de campaña publicitaria que pueda realizar la SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO y la ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ.

6. Declaro que conozco los propósitos de la SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO y la ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ apuntan a promocionar valores educativos, culturales y de divulgación de políticas públicas; hecho por el cual, en las emisiones no habrá uso indebido del material autorizado, ni distinto al anteriormente descrito, y menos irrespeto por cualquier derecho fundamental.
7. Reconozco que la vigencia temporal y territorial de esta autorización está dada para las gestiones propias e institucionales de la Entidad en los términos establecido en las Leyes 1581 de 2012, 1712 de 2014, 1098 de 2006 Código de la Infancia y la Adolescencia, los Decretos 1377 de 2013, 1074 de 2015, 1081 de 2015, Sentencia T 260 de 2012 de la H. Corte Constitucional y Concepto No. 13-33980 de 2013 emitido por la Superintendencia de Industria y Comercio, por lo que, además, la SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO y la ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ son titulares de los derechos sobre los programas o productos a emitir correspondientemente.
8. Como titular de la información y/o representante legal del titular inscrito para alguno de los grados de preescolar, autorizo a la Secretaría de Educación del Distrito, en el marco de sus alianzas, para que realice la toma de talla y peso, y a que los datos sean compartidos con la Secretaría Distrital de Salud para avanzar en la garantía del derecho a la salud atendiendo a lo establecido en la ley 1804 de 2016 respecto a la atención integral, la cual tiene como propósito el reconocimiento, la protección y la garantía de los derechos de los niños y las niñas de la primera infancia, para lo cual promueve el trabajo articulado e intersectorial que movilice al estado, la familia y la sociedad civil a desarrollar acciones efectivas y concurrentes en todos los entornos donde transcurre la vida cotidiana de la primera infancia que le permita el disfrute de sus derechos y promueva su desarrollo integral.

Además de los fines para los cuales se otorga la presente autorización, la misma se extiende para que se dé el tratamiento de datos en aquellas actividades que adelante la Secretaría de Educación del Distrito, las cuales se encuentren encaminadas a garantizar el principio del interés superior del menor, consagrado en distintos convenios de derechos humanos, especialmente en los términos señalados en el artículo 8° del Código de la Infancia y la Adolescencia¹, es decir, que dichas actuaciones respondan al interés superior de los niños, las niñas y adolescentes y se asegure sin excepción alguna el respeto de sus derechos prevalentes.

Manifiesto que, como titular o representante del menor de edad, titular de la información, conozco que la recolección y tratamiento de los datos se realizará de conformidad con la Política de Tratamiento de Datos Personales de la Secretaría Distrital de Educación, publicada en: www.educacionbogota.edu.co/portal_institucional/node/4811,

Reconozco que esta autorización se realiza en forma gratuita y, por tanto, manifiesto que no se nos adeuda suma alguna por concepto de este documento. En consecuencia, me comprometo a no reclamar valor alguno por concepto de la utilización que hiciera la SED, cualquier otra persona, natural o jurídica, o que haya sido autorizada por la entidad para la utilización de los datos e imágenes que se recopilen con ocasión de la presente autorización.

Manifiesto que la presente autorización me fue solicitada y puesta de presente antes de entregar mis datos y que la suscribo de forma libre y voluntaria una vez leída en su totalidad.

En constancia se firma

¹ "Se entiende por interés superior del niño, niña y adolescente, el imperativo que obliga a todas las personas a garantizar la satisfacción integral y simultánea de todas sus Derechos Humanos, que son universales, prevalentes e interdependientes."

- Anexo E Ejemplo consentimiento firmado por acudiente

BOGOTÁ


SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
AUTORIZACIÓN Y CONSENTIMIENTO INFORMADO
USO DE DATOS PERSONALES E IMAGEN
AÑO 2023

Yo, [REDACTED], identificado (a) con documento
No. [REDACTED] obrando como acudiente y/o representante legal de la menor de edad
[REDACTED] identificada con
documento de identidad N° [REDACTED] del grado 501
de conformidad con lo dispuesto en las normas vigentes sobre protección de datos personales, en especial las Leyes 1581 de 2012, 1712 de 2014, 1098 de 2006 Código de la Infancia y la Adolescencia, Directiva 005 del 25 de julio 2019 de la Secretaría Jurídica Distrital, los Decretos 1377 de 2013, 1074 de 2015, 1081 de 2015, Sentencia T 260 de 2012 y Sentencia C-748 de 2011 de la H. Corte Constitucional y Concepto No. 13-33980 de 2013 y Resolución 43530 de 2018 emitido por la Superintendencia de Industria y Comercio, C-070-2016. 17 de enero de 2017 Procuraduría General de la Nación, Concepto **manifiesto de manera libre y voluntaria, que autorizo en forma expresa e inequívoca a la SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO D.C., y a la ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ D.C., para que realice la recolección y tratamiento de datos personales que suministro de manera veraz y completa en el presente documento, datos que serán utilizados para la formalización de matrícula de los estudiantes de Educación Inicial, Básica Primaria, Secundaria y Media en el marco de la Resolución 2797 de 2022, "Por el cual se establece el proceso de gestión de la cobertura 2023-2024 en el Sistema Educativo Oficial de Bogotá Distrito Capital" y para tratamiento de información autorizado por la ley para fines históricos, estadísticos o científicos que requiera la SED.**

Entiendo que el responsable del tratamiento de los datos autorizados es la SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO, NIT: 899.999.061-9, ubicada en la Avenida Eldorado # 66 —03 - Teléfono 3241000 y que la presente autorización comprende:

1. La recolección, gestión, almacenamiento y tratamiento de datos entre ellos imágenes, fotos, audios, videos, y locaciones.
2. Mantener en su archivo, usar, reproducir, publicar, adaptar, extraer o compendiar imágenes personales, fotografías u otros datos autorizados; realizar videos y audios del menor de edad y/o del adulto mencionado (s) anteriormente, según corresponda.
3. Divulgar y publicar las imágenes, audios u otros datos autorizados, a través de cualquier medio físico electrónico, digital o de cualquier otra naturaleza, pública o privada, con el fin de hacer prevención y promoción de derechos de los niños, niñas y adolescentes y demás campañas institucionales y publicitarias propias de la SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO y la ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ, sus actuales y futuros productos, servicios y marcas, garantizando que las actividades que se realizarán se encuentran enmarcadas en el interés superior de los menores de edad, y en el respeto de los derechos fundamentales de los titulares.
4. La recolección y tratamiento de los datos personales del menor que suministro de manera veraz y completa, serán utilizados para la formalización de matrícula de los estudiantes preescolar, básica primaria, secundaria y media para los diferentes aspectos relacionados en el marco de la Resolución 3144 del 30 de agosto de 2023, "Por el cual se establece el proceso de gestión de la cobertura 2023-2024 en el Sistema Educativo Oficial de Bogotá Distrito Capital", Así mismo, será usada para realizar esos estudios, recolección de datos estadísticos de la SED.
5. Manifiesto que como titular de la información y/o representante legal del titular, fui informado de los derechos con que cuento, especialmente a conocer, actualizar y rectificar la información personal,

Av. Eldorado No. 66 — 03
PBX 324 10 00 Fax 315 34 48
Código postal: 111321
www.educacionbogota.edu.co
Información Línea 195


ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ

revocar la autorización y solicitar la supresión de los datos autorizados. Reconozco además que no existe expectativa sobre los eventuales efectos económicos de la divulgación, o sobre el tipo de campaña publicitaria que pueda realizar la SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO y la ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ.

6. Declaro que conozco los propósitos de la SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO y la ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ apuntan a promocionar valores educativos, culturales y de divulgación de políticas públicas; hecho por el cual, en las emisiones no habrá uso indebido del material autorizado, ni distinto al anteriormente descrito, y menos irrespeto por cualquier derecho fundamental.
7. Reconozco que la vigencia temporal y territorial de esta autorización está dada para las gestiones propias e institucionales de la Entidad en los términos establecidos en las Leyes 1581 de 2012, 1712 de 2014, 1898 de 2006 Código de la Infancia y la Adolescencia, los Decretos 1377 de 2013, 1074 de 2015, 1041 de 2015, Sentencia T-260 de 2012 de la H. Corte Constitucional y Concepto No. 13-33980 de 2013 emitido por la Superintendencia de Industria y Comercio, por lo que, además, la SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO y la ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ son titulares de los derechos sobre los programas o productos a emitir correspondientemente.
8. Como titular de la información y/o representante legal del titular inscrito para alguno de los grados de preescolar, autorizo a la Secretaría de Educación del Distrito, en el marco de sus alianzas, para que realice la toma de talla y peso, y a que los datos sean compartidos con la Secretaría Distrital de Salud para avanzar en la garantía del derecho a la salud atendiendo a lo establecido en la ley 1804 de 2016 respecto a la atención integral, la cual tiene como propósito el reconocimiento, la protección y la garantía de los derechos de los niños y las niñas de la primera infancia, para lo cual promueve el trabajo articulado e intersectorial que movilice al estado, la familia y la sociedad civil a desarrollar acciones efectivas y concurrentes en todos los entornos donde transurre la vida cotidiana de la primera infancia que le permita el disfrute de sus derechos y promueva su desarrollo integral.

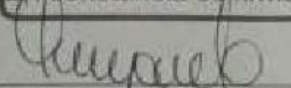
Además de los fines para los cuales se otorga la presente autorización, la misma se extiende para que se dé el tratamiento de datos en aquellas actividades que adelante la Secretaría de Educación del Distrito, las cuales se encuentren encaminadas a garantizar el principio del interés superior del menor, consagrado en distintos convenios de derechos humanos, especialmente en los términos señalados en el artículo 5° del Código de la Infancia y la Adolescencia¹, es decir, que dichas actuaciones respondan al interés superior de los niños, las niñas y adolescentes y se asegure sin excepción alguna el respeto de sus derechos prevalentes.

Manifiesto que, como titular o representante del menor de edad, titular de la información, conozco que la recolección y tratamiento de los datos se realizará de conformidad con la Política de Tratamiento de Datos Personales de la Secretaría Distrital de Educación, publicada en: www.educacionbogota.edu.co/portal_institucional/node/4811.

Reconozco que esta autorización se realiza en forma gratuita y, por tanto, manifiesto que no se nos adeuda suma alguna por concepto de este documento. En consecuencia, me comprometo a no reclamar valor alguno por concepto de la utilización que hiciera la SED, cualquier otra persona, natural o jurídica, o que haya sido autorizada por la entidad para la utilización de los datos e imágenes que se recopilen con ocasión de la presente autorización.

Manifiesto que la presente autorización me fue solicitada y puesta de presente antes de entregar mis datos y que la suscribo de forma libre y voluntaria una vez leída en su totalidad.

En constancia se firma



¹ Se entiende por interés superior del niño, niña y adolescente, el imperativo que obliga a todas las personas a garantizar la satisfacción integral y simultánea de todos sus Derechos Humanos, que son universales, prevalentes e interdependientes.

● Anexo F Instrumento proporcionalidad matemática y resolución de problemas

MATEMÁTICAS

PRUEBA DIAGNÓSTICO
¡ANTES DE COMENZAR NUESTRA AVENTURA MATEMÁTICA!

Antes de poner a prueba tus habilidades con la proporcionalidad, necesitamos conocerte un poco. ¡Esta información nos ayudará a entender quiénes son nuestros genios matemáticos en acción!

Completa tus datos como si fueran las coordenadas para encontrar un tesoro

👤	NOMBRE	
🎂	EDAD	
🎓	CURSO	
📅	FECHA	

¡Con estos datos podremos conocer a nuestro grupo de exploradores matemáticos! Ahora sí... ¡A resolver problemas se ha dicho!

SITUACIÓN 1: ¡DESAFÍOS DE LA VIDA DIARIA!
Ponte a prueba con estas situaciones que enfrentamos todos los días...
¿Qué harías?

- Imagina que estás en el centro comercial y ves un cartel que dice: "¡OFERTA ESPECIAL! Compra uno y llévate el segundo a mitad de precio". ¿Qué significa esto realmente para tu bolsillo? Explicalo con tus palabras.
- Tu familia te pidió que prepares pizza 🍕 para una reunión. Tienes una receta que alcanza para 4 personas, pero vendrán 8 invitados. ¿Cómo ajustarías las cantidades de cada ingrediente para que todos puedan disfrutar? Explica tu estrategia.

SITUACIÓN 2: LA AVENTURA DE LAS PAPAS FRITAS

Estrategia Didáctica Basada en Evidencia Correlacional para el Desarrollo Integrado de la Comprensión de la Proporcionalidad y la Resolución de Problemas Matemáticos

MATEMÁTICAS

Daniela tiene \$500 pesos y quiere comprar su paquete favorito de papas en la tienda de Doña Julia. Observa qué pasa cuando aumenta su dinero

1. Al observar la gráfica, explica con tus palabras ¿qué relación observas entre el dinero y los paquetes?

2. Si Daniela aumenta su dinero, ¿qué crees que sucederá con la cantidad de paquetes que puede comprar?

¡Ahora veamos qué pasa con Doña Julia cuando Daniela compra los paquetes!

3. ¿Qué relación observas en esta nueva gráfica? ¿Cómo es diferente a la anterior?

SITUACIÓN 3: LA NOCHE DE DULCES DE MATEO

Mateo hizo una tabla con los dulces que recogió durante la noche de Halloween. Observó que en cada cuadra recogió la misma cantidad

Cuadras	1	2	3	4	?	?	?
Dulces	8	16	24	32	?	?	?

Estrategia Didáctica Basada en Evidencia Correlacional para el Desarrollo Integrado de la Comprensión de la Proporcionalidad y la Resolución de Problemas Matemáticos

● Anexo G Instrumento de validación pares expertos del instrumento



FORMATO PARA LA VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO

PROPORCIONALIDAD MATEMÁTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Título: Estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuye al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el diseño del kit *PropMath* en estudiantes de quinto grado de educación primaria.

Objetivos General: Diseñar una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuya al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el kit *PropMath* para estudiantes de quinto grado de educación primaria

Objetivos Específicos:

1. Analizar los niveles de comprensión de la proporcionalidad y los procesos de resolución de problemas en estudiantes de quinto grado.
2. Determinar la correlación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos como base empírica para la estrategia.
3. Diseñar el kit *PropMath* como propuesta didáctica fundamentada en los hallazgos de la investigación.

Pregunta de investigación:

¿Qué características debe tener una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional para contribuir al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el diseño del kit *PropMath* en estudiantes de quinto grado de la institución educativa José Manuel Restrepo de Bogotá durante el periodo 2024?

Justificación:

La investigación responde a una necesidad educativa contextualizada: mejorar el bajo desempeño en competencias matemáticas clave (proporcionalidad y resolución de problemas) mediante un recurso didáctico que integre ambas dimensiones de forma progresiva, situada y basada en evidencia. El kit *PropMath* se fundamenta teóricamente en la Teoría de la Objetivación y se alinea con marcos curriculares nacionales, buscando impactar en estudiantes, docentes e instituciones educativas públicas.

Tipo de Diseño: Cuantitativo, correlacional, no experimental.

Alcance del estudio: Explicativo, al buscar comprender la relación entre dos variables (proporcionalidad y resolución de problemas) y proponer una intervención fundamentada en dicha relación.

Objetivo del instrumento: Reconocer los procesos de resolución de problemas de proporcionalidad matemática que realizan los estudiantes tomando como referencias interrogantes propios de la resolución de problemas

Descripción del instrumento Este instrumento tiene como finalidad evaluar simultáneamente dos dimensiones fundamentales: el nivel de comprensión de la proporcionalidad según el modelo de Kaplun (1983) y la eficacia en los procesos de resolución de problemas siguiendo las etapas de Pólya



(1945). Su diseño responde a la necesidad de obtener datos cuantitativos que permitan establecer correlaciones estadísticamente válidas entre ambas variables.

Consta de 14 situaciones problema enmarcadas en contextos de aplicación de la proporcionalidad matemática.

Población a la que va dirigido: Estudiantes de quinto grado de educación básica primaria en instituciones educativas públicas, especialmente aquellos que presentan dificultades en la comprensión de relaciones proporcionales y resolución de problemas matemáticos.

Procesamiento de la información: Los resultados del instrumento serán analizados a partir de técnicas de estadística descriptiva e inferencial.

Análisis empleado: Se tomará como referencia para su análisis por estudiante que pertenezca a la muestra los siguientes niveles para la categorización de la variable resolución de problemas y la variable comprensión de la proporcionalidad matemática.

Niveles para Categorización variable RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Nivel	Descripción	Puntuación
Nivel 1 Bajo	Resolución incorrecta o falta de comprensión del problema: El estudiante no resuelve el problema correctamente o su respuesta es ilógica	1
Nivel 2 Básico	Resolución parcialmente correcta. El estudiante plantea un plan para resolver el problema planteado, resuelve parte del problema, pero comete errores en alguna parte del proceso de resolución.	2
Nivel 3	Intermedio: Resolución completa y correcta. El estudiante plantea un plan para resolver el problema planteado, resuelve el problema sin errores evidentes, sin embargo, falta explicación de procesos de solución	3
Nivel 4	Alto Resolución completa, correcta y con explicación: Además de resolver correctamente el problema, el estudiante proporciona una explicación clara de su proceso de resolución.	4
Nivel 5	Superior: Resolución creativa y reflexiva. El estudiante no solo resuelve el problema de manera correcta y completa, sino que también utiliza un enfoque que le permite examinar y reflexionar su propuesta de solución y buscar otras formas de solución	5

Niveles para Categorización variable ETAPA DE LA COMPRESIÓN DE LA PROPORCIONALIDAD

Nivel Etapa	Descripción	Puntuación
Incompleta	<i>Ignora parte de los datos o da una respuesta ilógica que no cumple con la relación de proporcionalidad establecida en la situación.</i> Los estudiantes que emplean esta técnica pueden no comprender completamente los datos o no aplicar correctamente los conceptos de proporcionalidad.	1
Cualitativa	<i>Tiene en cuenta todos los datos, pero solo realiza consideraciones de tipo cualitativo como ("necesita más", "necesita menos", etcétera).</i>	2

● Anexo H Instrumento Cuestionario sociodemográfico

Estrategia didáctica basada en evidencia correlacional para el desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos



CUESTIONARIO SOCIODEMográfico

INFORMACIÓN GENERAL

Institución	Colegio José Manuel Restrepo
Grado	Quinto
Curso	
Fecha	

INSTRUCCIONES

Estimado(a) estudiante, este cuestionario tiene como objetivo conocer información general sobre ti y tu familia. La información que proporciones será utilizada únicamente para fines académicos y será tratada de manera confidencial. Por favor, responde todas las preguntas marcando con una X la opción que corresponda o completando la información solicitada.

DATOS PERSONALES

1. Edad

- 10 años
- 11 años
- 12 años
- 13 años
- Otra: _____ años

2. Género

- Masculino
- Femenino
- Prefiero no responder

3. ¿Cuántas veces has cursado el grado quinto?

- Es la primera vez
- Es la segunda vez
- Más de dos veces

INFORMACIÓN SOCIOECONÓMICA

4. Estrato socioeconómico de tu vivienda

- Estrato 1
- Estrato 2
- Estrato 3
- Estrato 4
- Estrato 5
- Estrato 6
- No sé

5. Tipo de vivienda donde vives

- Casa propia
- Casa en arriendo
- Apartamento propio
- Apartamento en arriendo
- Cuarto en arriendo
- Vivo con familiares
- Otro: _____

6. ¿Cuántas personas viven en tu casa incluyéndote a ti?

- 2 personas
- 3 personas
- 4 personas
- 5 personas
- 6 personas
- Más de 6 personas

COMPOSICIÓN FAMILIAR

7. ¿Con quién vives? (Puedes marcar varias opciones)

- Mamá
- Papá
- Hermanos(as)
- Abuela(o) materna(o)
- Abuela(o) paterna(o)
- Tíos(as)
- Primos(as)

Estrategia didáctica basada en evidencia correlacional para el desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos



8. ¿Cuál es la composición principal de tu hogar?

- Otros familiares
- Personas que no son familiares
- Vivo con ambos padres (mamá y papá)
- Vivo solo con mi mamá
- Vivo solo con mi papá
- Vivo con mi mamá y abuelos
- Vivo con mi papá y abuelos
- Vivo con mis padres y otros familiares (tíos, primos, etc.)
- Vivo solo con mis abuelos
- Otra situación: _____

CONTEXTO ACADÉMICO

9. ¿Recibes ayuda en casa para hacer las tareas de matemáticas?

- Siempre
- Casi siempre
- A veces
- Casi nunca
- Nunca

10. ¿Quién te ayuda principalmente con las tareas de matemáticas?

- Mamá
- Papá
- Hermano(a) mayor
- Abuelo(a)
- Tío(a)
- Primo(a)
- Profesor particular
- Nadie me ayuda

11. ¿Tienes un lugar específico para estudiar en tu casa?

- Otro: _____
- Si, tengo mi propio cuarto de estudio
- Si, tengo un escritorio en mi cuarto
- Si, uso la mesa del comedor
- Estudio en cualquier lugar disponible
- No tengo un lugar fijo para estudiar

12. ¿Cuánto tiempo dedicas diariamente a hacer tareas escolares?

- Menos de 1 hora
- Entre 1 y 2 horas
- Entre 2 y 3 horas
- Más de 3 horas
- No hago tareas todos los días

RECURSOS EN EL HOGAR

13. ¿Qué recursos tienes disponibles en casa para estudiar? (Puedes marcar varias opciones)

- Computador o laptop
- Tablet
- Internet
- Libros de matemáticas
- Calculadora
- Diccionario
- Reglas y útiles de geometría
- Mesa o escritorio para estudiar
- Buena iluminación
- Ambiente silencioso

¡Gracias por tu colaboración!

La información proporcionada será utilizada exclusivamente para fines académicos y será tratada de manera confidencial, siguiendo los principios éticos de la investigación educativa.

Código del estudiante: _____ (Este espacio será diligenciado por el investigador)

● Anexo I Validación del Instrumento por pares expertos.

1. Comunicación por correo electrónico.



Brigitte Rodríguez <brigittejrodriguez@gmail.com>
para mí ▾

mar, 19

Cordial saludo estimada Diana.

Agradezco la oportunidad de apoyarte como validadora y te brindo mis aportes.

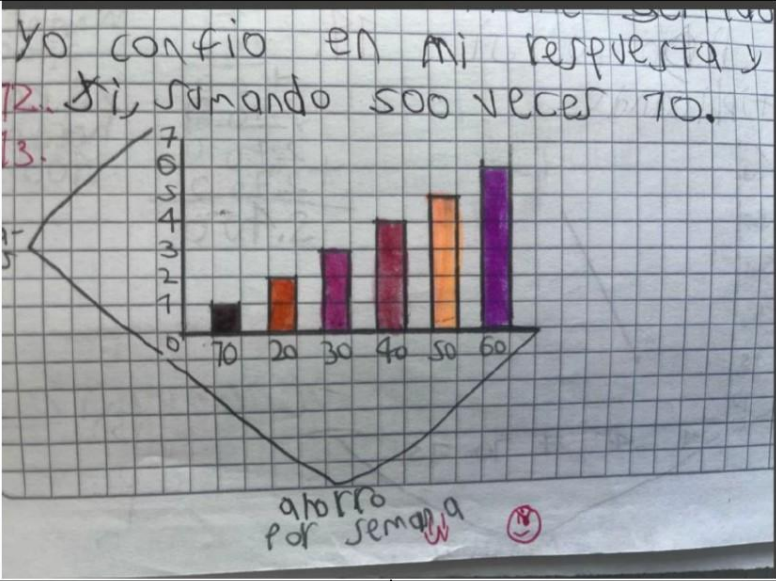
Un abrazo.

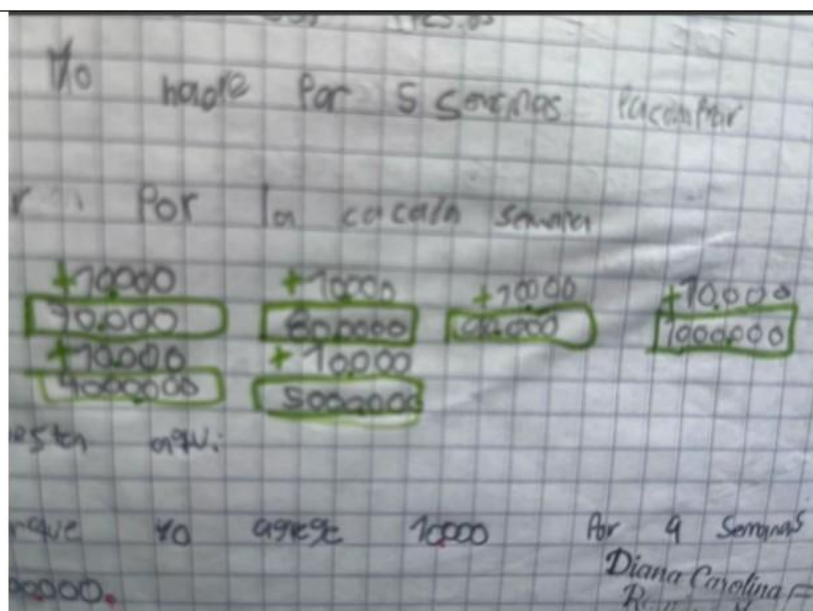
2. Validación del instrumento

Observaciones	S I	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
Mejorar reacción, no es clara para la edad de los niños. Puede ser tema de signos de puntuación, palabras plurales u orden de los sujetos.	Observaciones													
Agregar imagen del contexto de la situación.	La primera gráfica no es clara ya que se ve volteada. Revisar en los cuestionarios que este correcta la gráfica. <i>(dejo marcada la opción de lenguaje claro por el inconveniente de esto)</i>													
Igual que la anterior, se recomienda realizar el orden interno, A), B), C)... u otro, de las preguntas de la situación.														
Observaciones	S I	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
Es un reto organizar todas las posibles opciones que van a relacionar los niños.	Observaciones													
Recomiendo cerrar algunas preguntas para que los chicos puedan centrarse en el tema de central de la situación.	¿L y Km que significa? Se recomienda no solo relacionar los símbolos, sino su significado, para evitar que se queden adivinando. Agregar imagen del contexto de la situación. Igual que la anterior, se recomienda realizar el orden interno, A), B), C)... u otro, de las preguntas de la situación.													
Igual que la anterior, se recomienda realizar el orden interno, A), B), C)... u otro, de las preguntas de la situación.														
Acompañarlo de una imagen principal.														

Validado por: Brigitte Rodríguez
Experiencia docente: Experiencia en docencia y capacitación presencial y virtual en áreas del conocimiento enfocadas a la ingeniería de sistemas, gestión, tecnología, formulación de proyectos y educación general.
Nivel Académico: Ingeniera de sistemas, especializada en gestión de proyectos de ingeniería, magister en educación y doctora en ciencias de la educación.
Fecha: 19/1/2023
Observaciones en general: <ul style="list-style-type: none"> • Es un instrumento con un reto alto en el proceso de evaluación por el investigador. Nuevamente invito a cerrar algunas preguntas. • Deje algunos resaltados en amarillo para verificar ortografía.

- Anexo J Registros fotográficos aplicación de instrumento piloto

	
<p>Hay una representación gráfica correcta, el procedimiento verbalizado indica que el estudiante suma repetidamente una cantidad fija</p> <p>Esto corresponde a una estrategia aditiva en lugar de una multiplicativa.</p> <p style="text-align: center;">(3)</p>	<p>Hay una resolución completa con una estrategia coherente, pero con limitaciones en la explicación del razonamiento y sin evidencia clara del uso de conceptos proporcionales.</p> <p style="text-align: center;">(3)</p>



La estrategia está basada en sumas repetidas de una misma cantidad fija
(3)


El estudiante comprende el problema, identifica los datos relevantes y llega a una solución correcta.


Su procedimiento es lógico, claro y consistente (aunque extenso).


La explicación es limitada y no recurre a estrategias más eficientes o reflexivas (por ejemplo, multiplicar).

(3)

Por que nos dicen que a mitad de precio.


 compre 1
 lleve otras
 a mitad de precio

2 si la receta seria un panque pues lo hago, si es para 4 personas se veia asi:  entonces como son cuatro personas divido los panques en 8 partes



situación 2: comprando papas fritas

<p>El estudiante usa un esquema visual con cuadros para representar divisiones o cantidades repartidas.</p> <p>“Si la receta es para 4 personas, entonces como sé cuántos pongos, divido los pongos en 8 partes...”</p> <p>Esto muestra que el estudiante reconoce que al aumentar personas debe ajustar cantidades, pero lo hace desde una lógica verbal o visual, sin realizar cálculos con razones ni factores constantes.</p> <p>Comprensión cualitativa basado en repartir o dividir visualmente, no en establecer una relación proporcional numérica precisa.</p> <p>(2)</p>	<p>El estudiante comprende la situación y plantea una representación adecuada.</p> <p>Usa una estrategia de resolución visual (cuadros) y verbaliza con sentido lógico.</p> <p>No obstante, no justifica de manera clara su procedimiento matemático ni realiza un cálculo exacto.</p> <p>(2)</p>
---	--

- **Anexo K Registro de datos recolectados instrumento.**

Situación	Descripción	Etapa predominante de comprensión	Nivel predominante de eficacia en RP
1	Descuentos y recetas	Cualitativa	Intermedio
2	Comprando papas fritas	Cualitativa	Básico-Intermedio
3	Dulces de Halloween	Aditiva-Preproporcional	Intermedio
4	Receta de postre	Pre-proporcional	Intermedio
5	Pastel	Cualitativa	Básico-Intermedio
6	Fotografía	Aditiva	Básico-Intermedio
7	Bicicleta	Aditiva	Básico-Intermedio
8	Fábrica de galletas	Cualitativa	Básico
9	Automóvil	Cualitativa	Básico
10	Repartiendo dulces	Cualitativa	Básico
11	Robots	Cualitativa	Bajo-Básico
12	Plantas	Cualitativa	Bajo-Básico
13	Ramos de flores	Incompleta-Cualitativa	Bajo-Básico
14	Reducción y ampliación	Incompleta-Cualitativa	Bajo-Básico

- **Anexo L Evidencia propuesta de innovación Kit PropMath**

[**ENLACE DE ACCESO KIT**](#)

KIT PROMATH MATEMÁTICAS



KIT PROMATH

Estrategia Didáctica Basada en Evidencia Correlacional para el Desarrollo Integrado de la Comprensión de la Proporcionalidad y la Resolución de Problemas Matemáticos

Diana Carolina Ramirez Moyano
2025





Estrategia Didáctica Basada en Evidencia Correlacional para el Desarrollo Integrado de la Comprensión de la Proporcionalidad y la Resolución de Problemas Matemáticos
Diana Carolina Ramirez Moyano 2024

KIT PROMATH MATEMÁTICAS

¿Qué es PropMath?

El kit PropMath es una estrategia didáctica innovadora diseñada para fortalecer, de manera integrada, la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado de educación primaria

Es una brújula para orientar el pensamiento matemático, una lupa para descubrir relaciones proporcionales, y un mapa para navegar los desafíos de la vida cotidiana a través de las matemáticas.

Estrategia Didáctica Basada en Evidencia Correlacional para el Desarrollo Integrado de la Comprensión de la Proporcionalidad y la Resolución de Problemas Matemáticos
Diana Carolina Ramirez Moyano 2024

KIT PROMATH MATEMÁTICAS

GUÍA DOCENTE PARA LA IMPLEMENTACIÓN DEL INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN DE PROPORCIONALIDAD Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

KIT PropMath - Evaluación Diagnóstica: Para estudiantes de quinto grado de educación primaria

PROPÓSITO DEL INSTRUMENTO

Este instrumento diagnóstico tiene como objetivo evaluar simultáneamente:

- Comprensión de la proporcionalidad según las etapas de Karplus (1983)
- Procesos de resolución de problemas siguiendo el modelo de Pólya (1945)

OBJETIVOS DE LA EVALUACIÓN

Para el docente:

- Identificar niveles iniciales de comprensión proporcional
- Diagnosticar eficacia en procesos de resolución de problemas
- Planificar intervenciones didácticas diferenciadas
- Establecer línea base para seguimiento académico

Para el estudiante:

- Reflexionar sobre sus propios procesos de pensamiento
- Aplicar conocimientos en contextos significativos
- Desarrollar confianza en sus habilidades matemáticas

MARCO CONCEPTUAL

Niveles de Comprensión Proporcional (Karplus, 1983)

Nivel	Características	Lo que observará
1. Incompleta	Ignora datos o responde lógicamente	Respuestas sin sentido matemático
2. Cualitativa	Reconoce relaciones, pero sin cuantificar	"Necesita más", "Es mayor", sin cálculos
3. Aditiva	Usa diferencias en lugar de razones	Suma/restas constantes incorrectamente

Estrategia Didáctica Basada en Evidencia Correlacional para el Desarrollo Integrado de la Comprensión de la Proporcionalidad y la Resolución de Problemas Matemáticos
Diana Carolina Ramirez Moyano 2024

KIT PROMATH MATEMÁTICAS

4. Pre-proporcional	Usa factores parcialmente	Estrategias multiplicativas incompletas
5. Proporcional	Maneja razones y proporciones correctamente	Dominio del razonamiento multiplicativo

Niveles eficacia de resolución de problemas matemáticos

Nivel	Características
Bajo	Resolución incorrecta o falta de comprensión del problema. El estudiante no resuelve el problema correctamente o su respuesta es lógica. El estudiante demuestra poca o nula comprensión del problema. No identifica correctamente los datos relevantes ni lo que se pide encontrar. No plantea estrategias para su resolución o estas son incorrectas.
Básico	Plantamiento y resolución parcial. El estudiante comprende el problema e identifica algunos datos relevantes. Plantea una estrategia de solución, pero la implementa con errores significativos en el proceso matemático o no la completa.
Intermedio	Resolución completa y correcta. El estudiante comprende el problema, identifica todos los datos relevantes, plantea una estrategia adecuada y ejecuta correctamente los procedimientos matemáticos para obtener respuestas correctas. Sin embargo, presenta limitaciones en la explicación de sus razonamientos.
Alto	Resolución correcta con explicaciones claras: El estudiante resuelve el problema, utiliza correctamente los conceptos matemáticos involucrados y además explica con claridad su proceso de razonamiento justificando cada paso, realizado con lenguaje matemático apropiado.
Superior	Resolución creativa, reflexiva y versátil: El estudiante no solo resuelve el problema correctamente con una explicación clara, sino que también, reflexiona sobre la validez de su respuesta, explora métodos alternativos de solución, identifica patrones o conexiones con otros conceptos matemáticos, evalúa la eficiencia de su método de resolución y puede generalizar su solución a casos similares.

CONDICIONES DE APLICACIÓN


Antes de la Aplicación

Tiempo requerido: 2 horas académicas (90-120 minutos)

Modalidad: Individual, en grupos de máximo 25 estudiantes


Materiales necesarios:

- Cuadernillo del instrumento (una copia por estudiante)
- Lápiz, borrador y regla
- Hojas para procedimientos



Estrategia Didáctica Basada en Evidencia Correlacional para el Desarrollo Integrado de la Comprensión de la Proporcionalidad y la Resolución de Problemas Matemáticos
Diana Carolina Ramirez Moyano 2024

KIT PROMATH MATEMÁTICAS



Módulo A: Explorando relaciones matemáticas en mi contexto

Objetivo del módulo:
Facilitar el reconocimiento y representación de relaciones proporcionales en contextos cotidianos cercanos al estudiante, mediante el análisis de situaciones reales, promoviendo el tránsito del pensamiento aditivo al multiplicativo.

Número de tareas: 6 sesiones de 2 horas cada una


Tareas proyectadas:

- Tarea 1: Mi familia y las proporciones**
Análisis de relaciones en composición familiar, distribución de alimentos, uso de espacios domésticos
- Tarea 2: En mi barrio**
Exploración de relaciones proporcionales en transporte público, comercio local, espacios recreativos
- Tarea 3: Representando cambios**
Uso de tablas y diagramas para organizar información proporcional
- Tarea 4: Prediciendo resultados**
Estimación de valores en situaciones de covariación
- Tarea 5: Resolviendo problemas de mi colegio**
Situaciones proporcionales en el contexto escolar
- Tarea 6: Proyecto integrador: Mi investigación proporcional**
Identificación y análisis de una situación proporcional elegida por el estudiante

Esta guía forma parte del Kit *PropMath*, diseñado para fortalecer integralmente la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado de educación primaria.

Estrategia Didáctica Basada en Evidencia Correlacional para el Desarrollo Integrado de la Comprensión de la Proporcionalidad y la Resolución de Problemas Matemáticos
Diana Carolina Ramirez Moyano 2024

KIT PROMATH MATEMÁTICAS



Módulo B: Construyendo relaciones multiplicativas

Objetivo del módulo:
Facilitar la comprensión de relaciones multiplicativas y su aplicación en procesos estructurados de resolución de problemas complejos

Número de tareas: 8 sesiones de 2 horas cada una

Tareas proyectadas:

- Tarea 7: Factor mágico**
Identificación de constantes multiplicativas en situaciones cotidianas
- Tarea 8: Escalando mapas de Bogotá**
Ampliación y reducción de representaciones espaciales locales
- Tarea 9: Velocidad constante en Transmilenio**
Análisis de relaciones tiempo-distancia en transporte público
- Tarea 10: Mezclas y concentraciones**
Situaciones proporcionales en preparación de alimentos y bebidas
- Tarea 11: Consumo y producción familiar**
Análisis de tasas en contextos domésticos y comunitarios
- Tarea 12: Maquetas de nuestro colegio**
Construcción de representaciones a escala
- Tarea 13: Resolviendo problemas multiplicativos complejos**
Aplicación en situaciones no rutinarias
- Tarea 14: Enseñando a otros**
Explicación de procesos a estudiantes de grados inferiores

Esta guía forma parte del Kit *PropMath*, diseñado para fortalecer integralmente la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado de educación primaria.

Estrategia Didáctica Basada en Evidencia Correlacional para el Desarrollo Integrado de la Comprensión de la Proporcionalidad y la Resolución de Problemas Matemáticos
Diana Carolina Ramirez Moyano 2024

KIT PROMATH MATEMÁTICAS



Módulo A: Explorando relaciones matemáticas en mi contexto

TAREA 1: MI FAMILIA Y LAS PROPORCIONES

¡Descubre los secretos matemáticos de tu familia!



MISIÓN 1: Los números de mi familia

PASO 1: ¿QUÉ NECESITO DESCUBRIR? Tu familia tiene muchos secretos matemáticos. ¡Vamos a investigarlos!

Recolecta los datos de tu familia:

Familiar	Edad	Estatura (cm)	Talla zapatos	Horas de sueño
Yo				
Mamá				
Papá				
Hermano/a				

PASO 2: ¿CÓMO VOY A RESOLVERLO?
Ahora que tienes los datos, piensa en tu estrategia:


Problema A: Si tu familia consume 3 panes en el desayuno, ¿cuántos panes consumirá en una semana?

- ¿Qué operación necesitas hacer? _____
- ¿Por qué elegiste esa operación? _____



Estrategia Didáctica Basada en Evidencia Correlacional para el Desarrollo Integrado de la Comprensión de la Proporcionalidad y la Resolución de Problemas Matemáticos
Diana Carolina Ramirez Moyano 2024

KIT PROMATH MATEMÁTICAS



Problema B: Si hay 2 adultos por cada 1 niño en tu familia, y llegaran 3 niños más de visita, ¿cuántos adultos debería haber para mantener la misma relación?
Mi estrategia será: _____

PASO 3: ¡MANOS A LA OBRA! Resuelve cada problema paso a paso:

Problema A:

- Panes por día: _____
- Días en una semana: _____
- ¿Cómo lo resolvería? Realiza el proceso.
- Respuesta: En una semana consumen _____ panes

Problema B:



- Relación inicial: _____ adultos por _____ niño
- Niños después de la visita: _____
- Adultos necesarios: _____

PASO 4: ¿ESTÁ BIEN MI RESPUESTA?

- ¿Mis números tienen sentido?
- ¿Puedo comprobarlo de otra manera?
- ¿Qué aprendí sobre las relaciones en mi familia?

Estrategia Didáctica Basada en Evidencia Correlacional para el Desarrollo Integrado de la Comprensión de la Proporcionalidad y la Resolución de Problemas Matemáticos
Diana Carolina Ramirez Moyano 2024

MATEMÁTICAS

Módulo A: Explorando relaciones matemáticas en mi contexto

TAREA 2: EN MI BARRIO

"¡Convértete en el explorador matemático de tu barrio!"

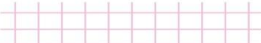
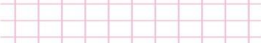

¡Misión barrial activada!

Tu barrio está lleno de misterios matemáticos esperando ser descubiertos.


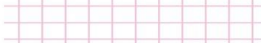
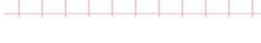
MISIÓN 2: Secretos matemáticos del barrio

PASO 1: ¿QUÉ VOY A INVESTIGAR? Tu misión es encontrar patrones matemáticos en tu barrio. ¡Elige tu especialidad!

Detective del Transporte:



- ¿Cada cuánto tiempo pasa el bus? 
- ¿Cuánto cuesta el pasaje? 
- ¿Cuántas personas suben en promedio? 

Investigador de Precios:

- ¿Cuánto cuestan diferentes productos? 
- ¿Hay ofertas con descuentos? 
- ¿Qué patrones encuentras en los precios? 

Estrategia Didáctica Basada en Evidencia Correlacional para el Desarrollo Integrado de la Comprensión de la Proporcionalidad y la Resolución de Problemas Matemáticos
Diana Carolina Ramírez Moyano 2024

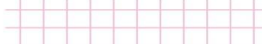
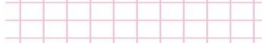
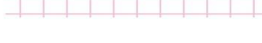
MATEMÁTICAS

PASO 2: ¿CÓMO VOY A RESOLVER LOS MISTERIOS?

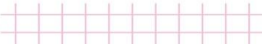
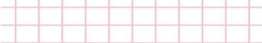
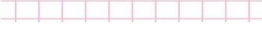
Problema Central: En la tienda de tu barrio, 2 gaseosas cuestan \$5.000.

Mi plan de investigación:


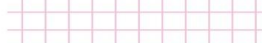
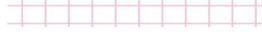
1. Primero voy a: 
2. Luego calcularé: 
3. Finalmente verificaré: 

PASO 3: ¡RESOLVIENDO COMO UN EXPERTO!

Misterio A: ¿Cuánto cuesta 1 gaseosa?

- Datos que tengo: 
- ¿Cómo lo resolvería? Realiza el proceso. 
- Respuesta: 1 gaseosa cuesta 

Misterio B: ¿Cuánto costarían 7 gaseosas?

- Mi estrategia: 
- ¿Cómo lo resolvería? Realiza el proceso. 
- Respuesta: 

Estrategia Didáctica Basada en Evidencia Correlacional para el Desarrollo Integrado de la Comprensión de la Proporcionalidad y la Resolución de Problemas Matemáticos
Diana Carolina Ramírez Moyano 2024

- **Anexo M Instrumento validación pares expertos propuesta de innovación.**



FORMATO PARA LA VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO

DE LA PROPUESTA DE INNOVACIÓN: KIT DIDÁCTICO PROPMATH

Título: Estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuye al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el diseño del kit PropMath en estudiantes de quinto grado de educación primaria.

Objetivos General: Diseñar una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuya al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el kit PropMath para estudiantes de quinto grado de educación primaria

Objetivos Específicos:

1. Analizar los niveles de comprensión de la proporcionalidad y los procesos de resolución de problemas en estudiantes de quinto grado.
2. Determinar la correlación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos como base empírica para la estrategia.
3. Diseñar el kit PropMath como propuesta didáctica fundamentada en los hallazgos de la investigación.

Pregunta de investigación:

¿Qué características debe tener una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional para contribuir al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el diseño del kit PropMath en estudiantes de quinto grado de la institución educativa José Manuel Restrepo de Bogotá durante el periodo 2024?

Justificación:

La investigación responde a una necesidad educativa contextualizada: mejorar el bajo desempeño en competencias matemáticas clave (proporcionalidad y resolución de problemas) mediante un recurso didáctico que integre ambas dimensiones de forma progresiva, situada y basada en evidencia. El kit PropMath se fundamenta teóricamente en la Teoría de la Objetivación y se alinea con marcos curriculares nacionales, buscando impactar en estudiantes, docentes e instituciones educativas públicas.

Tipo de Diseño: Cuantitativo, correlacional, no experimental.

Alcance del estudio: Explicativo, al buscar comprender la relación entre dos variables (proporcionalidad y resolución de problemas) y proponer una intervención fundamentada en dicha relación.

Metodología: La implementación del kit PropMath se estructura en tres fases secuenciales que integran diagnóstico, intervención y seguimiento. Esta metodología permite atender la diversidad de niveles de comprensión proporcional y habilidades de resolución de problemas en estudiantes de quinto grado, mediante un enfoque gradual, situado y basado en evidencia

En la primera fase, se aplican instrumentos diagnósticos validados para identificar los niveles iniciales de comprensión proporcional y habilidades de resolución de problemas en estudiantes de quinto



grado. Con base en estos resultados, se conforman grupos de trabajo según niveles de desarrollo y se socializa con los estudiantes la metodología del kit, estableciendo una línea base para el seguimiento posterior.

Durante la segunda fase, se desarrollan tres módulos progresivos que articulan actividades contextualizadas con representaciones concretas, gráficas y simbólicas de la proporcionalidad. A través de situaciones cotidianas, los estudiantes transitan desde un enfoque cualitativo hacia el uso de estructuras multiplicativas y su aplicación en problemas complejos. La tercera fase consiste en la evaluación final, que incluye la reaplicación del diagnóstico, el análisis comparativo con los resultados iniciales y la retroalimentación cualitativa de estudiantes y docentes, permitiendo valorar el impacto del kit y orientar futuras mejoras.

Objetivo específico para el cual fue diseñado este instrumento: Fortalecer de manera integrada la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado, a través del kit didáctico "PropMath" en estudiantes de quinto grado, fundamentado en la evidencia correlacional obtenida y las necesidades específicas de la educación primaria del colegio JMR,

Objetivo del instrumento: Proporcionar a docentes y estudiantes un recurso didáctico innovador, basado en evidencia empírica, que permita transitar desde la etapa de comprensión de la proporcionalidad cualitativa hacia la aplicación de estructuras proporcionales en la resolución de problemas, mediante el uso de módulos, guías, recursos manipulativos que componen el kit ProMath.

Descripción del instrumento: El kit PropMath es una estrategia didáctica estructurada en tres fases (diagnóstico, intervención y evaluación), que incluye instrumentos de medición, tres módulos temáticos secuenciales con actividades contextualizadas, recursos visuales y manipulativos, guías para docentes, rúbricas de evaluación formativa, y mecanismos de seguimiento al progreso de los estudiantes. Está diseñado para ser implementado en contextos escolares públicos, considerando la diversidad sociocultural y los recursos disponibles.

Población a la que va dirigido: Estudiantes de quinto grado de educación básica primaria en instituciones educativas públicas, especialmente aquellos que presentan dificultades en la comprensión de relaciones proporcionales y resolución de problemas matemáticos. El kit también está dirigido a docentes de matemáticas en primaria que buscan estrategias didácticas integradas, basadas en evidencia y contextualizadas.

Procesamiento de la información: Se espera que en una fase de implementación de la propuesta de innovación la información obtenida durante la aplicación del kit se procesa mediante registros en rúbricas, portafolios, guías de observación y resultados de instrumentos diagnósticos (pre y post). Estos datos permiten construir líneas de base, identificar trayectorias de progreso por grupo y estudiante, y documentar el impacto del kit en el aprendizaje de la proporcionalidad y la resolución de problemas.

Análisis empleado: Se espera que en una fase de implementación de la propuesta de innovación la información obtenida durante la aplicación del kit se aplique un análisis comparativo entre resultados iniciales y finales mediante estadística descriptiva e inferencial.

Tipo de validez: Validez de contenido mediante juicio de expertos y validez contextual. La propuesta se sustenta en marcos teóricos sólidos y evidencia empírica previa (correlación significativa entre proporcionalidad y resolución de problemas).

Tabla de operacionalización:

Operacionalización de Variables						
Tema: Estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuye al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el diseño del kit PropMath en estudiantes de quinto grado de educación primaria.						
Pregunta de investigación	Objetivo general	Objetivos específicos	Hipótesis	Variables estudiadas	Dimensiones	Indicadores
¿Qué características debe tener una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional para contribuir al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el diseño del kit PropMath en estudiantes de quinto grado de la institución educativa José Manuel Restrepo de Bogotá durante el periodo 2024?	Diseñar una estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuya al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el kit PropMath para estudiantes de quinto grado de educación primaria.	1 Analizar los niveles de comprensión de la proporcionalidad y los procesos de resolución de problemas en estudiantes de quinto grado de la institución educativa pública José Manuel Restrepo de Bogotá.	Hipótesis general (H ₁): La comprensión de la proporcionalidad matemática y la capacidad de resolución de problemas presentan una correlación estadísticamente significativa que fundamenta el diseño de una estrategia didáctica integrada mediante el kit PropMath para el desarrollo de ambas competencias en estudiantes de quinto grado. Hipótesis nula (H ₀): No existe correlación estadísticamente significativa entre la comprensión de	Variable independiente: Comprensión de la proporcionalidad	Etapas de comprensión de la proporcionalidad	Incompleta Cualitativa Aditiva Pre proporcional Proporcional
		2 Determinar la correlación entre la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado de la institución educativa José Manuel Restrepo de Bogotá, como base empírica para la estrategia didáctica.	Categorías para la comprensión de la proporcionalidad			C1: Comparación de dos partes de un entero simple C2: Comparación de magnitudes con diferentes cantidades que representan relaciones. C3: Comparación de magnitudes de dos cantidades relacionadas, como escalas o contextos de ampliaciones o reducciones.



					Representación de relaciones	Uso de tablas, esquemas, lenguaje matemático adecuado
--	--	--	--	--	------------------------------	---

INSTRUMENTO

ACCESO AL KIT PROMATH

I. Elementos Generales.

Estimado(a) evaluador(a):

Reciba un cordial saludo. Usted ha sido invitado como experto en educación matemática para participar en la validación del kit didáctico PropMath, desarrollado en el marco de la tesis doctoral titulada:

“Estrategia didáctica basada en evidencia correlacional que contribuye al desarrollo integrado de la comprensión de la proporcionalidad y la resolución de problemas matemáticos mediante el diseño del kit PropMath en estudiantes de quinto grado de educación primaria” (Ramírez Moyano, 2025).

Su participación permitirá garantizar la calidad pedagógica, metodológica, conceptual y contextual del recurso antes de su implementación y difusión. Le solicitamos leer detenidamente cada criterio y asignar una calificación en la escala establecida, así como consignar observaciones cualitativas cuando lo considere necesario.

Escala de valoración 1 = Muy deficiente | 2 = Deficiente | 3 = Aceptable | 4 = Bueno | 5 = Excelente

Criterios de evaluación

Para facilitar una evaluación rigurosa y estructurada del kit PropMath, los criterios han sido organizados en cuatro dimensiones fundamentales: **pedagógica, metodológica, conceptual y contextual.**

Estas dimensiones permiten valorar de manera integral la coherencia teórica, la calidad didáctica, la precisión matemática y la adecuación sociocultural de la propuesta. Cada dimensión contiene criterios específicos que reflejan aspectos clave del diseño, implementación y viabilidad del kit, y que deben ser valorados individualmente en la escala establecida.

Su análisis conjunto proporciona una visión holística de la solidez y relevancia del recurso en contextos reales de enseñanza.

I. Dimensión Pedagógica

Ítem	Criterio	Valoración (1-5)	Observaciones
P1	Coherencia entre fundamentos teóricos y actividades propuestas		
P2	Progresión didáctica desde niveles básicos hacia niveles avanzados de comprensión		
P3	Integración entre comprensión proporcional y resolución de problemas		
P4	Contextualización sociocultural de las situaciones problema		
P5	Alineación con los estándares curriculares de matemáticas		
P6	Adecuación del enfoque pedagógico al nivel educativo y características de los estudiantes		

II. Dimensión Metodológica

Ítem	Criterio	Valoración (1-5)	Observaciones
M1	Claridad y precisión de las instrucciones para docentes		
M2	Secuenciación lógica de las actividades		
M3	Variedad y pertinencia de las estrategias didácticas		
M4	Flexibilidad para adaptarse a diferentes ritmos de aprendizaje		
M5	Implementación viable en el contexto escolar		
M6	Existencia de recursos de apoyo para la implementación docente		
M7	Inclusión de elementos de evaluación formativa		

III. Dimensión Conceptual

Ítem	Criterio	Valoración (1-5)	Observaciones
C1	Precisión matemática y consistencia de los contenidos		
C2	Uso y articulación de múltiples representaciones matemáticas		
C3	Progresión de lo concreto a lo abstracto en los conceptos		
C4	Relación con contextos cotidianos comprensibles para los estudiantes		



C5	Coherencia con los marcos teóricos de referencia (Radford, Freudenthal, Karplus)		
C6	Inclusión de las categorías fenomenológicas de la proporcionalidad (Freudenthal)		
C7	Promoción del tránsito por las etapas de comprensión proporcional (Karplus)		

IV. Dimensión Contextual

Ítem	Criterio	Valoración (1-5)	Observaciones
X1	Pertinencia cultural de las situaciones problema		
X2	Consideración de las características socioeconómicas de la población		
X3	Relevancia contextual y motivacional de las actividades para los estudiantes		
X4	Viabilidad de implementación en instituciones educativas con recursos limitados		

Valoración global del instrumento

¿Considera que el instrumento es válido para su aplicación?

Sí No Con ajustes menores

Observaciones generales del evaluador:

Validado por:
Experiencia docente:
Nivel Académico:
Fecha:
Observaciones en general:

FIRMA DE VALIDADOR DEL INSTRUMENTO

• Anexo N Validación propuesta de innovación pares expertos



ANÁLISIS VALIDACIÓN PARES EXPERTOS

PROPUESTA DE INNOVACIÓN: KIT DIDÁCTICO PROPMATH

1. DIMENSION PEDAGÓGICA

Ítem	Criterio	Expert. 1	Expert. 2	Expert. 3	Expert. 4	Expert. 5	Promedio
P1	Coherencia entre fundamentos teóricos y actividades propuestas	5	4	5	5	4	4.6
P2	Progresión didáctica desde niveles básicos hacia niveles avanzados	5	5	4	5	4	4.6
P3	Integración entre comprensión proporcional y resolución de problemas	5	4	5	4	5	4.6
P4	Contextualización sociocultural de las situaciones problema	4	5	4	5	5	4.6
P5	Alineación con los estándares curriculares de matemáticas	5	4	5	4	4	4.4
P6	Adecuación del enfoque pedagógico al nivel educativo	5	5	4	5	5	4.8

Promedio Dimensión Pedagógica: 4.6



VALIDACIÓN DE EXPERTOS

• VALIDADOR 1

Valoración global del instrumento

¿Considera que el instrumento es válido para su aplicación?
 Sí No Con ajustes menores

Observaciones generales del evaluador:

Validado por: Dr. Ricard Fabián Reyes Ramos
Experiencia docente: Amplia experiencia en educación matemática en primaria y secundaria, universitaria en pregrado y posgrados.
Nivel Académico: Licenciado en Física y Matemáticas, MSc en enseñanza de las ciencias exactas y naturales. Doctor en educación. Investigador en procesos de enseñanza-aprendizaje de conceptos matemáticos fundamentales.
Fecha: 15/11/2024
Observaciones en general: <ul style="list-style-type: none"> • Excelente fundamentación teórica y progresión didáctica • Sugiere incluir más ejemplos de implementación para docentes que no tienen experiencia en el campo reconociendo que no todos los docentes de primaria son Lic en matemáticas. • Recomienda ampliar las rúbricas de evaluación formativa



2. DIMENSIÓN METODOLÓGICA

Ítem	Criterio	Expert. 1	Expert. 2	Expert. 3	Expert. 4	Expert. 5	Promedio
M1	Claridad y precisión de las instrucciones para docentes	4	4	5	4	4	4.2
M2	Secuenciación lógica de las actividades	5	4	4	5	4	4.4
M3	Variedad y pertinencia de las estrategias didácticas	4	4	4	4	5	4.2
M4	Flexibilidad para adaptarse a diferentes ritmos de aprendizaje	4	3	4	5	4	4.0
M5	Implementación viable en el contexto escolar	4	4	4	4	4	4.0
M6	Existencia de recursos de apoyo para la implementación docente	5	4	4	4	4	4.2
M7	Inclusión de elementos de evaluación formativa	4	5	4	4	4	4.2

Promedio Dimensión Metodológica: 4.2



• VALIDADOR 2

Valoración global del instrumento

¿Considera que el instrumento es válido para su aplicación?
 Sí No Con ajustes menores

Observaciones generales del evaluador:

Validado por: Dr. Brigitte Rodriguez.
Experiencia docente: 16 años de experiencia en docencia y capacitación presencial y virtual en áreas del conocimiento enfocadas a la ingeniería de sistemas, gestión, tecnología, formulación de proyectos y educación general.
Nivel Académico: Doctora en Educación. Magister en Educación. Ingeniera de Sistemas.
Fecha: 19/11/2024
Observaciones en general: <ul style="list-style-type: none"> • Muy buen instrumento con alto potencial de impacto • Sugiere mejorar la flexibilidad para diferentes ritmos de aprendizaje • Recomienda incluir orientaciones para la evaluación diferenciada

- Anexo N Certificado participación Facilitador Ciclo de Conferencias
“CONFUTURO 2025” UIIX

}



CERTIFICADO DE PARTICIPACIÓN COMO FACILITADOR(A)

La Universidad de Investigación e Innovación de México (UIIX) y la Red Alumni le otorgan el presente certificado a:

Diana Carolina Ramírez Moyano

Por su participación como falicitador(a) en el primer Ciclo de Conferencia “**CONFUTURO 2025**”, desarrollado por nuestra Casa de Estudios Superiores, como parte de las actividades de difusión y extensión, con el tema:

Estudio correlacional que identifica la relación significativa entre comprensión de la proporcionalidad y resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado.

Es cuanto tengo a bien certificar para los fines consiguientes, el día viernes 30 de mayo de 2025





MTRO. PAVEL GONZALEZ GARCÍA
Vicerrector Internacional UIIX



DR. CHRISTIAN F. TORRES SALVADOR
Director Académico de Posgrado UIIX




UIIX | Todos los derechos reservados